СОДЕРЖАНИЕ

JAN ŁUKASIEWICZ

ARISTOTLE'S SILLOGISTIC FROM THE STANDPOINT OF MODERN FORMAL LOGIC

Oxford
1957

Я. ЛУКАСЕВИЧ

АРИСТОТЕЛЕВСКАЯ СИЛЛОГИСТИКА

С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ СОВРЕМЕННОЙ ФОРМАЛЬНОЙ ЛОГИКИ

Перевод с английского
Н. И. Стяжкина и А. Л. Субботина

Общая редакция
и вступительная статья
проф. П. С. Попова

ИЗДАТЕЛЬСТВО ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва, 1959

Редакция литературы
по философии и психологии

ВСТУПИТЕЛЬНАЯ СТАТЬЯ

Предлагаемая вниманию читателей книга польского логика Яна Лукасевича (1878—1956) «Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики» является одним из выдающихся его трудов.

До опубликования этой работы Лукасевич уже был известен и в Польше и за рубежом как представитель школы математической логики. Еще в 1921 году он издает труд по многозначной логике («Logica dwuwartościowa», Варшава). В 1929 году в печати появляется работа Лукасевича «Elementy logiki matematycznej» («Элементы математической логики»), где уже намечается позднейшее его истолкование силлогистики Аристотеля. Вслед за тем он совместно с Тарским выпускает «Untersuchungen über das Aussagenkalkül» («Исследования по исчислению высказываний»), 1930. После этого он публикует работы: «Zur Geschichte der Aussagenlogik» («К истории логики высказываний»), 1935 (в № 2—3 V тома журнала «Erkenntniss»); «Die Logik und Grundlagenproblem» («Логика и проблема обоснования»), 1938.

Свою деятельность преподавателя Лукасевич начал во Львове, где был профессором с 1911 года; с 1920 года он становится профессором Варшавского университета, в 1949 году его приглашают на должность профессора Дублинского университета (Эйре), где он и читал лекции о логике Аристотеля. Первое издание предлагаемой вниманию читателей книги вышло в 1951 году; второе издание, дополненное анализом модальной логики Аристотеля, появилось уже после смерти автора — в 1957 году. Оно и положено в основу настоящего перевода (с английского).

Автор — один из представителей логического позитивизма. Он создал свою систему математической логики и прекрасно ориентируется в этой отрасли знания, являясь в ней крупным специалистом, Лукасевич выдвинулся также как первоклассный знаток и интерпретатор греческих текстов по логике, при этом кругозор его исключительно широк. Он с необыкновенной тщательностью изучил не только греческие подлинники логических работ Аристотеля, он хорошо знает произведения последователей Аристотеля. При этом он оказался подлинным новатором в подходе к использованию сочинений комментаторов Аристотеля. Особо плодотворным является то, что он привлекает к изучению Аристотеля тексты Александра Афродизийского, комментатора «Первой аналитики» Аристотеля, писателя II—III веков н. э., а также Иоанна Филопона (VI век). Работами Александра пользовался и старый историк логики Прантль, но Лукасевич извлек из Александра нечто неожиданно новое по значимости. Выдвигая свою систему логики, Аристотель многого недоговаривал. Он далеко не всюду открыто выявлял свои ведущие принципы; формулируя основные правила выводов, он часто не приводил их в систему, а просто упоминал по мере анализа отдельных модусов и фигур. Лукасевич сумел выдвинуть на первый план тщательно обдуманные и четко сформулированные Александром обобщения приемов логической мысли Аристотеля, последовательное истолкование ряда правил и определений Аристотеля, которые у творца классической логики нередко оставались разбросанными, несобранными. О многом он умалчивал и нередко пользовался приемами и операциями мысли чисто интуитивно.

С не меньшим успехом использует Лукасевич взгляды стоиков, убедительно показывая, что их произведения с новой стороны освещают систему Аристотеля; стоики явились продолжателями дела Аристотеля и сумели развить логические открытия Аристотеля.

Результаты наблюдений Лукасевича над логической мыслью Аристотеля оказались исключительно плодотворными. Лукасевич с большой проницательностью раскрыл особенности подхода Аристотеля к решению проблем силлогистики и показал несостоятельность некоторых традиционных взглядов на логику Аристотеля,

которые не опираются на текстологическую основу произведений самого Стагирита.

В итоге Лукасевич пришел к выводу, что следует строго отличать аристотелевскую логику от логики традиционной. Принцип de omni et de nullo (обо всем и ни о чем), составляющий аксиому дедукции у того же Боэция и последующих средневековых логиков, не может служить основным принципом силлогистики Аристотеля. Популярный пример силлогизма «Все люди смертны, Сократ человек, следовательно, Сократ смертен» прямого отношения к Аристотелю не имеет, им нельзя иллюстрировать ход мысли по модусам Аристотеля. Все посылки и заключения у Аристотеля построены на терминах, имеющих общий характер, то есть относящихся к совокупностям предметов. Единичный термин Аристотель игнорировал; не употреблял он также отрицательных терминов. У читателей, знающих Аристотеля понаслышке, широко раскрываются глаза, настолько самые простые наблюдения Лукасевича идут вразрез с установившимися, предвзятыми мнениями о силлогизме Аристотеля. Даже такие термины, как «человек» и «живое существо», хотя и фигурируют на страницах «Аналитики», но, согласно точке зрения Лукасевича, нехарактерны для логической системы Аристотеля.

В основе системы Аристотеля лежат выражения с переменными аргументами типа *Aab* или *Iab* с их отрицаниями. Спор о том, является ли силлогистика Аристотеля теорией классов или нет, кажется Лукасевичу бесплодным. Теория Аристотеля не является ни теорией классов, ни теорией предикатов. Это совершенно самобытная дедуктивная система, которая занимает свое прочное, самостоятельное место в ряде других дедуктивных систем. У нее своя аксиоматика и свое поле приложения.

Особенностью системы Аристотеля является то, что ни один силлогизм у него не формулируется как вывод; всякий силлогизм для него — это условное предложение, в котором антецедентом является конъюнкция посылок, а консеквентом — заключение.

Чтобы понять систему Аристотеля, надо исключить единичные, отрицательные и пустые термины. Пустые классы Аристотель игнорирует. Нет оснований вводить в силлогистику Аристотеля и кванторы.

В связи с этим Лукасевич приходит к выводу, что систему Аристотеля извращают представители не только так называемой традиционной логики, но и логики математической. Так, для Аристотеля является законом $Aab \rightarrow Iab$ (если всякое a есть b, то некоторое a есть b) именно в силу непризнания им пустых терминов; поэтому не обоснован такой подход к логике Аристотеля, при котором из его 14 модусов трех первых фигур (о четвертой фигуре будет сказано ниже) признается 12 модусов, а остальные 2 модуса (Darapti, Felapton) отбрасываются как незаконные. Такова точка зрения Стеббинг и многих других современных логиков. Но, поскольку Аристотель не допускает пустых терминов, установки авторов некоторых современных учебников по математической логике к нему неприложимы.

С исключительной четкостью воспроизводит Лукасевич в терминах математической логики систему Аристотеля в виде самостоятельной теории дедукции.

В качестве основных терминов в системе Аристотеля принимаются отношения A и I (общеутвердительные и частноутвердительные суждения); E и O определяются через A и I (согласно логическому квадрату); приняв эти термины, Лукасевич строит всю силлогистику, исходя из четырех аксиом: 1) a присуще всякому a (Aaa); 2) a присуще некоторому a (Iaa); 3) если a присуще всякому b и b присуще всякому c, то a присуще всякому c ($Aba \bullet Acb \rightarrow Aca$) Barbara; 4) если a присуще всякому b и c присуще некоторому b, то a присуще некоторому c ($Aba \bullet Ibc \rightarrow Ica$) Datisi (см. параграф 15).

Излагая основания силлогистики (см. параграф 25), Лукасевич фиксирует три основных составных элемента системы: 1) первоначальные термины A и I, а также определяемые через них E и O; 2) четыре вышеприведенные аксиомы; 3) правила; сюда относятся правило подстановки и правило отделения (если $C\alpha\beta$ и α — выражения, нами принятые, то и β — принятое выражение). Здесь C — знак импликации в бесскобочном исчислении Лукасевича, которое предполагается уже построенным. Лукасевич считает, что Аристотель, не выявляя, интуитивно пользовался правилами, формализуемыми в настоящее время в исчислении высказываний; бесскобочный способ изложения исчисления выска-

зываний и был предложен Лукасевичем. Все аристотелевские модусы (причем два из них приняты в качестве аксиом) Лукасевич выводит, опираясь на эти исходные элементы.

Аксиоматизация Лукасевичем дедуктивной системы Аристотеля на редкость удалась: все виды умозаключений можно выводить в строгом порядке при наличии всего четырех аксиом, формулируемых с большой прозрачностью.

Удача эта связана с тем, что Лукасевич избрал аксиомы в духе Аристотеля в соответствии с основными установками последнего; важное значение имело и то обстоятельство, что Лукасевич подошел к анализу аристотелевской системы с точки зрения более развитой теории современной формальной логики. Так, для логики Аристотеля безразличен объем предиката; предикат можно не квантифицировать. При квантификации предиката аксиоматика осложняется и становится более громоздкой; этого Лукасевич избежал благодаря превосходному знанию приемов Аристотеля.

Можно это иллюстрировать следующим фактом. Уже после смерти Лукасевича Феррисом («The Journal of the Simbolic Logic», 1957, № 1) была предложена собственная аксиоматизация силлогистики Аристотеля. Им было сформулировано десять аксиом. Первая аксиома Ферриса: $a = a$. Вообще все первые пять аксиом, выдвинутые Феррисом, определяют равенство. Между тем Аристотель в своем построении не опирается на равенства. Также не в духе Аристотеля были в свое время сформулированы французским математиком Жергоном пять отношений между классами для объяснения силлогизмов, на которые опирается Феррис. Первое, второе и четвертое отношения Жергона объединяются у Аристотеля именно в силу того, что он не квантифицирует предикат.

По сравнению со всеми другими системами именно интерпретация Лукасевича может быть признана вполне адекватной замыслу Аристотеля. Можно сказать, что никто из крупнейших исследователей Аристотеля, начиная с Прантля, не сумел систематизировать его логическую систему столь сжато и убедительно, как это сделал Лукасевич. Он уловил различие модусов разных фигур у Аристотеля. Разные фигуры для Аристотеля неравно-

правны. Позднейшие логики ошибались в своей попытке нивелировать их. Совершенная фигура одна, как говорит Аристотель о первой фигуре; остальные фигуры — несамостоятельные, несовершенные. Они дают истинное заключение постольку, поскольку их можно свести к первой фигуре. Далее, Аристотель неизменно настаивал на том, что утверждать истинность общеутвердительного суждения — то же, что отрицать истинность соответствующего частноотрицательного суждения ($Aab \equiv \overline{Oab}$), утверждать же истинность общеотрицательного суждения — то же, что отрицать истинность соответствующего частноутвердительного суждения ($Eab \equiv \overline{Iab}$), а в таком случае все сводится к Barbara и Datisi, именно они и служат, согласно точке зрения Лукасевича, двумя основными аксиомами силлогистики Аристотеля.

Излагая систему Аристотеля в символической форме, Лукасевич стремится по возможности сохранить ее своеобразие. Он принимает аристотелевскую идею отбрасывания неправильных силлогистических форм и возводит ее в последовательно логический принцип.

Аристотель отбрасывал неправильные формы силлогизмов следующим образом: он приводил такие примеры конкретных терминов, которые, удовлетворяя посылкам силлогизма, не удовлетворяли его заключению. В этом Лукасевич справедливо усматривает внелогический акт. В своем систематическом изложении силлогистики Лукасевич предложил особый, чисто логический способ отбрасывания неправильных силлогистических выражений. Он доказал, что, приняв некоторые правила (названные им правилами отбрасывания) и взяв за аксиому неправильный модус второй фигуры «если всякое *c* есть *b* и всякое *a* есть *b*, то некоторое *a* есть *c*» [1], мы в состоянии путем логических выкладок отбросить любое ложное выражение силлогистики.

Разумеется, при изложении силлогистики в символической форме перед автором возникает много новых проблем, от понимания которых были далеки как Аристотель, так и его последователи, проблем, которые необходимо разрешить, если подходить к силлогистике

---

[1] Согласно символике Лукасевича, формула изображается так: *CKAcbAablac* (разъяснение символов см. ниже).

с точки зрения запросов и требований современной формальной логики. Достаточно указать, например, на изящно выполненные Лукасевичем доказательства непротиворечивости и независимости системы аксиом силлогистики и на целый комплекс логических изысканий в связи с решением проблемы разрешимости. Исследование Лукасевичем ассерторической силлогистики завершается именно решением этой проблемы, то есть доказательством существования таких групп аксиом и правил вывода, которые позволяют относительно любого осмысленного выражения силлогистики сказать, принимается ли оно в качестве истинного или же отбрасывается как ложное. Этим заканчивался текст первого издания книги Лукасевича, вышедшей в 1951 году.

Во втором издании своей книги Лукасевич к анализу ассерторической силлогистики присоединил еще три главы, касающиеся модальной силлогистики. Они также заслуживают всяческого внимания. Лукасевич предупреждает, что его «система модальной логики отлична от любой другой системы этого рода; *исходя из нее* (курсив мой. — *П. П.*), я смог уяснить ряд трудностей и исправить ошибки аристотелевской модальной силлогистики». Наряду с этим утверждением надо также обратить внимание на начальные слова VI главы книги: «Аристотелевская модальная силлогистика почти непостижима вследствие содержащихся в ней многих дефектов и противоречий».

В данном своем отзыве Лукасевич примыкает к мнению античных авторов, и прежде всего учеников Аристотеля, стремившихся упростить выкладки Аристотеля в области модальной логики. Если в отношении ассерторической силлогистики Лукасевич самостоятельно разрабатывает систему Стагирита, стремясь освоить ее в строго аристотелевском духе, то модальную силлогистику Аристотеля он приспосабливает к собственному пониманию модальности. Если в первой части своего труда Лукасевич был в высшей степени историчен, то во второй части он использует из Аристотеля лишь то, что ему подходит. Поэтому адекватной картины вероятностной логики Аристотеля мы в трех последних главах Лукасевича не находим.

Так, Лукасевич почему-то вовсе не разбирает различия трех видов суждений возможности, на особенностях

которых так настаивает Аристотель в двух нелегко согласуемых главах, а именно в главе третьей и тринадцатой книги первой «Аналитики»[1].

Аристотель отличает: 1) суждения возможности как ослабленную степень необходимых и ассерторических суждений; здесь «возможно, что *a* есть *b*» означает: *во всяком случае* это возможно, но необходимость и ассерторичность не исключаются в этом смысле, — и необходимое возможно, одно другому не противостоит; 2) собственно возможное: что́ возможно по природе и соответствует тому, что́ чаще всего встречается; «возможно, что *a* есть *b*» в этом плане означает «это только возможно». Здесь возможность противостоит необходимому и его исключает; 3) неопределенно возможное: здесь «возможно, что *a* есть *b*» подразумевает «одинаково возможно, что *a* не есть *b*». О неопределенно возможном, по Аристотелю, нет ни науки, ни необходимого силлогизма, поэтому в центре внимания у Аристотеля находится «возможно» в смысле «только возможно», что противостоит необходимому.

Что же касается первой категории возможности, то возможность здесь, согласно Аристотелю, выступает в качестве ослабленной степени необходимости и называется так только омонимически: по существу, никак нельзя совмещать необходимое и возможное; они совместимы только по имени, природа же их отлична. Возможность нельзя толковать как ослабленную необходимость.

Если же поставить вопрос об отличии собственно возможного от неопределенно возможного, то тут есть неясность: в каком смысле собственно возможное допускает истинность обратного по сравнению с тем, как это происходит с неопределенно возможным, где возможность того, что *a* есть *b*, допускает также возможность того, что *a* не есть *b*.

По компетентному разъяснению Вайтца, сказать: вероятнее, что *a* есть *b*, — не то же самое, что сказать: это столь же вероятно, как и обратное. По Вайтцу, отличие здесь только в том, что при первом условии про-

---

[1] Правда, как бы в дополнение ко всему ранее изложенному в последней главе на стр. 278 Лукасевич цитирует важное место из главы тринадцатой «Первой аналитики», но лишь в целях обнаружения ошибок Аристотеля — мнимых, как мы покажем ниже.

исходящего (τὸ πεφυκός) скорее будет верным предположение о возможности осуществления, нежели предположение о невозможности осуществления данного события, хотя такое событие случается и не в силу необходимости; во втором же (τὸ ἀόριστον) — возможность того, что нечто произойдет, не больше и не меньше возможности того, что оно не произойдет («Aristotelis Organon graece», ed. Th. Waitz, pars I, 1894, p. 404).

Ближайшие последователи Аристотеля, идя по линии наименьшего сопротивления (поскольку понимание Аристотелем возможного как только возможного приводит к большим трудностям в связи с исключительной тонкостью мысли Аристотеля в данном пункте), отказались от собственно возможного и приняли наиболее элементарное толкование, которое Аристотелем, по существу, отбрасывается: понимание возможного как ослабленной степени необходимости. Согласно такой упрощенной концепции, не так сложно строить и модальный силлогизм. Именно в связи с этим привилось правило средневековых логиков: от необходимости к бытию и от бытия к возможности можно заключить, от возможности к бытию и от бытия к необходимости заключать нельзя.

Как ни странно, к этой вульгарной традиции примыкает и Лукасевич, когда говорит (в начале параграфа 38): «Два известных схоластических принципа модальной логики: Ab oportere ad esse valet consequentia и Ab esse ad posse valet consequentia — были известны Аристотелю, однако явно им не были сформулированы. Первый принцип в нашей системе символики гласит (*C* — это знак функтора «если — то»):

3. *CLpp*, то есть если необходимо, что *p*, то *p*.

4. *CpMp*, то есть если *p*, то возможно, что *p*» [1].

В качестве третьей и четвертой формул данные положения входят в состав восьми формул, о которых в параграфе 38 («Основная модальная логика») Лукасевич пишет: «Я называю систему «основной модальной логикой», если только она удовлетворяет формулам 1—8». Из этих восьми формул последние четыре представляют отбрасываемые выражения; первые две определяют условия возможности и необходимости (1, воз-

[1] *L* — необходимость, *M* — возможность.

можно, что p, если и только если не необходимо, что не-p; 2, необходимо p, если и только если невозможно не-p). Центр тяжести лежит в третьей и четвертой формулах. Они соответствуют пониманию возможности как ослабленной необходимости. Но это идет вразрез с пониманием возможности, которое является центральным для Аристотеля. Что же удивительного в том, что определение, соответствующее этому центральному положению Аристотеля, несовместимо с системой Лукасевича?

По поводу формулы 48. *QTpKNLpNLNp* [1], в переводе на язык формальной логики, означающей: «Случайно, что p, если и только если не необходимо, что p, и не необходимо, что не p», — Лукасевич пишет: «Так как фраза «не необходимо, что не p» означает то же самое, что и «не невозможно, что p», то, грубо говоря, мы можем сказать: «Нечто случайно, если и только если оно не является необходимым и не является невозможным» (стр. 218).

Не понятно только, почему Лукасевич называет данное определение определением случайности по Аристотелю, ведь случайность Аристотель обозначает греческим словом συμβεβηκός. В своем «философском словаре» (книга пятая «Метафизики») он посвящает понятию случайности особую главу (30), причем заботливо оговаривается, что «случайное» не означает «в преобладающем числе случаев» (ἐπὶ τὸ πολύ), а возможное в собственном смысле как раз обозначает то, что происходит «в преобладающем числе случаев»; ясно, что «случайность» относится к тому, что Аристотель называет неопределенно возможным и о чем, по его мнению, не может быть ни знания, ни необходимого силлогизма. Наука же, по мнению Аристотеля, имеет дело с такой возможностью, которая относится к большинству случаев, а это обозначается через ἐνδεχόμενον. Все это прекрасно известно Лукасевичу, превосходному знатоку греческих текстов. Он и приводит справку из Александра: «οὔτε γὰρ ἀναγκαῖον οὔτε ἀδύνατον τὸ ἐνδεχόμενον» [2] (стр. 155). Сказано: возможное (ἐνδεχόμενον), а не случайное (συμβεβηκός).

---

[1] Q обозначает: «если и только если»; T — функтор, обозначающий «случайно, что»; K значит «и» (конъюнкция); N — знак отрицания.

[2] «Ибо возможное (мыслимое) не есть ни необходимое, ни невозможное».

Лукасевич заключает, что следствия из этого определения, вместе с другими утверждениями Аристотеля о случайности (читай: о собственно возможном в смысле Аристотеля), порождают новые значительные трудности (стр. 219).

Разумеется, будут значительные трудности, если в основание выкладок Аристотеля вложено такое определение возможного, которое соответствует только формулам собственной модальной системы Лукасевича. Параграф 60 своей книги Лукасевич называет «Исправление ошибок Аристотеля» и начинает его словами: «Аристотелевская теория случайных силлогизмов полна серьезных ошибок». Но ведь это не ошибки, а выводы, которые следуют из предпосылок самого Аристотеля и расходятся с выводами Лукасевича, у которого предпосылки иные.

Так, формула Лукасевича 136. *QTEbaTEab* опирается на формулу 123. *CMEbaMEab*, а последняя восходит к формуле XIX, которая сводится к выражению $p \rightarrow q) \rightarrow$ (возм. $p \rightarrow$ возм. q) [1]; выражение же это противоречит аристотелевскому определению собственно возможного. Выходит, что Аристотель сам по себе, а Лукасевич сам по себе. Доказательство формулы 136, утверждающей, что случайные общеотрицательные предложения обратимы, противоречит логике Аристотеля.

Соображение Аристотеля очень просто и очевидно, если мы не будем терять из виду его понимания возможности: под возможным следует иметь в виду возможность в собственном смысле, то есть только возможное, а не необходимое. Предположим, что общеотрицательные суждения возможности обратимы. Но ведь по определению Аристотеля собственно возможного всякое общеотрицательное суждение допускает соответствующее общеутвердительное (если только возможно, что всякое a есть b, то возможно и обратное: ни одно a не есть b), а в таком случае мы будем иметь также право обращать без ограничения и общеутвердительные суждения. Но это не так, ибо из того, что нечто, возможно, присуще всякому другому, вовсе не следует, что это другое (b) вообще возможно присуще первому (a);

---

[1] Здесь знак «→» обозначает связку «если — то».

возможно лишь, что некоторое *a* присуще *b* (Аристотель, 36b35 — 37a3).

Все это доказывает, что не следовало Лукасевичу, поскольку он писал исторический труд об Аристотеле, подгонять модальное учение Аристотеля под собственные схемы. Это и послужило источником путаницы. В связи с этим приходится поставить в упрек Лукасевичу, что он произвольно толкует некоторые важные высказывания Аристотеля, очевидно считая, что, поскольку они относятся к философии, а он занят лишь формализацией чисто логических выкладок Аристотеля, постольку с ними можно не считаться. Так, на стр. 193 Лукасевич заявляет: «Согласно Аристотелю, только предложения являются необходимыми, невозможными, возможными или случайными». Заявлять так — значит игнорировать всю «Метафизику» Аристотеля, в которой возможность, действительность и необходимость представляют собой основные онтологические категории.

Все происходящие в мире процессы Аристотель сводит к движению от возможного к действительному. В связи с этим Аристотель принципиально отличает δυνατόν от ἐνδεχόμενον. Δυνατόν (возможное) — термин прежде всего онтологический; ἐνδεχόμενον (собственно мыслимое) — термин, по существу, логический, относящийся к познанию, а не к природе. В своем «философском словаре» Аристотель именно так рассматривает термин «возможность», выдвигая затем понятие «мыслимость» (книга пятая «Метафизики», глава двенадцатая). С этим Лукасевич абсолютно не считается.

Между прочим, это игнорирование философского смысла терминов Аристотеля привело Лукасевича к совершенно неприемлемому для нас скептическому истолкованию закона причинности в заключительном параграфе 62 «Философские выводы из модальной логики», согласно которому «подлинно аподиктических предложений нет, а с точки зрения логики нет различия между математической и эмпирической истиной» (стр. 281); «закон причинности... должен рассматриваться только как гипотеза» (стр. 283).

Лукасевич заключает в конце своей книги: «Если истина состоит в соответствии мысли с действительностью, то мы можем сказать, что те предложения сегодня истинны, которые соответствуют сегодняшней дей-

ствительности или будущей действительности, поскольку она предопределена причинами, существующими сегодня. Так как завтрашнее морское сражение сегодня недействительно, а его будущее существование или несуществование на сегодня лишено реальной причины, то предложение «Завтра будет морское сражение» на сегодня не истинно и не ложно. Мы можем только сказать: «Морское сражение может быть завтра» и «Морское сражение может не быть завтра». Завтрашнее морское сражение является случайным событием, а если имеются такие события, то детерминизм опровергается».

Под детерминизмом Лукасевич понимает объективную значимость закона причинности. Все его скептические, идеалистические по своему содержанию рассуждения по поводу закона причинности в пользу полного индетерминизма неприемлемы по существу. Они противоречат и точке зрения Аристотеля.

Роковым образом сказалось именно то, что вместо четкого разграничения возможного и необходимого по Аристотелю Лукасевич предпочитает говорить о возможном как об ослабленной необходимости, а о необходимости — как просто о более сильной возможности, ничем, однако, принципиально от нее не отличающейся. На стр. 281—282 читаем: «Если мы употребим ни к чему не обязывающие выражения «сильное» и «слабое» вместо «необходимое» и «случайное», мы избавимся от некоторых опасных ассоциаций, связанных с модальными терминами. Необходимость подразумевает принуждение, случайность — выбор. Мы заявляем: «необходимо», когда мы вынуждены делать так. Но если $L\alpha$ (необходимо α) — просто более сильное утверждение, чем α и при этом α — истинно, то почему мы должны настаивать на $L\alpha$?» В этих строках открыто проявляется пробабилизм, скептический релятивизм.

Исходя из своего релятивизма и индетерминизма, Лукасевич пишет на стр. 219—220 следующее: «предложения «возможно, что завтра будет морское сражение» и «возможно, что завтра не будет морского сражения» *сегодня оба истинны* (курсив мой. — *П. П.*), и это будущее событие является случайным».

Это утверждение как раз противоречит Аристотелю (мы уже выше отметили, что Лукасевич сводит к случайности то, что Аристотель вовсе не рассматривает как

чистую случайность). Но и фактически — в примере с морским сражением — он совсем не так толкует это предположение, хотя безоговорочно к Аристотелю нельзя присоединиться. Аристотель писал: необходимо, что завтра будет или не будет морское сражение, но при этом нет необходимости, чтобы завтра было сражение; так же мало необходимо, чтобы сражения не было. Необходимо только то, чтобы оно было, либо нет. Но при таком истолковании обе части альтернативы, по Аристотелю, «на сегодня» никак не могут быть одновременно истинными. Так, далее Аристотель говорит: «Необходимо, чтобы один член противоречия был истинным или ложным, но не обязательно именно этот или тот член» (конец главы IX «Об истолковании»).

Таким образом, вступая в разногласие с Аристотелем, Лукасевич лишний раз демонстрирует, какими последствиями чревата концепция, подвергающая сомнению объективность нашего знания, — попытка обойти закон причинности, выдвинув на его место чистый пробабилизм: пробабилизм допускает только гипотетическое знание и усматривает в законах науки лишь более или менее вероятные обобщения.

Материализм прочно обосновывает закон причинности, без которого невозможно правильное понимание законов науки; поскольку Лукасевич чуждается материализма и хочет найти себе убежище в тех или иных положениях релятивизма, он явно погрешает и против логики, сводя ее к сумме условно принимаемых положений (аксиом) и системе всех вытекающих из них следствий.

Следует признать, что наиболее безупречной, наиболее сильной частью книги Лукасевича является та, где речь идет об ассерторическом силлогизме. Она действительно адекватна концепции Аристотеля, и эту концепцию система Лукасевича весьма отчетливо выявляет в терминах современной логики.

Однако, на наш взгляд, и в этой части работы Лукасевича имеется ряд положений, с которыми вряд ли можно согласиться в плане истории логики.

Начнем с наименее принципиального, а потом уже подойдем к более серьезным положениям.

1) Неправильно утверждать, будто, по Аристотелю, вещь может быть высказываема о другой вещи; по

этому поводу Лукасевич считает целесообразным полемизировать с Аристотелем.

Но ведь в таком смысле Аристотель никогда не называл предикаты *вещами*. Он говорил: ἁπάντων τῶν ὄντων— из всего существующего иное таково, что вообще не может высказываться как истинное ни о чем другом, о н е м же может быть высказано другое (см. «Первая аналитика», 43а 33).

Вполне допустимо сказать: это понятие — одно, то понятие — другое. Можно даже сказать: второе понятие — совсем другая вещь, но из этого вовсе не следует, что при таких высказываниях под понятиями разумеются предметы внешнего мира. Высказывание не есть фикция, оно тоже принадлежит к сфере существующего, но опять-таки это вовсе не значит, что речь идет о вещах, о предметах в буквальном смысле слова.

2) Лукасевич говорит, что Аристотель игнорирует единичные предложения и термины; по этому поводу он высказывается следующим образом: «Самым большим дефектом аристотелевской логики является то, что в ней не нашлось места единичным терминам и предложениям» (стр. 40). Но Лукасевич не обратил внимания на то, что в данном пункте у Аристотеля обнаруживается колебание. В главе пятой «Категорий» высказывание типа «Этот человек — Сократ» для него есть предложение. Правда, в начале своего трактата он говорит иначе; в главе второй сказано, что «этот человек» или «эта лошадь» (ὁ τὶς ἄνθρωπος καὶ ὁ τὶς ἵππος) не может быть сказуемым (οὔτε καθ'ὑποκειμένου λέγεται). В главе пятой тех же «Категорий» Аристотель подчеркивает, что, если мы берем единичную сущность, но она не может высказываться как понятие, то нет препятствий к тому, чтобы находящееся в субстрате высказывалось как имя. Следовательно, «это — Сократ» будет предложением в качестве высказывания наименования данного живого существа. Сам Лукасевич правильно указывает на текст из «Первой аналитики» (43а 33), из которого ясно, что Аристотель четко фиксирует такие предложения с единичными предикатами, как «то белое есть Сократ» или «тот, кто идет — Каллий».

Аристотель работал над логикой и силлогизмами в рамках родо-видовых отношений, но не отрицал наличия единичных терминов. Ведь естественно, что он,

как первый логик, должен был с чего-то начать и не мог охватить все виды суждений сразу. Нельзя квалифицировать как «самый большой дефект» отсутствие того, что Аристотель считает закономерным, но чем он не мог заняться просто в силу того, что до него ничего не было сделано в области формальной логики. Не мог же он охватить все сразу. Самую же проблему он счел бы закономерной, судя по основным его высказываниям.

3) Лукасевич заявляет, что впервые Теофраст нашел для «бездомных» в аристотелевской системе модусов четвертой фигуры место среди модусов первой фигуры. Для этого якобы Теофраст вынужден был ввести некоторые изменения в аристотелевское определение первой фигуры. «Вместо того чтобы говорить, что в первой фигуре средний термин является субъектом большей и предикатом меньшей посылки, *как это делал Аристотель* (курсив мой. — *П. П.*), Теофраст говорил вообще, что в первой фигуре средний термин является субъектом в одной посылке и предикатом — в другой» (стр. 67, со ссылкой на главу двадцать третью книги первой «Первой аналитики» Аристотеля).

В действительности именно то, что Лукасевич приписывает исключительно Теофрасту в отличие от Аристотеля, утверждал *сам* Аристотель: «...если средний ⟨термин⟩ высказывается об одном ⟨из крайних⟩, а другой ⟨крайний термин⟩ высказывается о среднем... то получается первая ⟨фигура⟩» (47в1—2).

Если учитывать последовательность посылок, то мы тут усмотрим модус четвертой фигуры (Bramantip). Но можно подразумевать и Barbara, ибо сказано только то, что в одной посылке средний термин занимает место предиката, в другой — субъекта, порядок же не указан. Таким образом, под первой фигурой у Аристотеля подразумеваются как модусы традиционной первой фигуры, так и модусы четвертой, то есть обратное тому, что утверждает Лукасевич. Лукасевич пишет: «Александр повторяет это определение... Теофраста и, вероятно, не видит его отличия от аристотелевского описания первой фигуры» (стр. 67). Остается сделать вывод: Александр совершенно прав, и исправлять его нечего.

4) Лукасевич утверждает, что аристотелевская логика никакого отношения к мышлению не имеет и что

«среди затронутых им логических проблем не встречается ни одной, связанной с таким психическим явлением, как мышление» (стр. 49).

Лукасевич делает из Аристотеля антипсихологиста в духе некоторых современных математиков, увлеченных всяческим формализмом в логике и не усматривающих при этом никакой связи логики с гносеологией.

Такой подход является прежде всего антиисторическим и не соответствует духу философии и логики Аристотеля.

В книге третьей трактата «О душе» — этого первого в истории науки трактате по психологии — Аристотель раскрывает некоторые принципиальные стороны учения о познании в его связи с гносеологическими, психологическими и логическими проблемами. «Вторая аналитика», представляющая собою продолжение первой, выявляет гносеологический смысл многих логических учений, оперирует понятиями обучения, знания, мыслительных способностей, ума; начинается она словами: «Всякое учение (διδασκαλία) и интеллектуальное обучение (μάθησις διανοητική) основано на некотором уже ранее имеющемся знании». Итак, с первой страницы этого труда логика именуется интеллектуальным обучением. Последняя, принципиально важная глава «Второй аналитики», являющаяся гносеологической основой для всей логики Аристотеля, подводит итог содержанию обеих его «Аналитик». Аристотель пишет: «Таким образом, относительно силлогизма и доказательства ясно, что́ представляет собой каждое из них и каким образом они строятся, вместе с тем — и относительно доказывающей науки (ἐπιστήμης ἀποδεικτικῆς), ибо она то же самое, ⟨что доказательство⟩». И далее: «Таким образом, ясно, что первичное нам необходимо познавать посредством индукции, ибо таким ⟨именно⟩ образом восприятие созидает (ἐμποιεῖ) общее (τὸ καθόλου). Так как из способности мыслить (ἐπεὶ δὲ τῶν περὶ διάνοιαν ἕξεων), обладая которой, мы познаем истину, одними всегда постигаются истины, а другие ведут также к ошибкам (например, мнение и рассуждение), истину же всегда дают наука и ум, следовательно, никакой другой род ⟨познания⟩, кроме ума, не является более точным, чем наука (ἐπιστήμη)», то есть научное знание.

В следующей же строчке говорится, что всякое научное знание происходит через обоснование — логос (ἐπιστήμη δ'ἅπασα μετὰ λόγου), то есть через понятия.

В главе двадцать третьей книги первой «Второй аналитики» сказано: «И как в других ⟨случаях⟩, так и ⟨в доказательствах⟩ начало есть нечто простое, но оно не везде одно и то же... в силлогизме единица — это неопосредствованная посылка, в доказательстве же и в науке — это ум» (85а 1).

Как же после этого говорить, что Аристотель не дает ответа на вопрос, что́ является предметом логики, и не касается процессов умственной деятельности? Но именно в связи с этим Лукасевич подменяет определения Аристотеля выкладками перипатетиков в передаче Аммония (стр. 49).

В связи с интересующим нас вопросом безусловно прав наш советский исследователь логики Аристотеля А. С. Ахманов, писавший: «Знание общего и необходимого (предмет логики. — *П. П.*) предполагает другую способность, которую Аристотель называет умом (νοῦς) или мышлением (νόησις)» (А. С. Ахманов, Логическое учение Аристотеля, «Ученые записки МОПИ», т. XXIV, стр. 35).

Ошибочное истолкование Лукасевича можно объяснить следующим обстоятельством. У Аристотеля есть различие в подходе к изучению форм мышления: в «Первой аналитике» он дает чистую технику, формализуя средства мышления, употребляя только такие понятия, как силлогизм, совершенный силлогизм, модусы, предложения, термины и т. п. Судя по содержанию «Первой аналитики», можно действительно сказать, как это и делает Лукасевич, что, согласно Аристотелю и перипатетикам, к логике принадлежат силлогистические законы, выраженные в переменных (если *A* присуще всякому *B*, а *B* — всякому *C*, то *A* присуще всякому *C*). Такова логическая техника, но это вовсе не значит, что к этой технике сводится вся логическая проблематика Аристотеля; из «Аналитик» нельзя удалить таких терминов, как ἐπιστήμη (наука), νοῦς (ум), συλλογισμός ἐπιστημονικός (научный силлогизм).

Нельзя сводить все содержание логики Аристотеля к тем или иным математическим схемам. В связи с этим вызывает протест презрительное, менторское отношение

Лукасевича к трудам таких историков логики, как Прантль и Майер. Прантль был гегельянцем, он нередко допускал такие интерпретации Аристотеля, к которым следует относиться критически. Что он не знал современной математической логики, с этим, конечно, легко согласиться, и по данному пункту никто не будет спорить с Лукасевичем, — ведь Прантль писал об Аристотеле более ста лет назад. Но ведь и Аристотель не знал современной математической логики, тем не менее он является отцом и основоположником логики как науки; в качестве такого основоположника его прежде всего и следует изучать, не модернизируя его, как это порой делает Лукасевич.

5) Сюда относится и другое крупное недоразумение, в котором повинен Лукасевич. В связи с тем коренным преобразованием, которым, по Лукасевичу, логика обязана Аристотелю и которое сводится к тому, что он ввел в логику понятие переменной, Лукасевич протестует против возможности признания в логике объемного характера соответствующих терминов при интерпретации понятия переменных. Приведя образец силлогизма по модусу Barbara: «Если все птицы — живые существа и все вороны — птицы, то все вороны — живые существа», — Лукасевич замечает, что, согласно объяснению Аристотеля, крайними терминами являются «живое существо» и «ворона», а «птица» будет средним термином. «Очевидно, — добавляет Лукасевич, — что больший термин так называется потому, что он наибольший по объему, тогда как меньший термин является наименьшим» (стр. 68).

Но, по мнению Лукасевича, поскольку «силлогизмы с конкретными терминами являются лишь применениями логических законов, сами же не принадлежат к логике», постольку подлинные логические законы таковы, что в отношении к ним *нельзя определять объемные отношения между переменными.* Можно сказать, что *B* есть субъект в первой посылке и предикат во второй, но нельзя утверждать, что *B* содержится в *A* или что оно содержит *C*; силлогизм истинен для всех значений переменных *A, B* и *C*, даже для тех, которые не делают истинными его посылки.

По мнению Лукасевича, может быть создан следующий подлинный силлогизм: «Если все вороны — птицы

и все живые существа — вороны, то все живые существа — птицы» (стр. 69).

При создании подобных вымученных схем современные сверхформалисты-логики забывают, что, конечно, можно словесно по-новому перенумеровать все виды живых существ, перераспределив по-своему названия, разумея, например, под тиграми львов, а под слонами попугаев и, мало того, под попугаями всех птиц и даже все живые существа.

Если мы даже будем придерживаться совершенно произвольных названий с единственным требованием не перемешивать вновь эти названия, а сохранять их, согласно произвольно принятому условию, то действительно все останется на месте. Но чтобы *понять* смысл того, что́ «остается на месте», надо будет признать, что произвольный термин «ворона» будет иметь более широкий объем, чем произвольный же термин «живое существо», а термин «птица» будет шире термина «живое существо», иначе все законы логики окажутся неприменимыми.

В логике нет терминов без объема, за исключением терминов изолирующей абстракции и слов-названий, относящихся к чему-то нумерически одному (надо при этом, однако, учитывать, что, по мнению ряда логиков, и единичные термины имеют объем, равный единице).

Особое внимание Лукасевич обращает на силлогизмы с отрицательными выводами; в них крайние термины объемно несравнимы: если S не есть P, то P не есть S (если птица — не человек, то и человек — не птица); объемы S и P несопоставимы, термины по объему могут сравниваться только в том случае, когда один содержится в другом, — так толкует Лукасевич.

Но сам Лукасевич приводит интерпретацию, имеющуюся в пределах той же античной логики (а именно у учителя Александра — Гермина), согласно которой, из двух терминов — «птица» и «человек» — тот больший, который в систематической классификации животных стоит ближе к общему роду «живое существо» — таков термин «птица» в его формальнологическом отличии от термина «человек» (стр. 71—72).

Нет основания увлекаться, как это случилось с Лукасевичем, неисторическим подходом к логике Аристотеля. Характерно в этом отношении следующее утвер-

ждение автора: «Ошибочное определение большего и меньшего терминов, данное Аристотелем для первой фигуры, так же как и принятая им сбивчивая терминология, уже в древности были источниками затруднений».

Но это надуманные, мнимые затруднения, которые могут дезориентировать читателя. Определения большего и меньшего терминов у Аристотеля вовсе не ошибочны. Надо иметь в виду, что для Аристотеля первая фигура является образцовой. Он, как мы это уже видели, называет ее совершенным силлогизмом, поскольку все несовершенные силлогизмы (вторая, третья и четвертая фигуры) оправдываются лишь тем, что они сводимы к модусам первой фигуры. Что же касается определения взаимоотношения большего и меньшего терминов за пределами первой фигуры, то эта работа была произведена Филопоном (VI век), который хорошо обобщил мысль Аристотеля: «Больший термин в выводе — это высказываемое, то есть предикат, меньший термин в выводном суждении — это субъект (субстрат)». Такое определение приводится Лукасевичем на стр. 73. И он же говорит на стр. 69—70: «Аристотель не дает определения для большего и меньшего терминов, пригодного для всех фигур, *однако на практике он рассматривает предикат заключения как больший термин, а субъект заключения — как меньший термин*» (курсив мой. — *П. П.*). Так в чем же дело? Средостения нет, противоречия тоже нет. Зачем же в таком случае было озаглавливать весь параграф 11 как «Историю одной ошибки»? Это широковещательно, но неверно, согласно тому же Лукасевичу, с учетом того, что сам он допускает противоречия на стр. 69—70, 73.

Между тем не кто иной, как сам Лукасевич, в следующей главе своего труда (параграф 15) пишет: «Аристотель принимает в качестве совершенных силлогизмов модусы первой фигуры, названные Barbara, Celarent, Darii, Ferio. Все же в последней главе своего систематического изложения он сводит третий и четвертый модусы к двум первым и, следовательно, принимает в качестве аксиом своей теории наиболее очевидные силлогизмы Barbara и Celarent. Эта деталь немаловажна. Современная формальная логика имеет тенденцию свести число аксиом в дедуктивной теории к

минимуму, и первым представителем этой тенденции является Аристотель» (стр. 88).

Если это так и если, как мы видели с самого начала, эту тенденцию Лукасевич одобряет и приветствует, мало того, на ней строит свою продуманную, замкнутую и вместе с тем исключительно компактную аксиоматику, обосновывающую всю систему силлогистики Аристотеля, то прямо-таки непонятно, почему в параграфе 10 Лукасевич ставит в вину Аристотелю, что последний в основу своих силлогистических изысканий положил именно первую фигуру во всем ее своеобразии. Ведь модусов Barbara и Celarent нет в других фигурах.

Впрочем, эта непоследовательность Лукасевича, как и другие отмеченные выше дефекты его труда, не заслоняет положительных сторон его исследования. Автор выявил символическую форму, в которую можно уложить всю систему Аристотеля.

До появления труда Лукасевича никто данной проблематики не касался. В этом отношении Лукасевич сказал новое слово о системе Аристотеля, и эта заслуга ныне покойного польского ученого останется за ним навсегда.

П. Попов

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

В июне 1939 года я прочитал в Польской академии наук в Кракове доклад об аристотелевской силлогистике. Резюме этого доклада было набрано в том же году, однако из-за войны не было опубликовано. Оно появилось лишь после войны, но было датировано 1939 годом. В течение лета 1939 года я подготовил в Польше более детальную монографию по этому вопросу и уже получил оттиски ее первой части, когда в сентябре типография была полностью разрушена бомбардировкой — и все погибло. В то же самое время вся моя библиотека вместе с моими рукописями сгорела от прямого попадания бомбы. Продолжать же работу во время войны было невозможно.

Только спустя десять лет я получил возможность снова вернуться к моим исследованиям в области аристотелевской силлогистики, на этот раз в Дублине, где начиная с 1946 года я читал лекции по математической логике в Королевской ирландской академии. По приглашению Университетского колледжа в Дублине я прочел в 1949 году десять лекций по аристотелевской силлогистике, и настоящая работа является результатом этих лекций.

Настоящая работа ограничивается немодальными, или ассерторическими, силлогизмами, поскольку их теория составляет наиболее важную часть аристотелевской

логики. Систематическое изложение этой теории содержится в главах первой, второй и четвертой — седьмой книги первой «Первой аналитики». Эти главы в редакции Т. Вайтца (Th. Waitz) — теперь уже более чем столетней давности — являются главным источником моего изложения. К сожалению, я не мог использовать новый текст «Первой аналитики», опубликованный в 1949 году под редакцией, с введением и комментариями Дэвида Росса, так как историческая часть моей работы была к тому времени уже окончена. Я смог лишь исправить цитаты из Аристотеля по тексту издания Дэвида Росса. В английском варианте греческих текстов «Аналитик» я, насколько это было возможно, твердо держался оксфордского перевода Аристотеля. Я привлек и тексты античных комментаторов, в особенности Александра. Укажу также, что решением исторических проблем, связанных с приписыванием Галену изобретения четвертой фигуры силлогизма, я обязан одному анонимному древнему комментатору.

Настоящая работа состоит из исторической части (главы I—III) и систематической части (главы IV и V). В исторической части я пытался излагать аристотелевское учение, как можно ближе следуя текстам Аристотеля, однако везде стремясь объяснить их с точки зрения современной формальной логики. По моему мнению, на сегодняшний день еще не существует заслуживающего доверия истолкования аристотелевской силлогистики. До сих пор все подобные толкования давались не логиками, а философами или филологами, которые либо, подобно Прантлю, не могли знать, либо же, подобно Майеру, не знали современной формальной логики. Все эти толкования, на мой взгляд, ошибочны. Например, я не мог найти ни одного автора, который понимал бы, что между аристотелевским и традиционным силлогизмом существует большое различие. Поэтому мне кажется, что мое собственное объяснение

является совершенно новым. В систематической части я пытался объяснить некоторые теории современной формальной логики, которые необходимы для понимания силлогистики Аристотеля, и пытался пополнить эту силлогистику в пределах, установленных самим Аристотелем. Я стремился быть ясным, насколько это возможно, так чтобы мое изложение могло быть понято учащимися, не тренированными в области символического или математического мышления. Поэтому я надеюсь, что эта часть моей работы сможет быть использована как введение в современную формальную логику. Наиболее важными новыми результатами, содержащимися в этой части, я считаю доказательство разрешимости, данное моим учеником Я. Слупецким, и идею отбрасывания, введенную еще Аристотелем, которую я применил в теории дедукции.

Я искренне благодарен Королевской ирландской академии, которая, предложив мне место в Дублине, создала мне тем самым возможность написать эту книгу, а также Университетскому колледжу в Дублине за приглашение прочитать цикл лекций по аристотелевской логике. Я признателен профессорам этого колледжа — преподобному отцу А. Гуинну (A. Gwynn) из Общества Иисуса и монсеньору Д. Шайну (J. Shine), любезно одолжившим мне необходимые книги. Я в долгу также перед сэром Дэвидом Россом, прочитавшим мою работу в рукописи и поделившимся со мной некоторыми соображениями, которые я с радостью принял. Я особенно благодарен ныне покойному преподобному отцу Литтлу (A. Little) из Общества Иисуса, который, будучи уже тяжело больным, охотно прокорректировал английский текст первой главы, Виктору Милли (Meally), а также Дэвиду Рису, читавшему и корректировавшему английский текст всей работы. Наконец, я глубоко признателен служащим Кларендонского издательства за их усердие и внимательность при подготовке рукописи

к печати. Раздел о Галене посвящается моему другу профессору Генриху Шольцу из Мюнстера (Вестфалия), который во многом помог мне и моей жене во время войны, и особенно в дни нашего пребывания в Мюнстере в 1944 году. В целом свою работу я посвящаю моей любимой жене Регине Лукасевич (урожденной Барвинской), которая принесла себя в жертву, чтобы я мог жить и работать. Без ее постоянной заботы в годы войны, без ее повседневного ободрения и помощи в дни одиночества нашей послевоенной жизни на чужбине я никогда не смог бы довести книгу до конца.

Ян Лукасевич

Дублин,
7 мая 1950 года.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

В первом издании этой книги не было изложения модальной силлогистики Аристотеля. Я не был в состоянии изучить идеи Аристотеля о необходимости и возможности с точки зрения известных мне систем модальной логики, поскольку ни одна из этих систем не являлась, по моему мнению, правильной. Для того чтобы разрешить эту .трудность, я построил собственную систему модальной логики. Ее первый набросок в связи с идеями Аристотеля я изложил в своих лекциях, прочитанных в Королевской ирландской академии в течение 1951 года и в Университете королевы в Белфасте в 1952 году. Целиком эту систему я опубликовал в «The Journal of Computing Systems» в 1953 году. Моя система модальной логики отлична от любой другой системы этого рода; исходя из нее, я смог уяснить ряд трудностей и исправить ошибки аристотелевской модальной силлогистики.

Насколько мне известно, моей книге о силлогистике Аристотеля был оказан благоприятный прием более чем в тридцати статьях и рецензиях, опубликованных в различных странах на английском, французском, немецком, еврейском, итальянском и испанском языках. С тех пор я с нетерпением ожидаю случая обсудить ряд критических замечаний, высказанных моими рецензентами. Однако в настоящем выпуске, в силу того что текст первого издания был уже напечатан, оказалось возмож-

ным лишь прибавить главы по модальной логике. Я очень признателен Кларендонскому издательству за возможность осуществить это.

Дублин,
30 июня 1955 года

Ян Лукасевич

Примечание английского издательства

Профессор Ян Лукасевич умер в Дублине 13 февраля 1956 года и поэтому не смог проследить за ходом печатания своей книги. Это было сделано его бывшим учеником доктором Чеславом Леевским (Czeslaw Lejewski), который просмотрел доказательства во вновь прибавленных главах и продолжил указатель.

ГЛАВА I

ЭЛЕМЕНТЫ СИСТЕМЫ

§ 1. Истинная форма аристотелевского силлогизма

В трех недавно вышедших философских работах[1] в качестве примера аристотелевского силлогизма приводится следующий:

(1) Все люди смертны,
Сократ — человек,
следовательно,
Сократ смертен.

Этот пример может показаться довольно старым. С незначительным изменением — «живое существо» вместо «смертный» — он приводится уже Секстом Эмпириком[2] как «перипатетический» силлогизм[3]. Но перипатетический силлогизм — это не обязательно аристотелевский силлогизм. И на самом деле, вышеприведенный пример отличается от аристотелевского силлогизма в двух логически существенных пунктах.

---

[1] См. E. Kapp, Greek Foundations of Traditional Logic, New York, 1942, p. 11; F. Copleston, S. I., A. History of Philosophy, vol. I: Greece and Rome, 1946, p. 277. Б. Рассел, История западной философии, ИЛ, 1959, стр. 218.

[2] Переводы с древнегреческого в настоящем издании даются в основном по имеющимся русским изданиям, но с буквенной символикой на основе латинского и греческого алфавитов. Перевод не имеющихся на русском языке древнегреческих текстов для этой книги осуществлен *А. И. Рубиным. — Прим. ред.*

[3] Секст Эмпирик, Пирроновы положения, II, 164. «Сократ — человек, всякий человек — живое существо; значит, Сократ — живое существо». Несколькими строками выше Секст сообщает, что он будет говорить «о так называемых категорических силлогизмах, которыми «больше всего пользуются философы, получившие название перипатетиков». Также см. там же, II, 196, где приводится тот же самый силлогизм с переставленными посылками.

Во-первых, посылка «Сократ — человек» — это единичное предложение, потому что его субъект «Сократ» — единичный термин. Аристотель же не вводит в свою систему единичных терминов или посылок. Следующий силлогизм будет поэтому более аристотелевским:

(2) Все люди смертны,
Все греки — люди,
следовательно,
Все греки смертны [1].

Однако и это все еще не аристотелевский силлогизм. Это вывод, где из двух принятых за истинные посылок: «Все люди смертны» и «Все греки — люди» извлекается заключение «Все греки смертны». Характерным признаком вывода является слово «следовательно». Между тем — и в этом состоит второе отличие — ни один силлогизм первоначально не формулировался Аристотелем как вывод; у него все они являются импликациями, содержащими конъюнкцию посылок в качестве антецедента и заключение в качестве консеквента. Подлинным примером аристотелевского силлогизма поэтому будет следующая импликация:

(3) Если все люди смертны
и все греки — люди,
то все греки смертны.

Эта импликация является лишь современным выражением аристотелевского силлогизма и не встречается в работах Аристотеля. Конечно, было бы лучше иметь в качестве примера силлогизм, который приводит сам Аристотель. К сожалению, ни одного силлогизма с конкретными терминами в «Первой аналитике» найти нельзя. Однако во «Второй аналитике» имеются места, из которых можно почерпнуть несколько примеров таких силлогизмов. Простейший из них следующий:

---

[1] Б. Рассел (op. cit., стр. 218) приводит форму (2) непосредственно за формой (1), замечая между прочим: «Аристотель не видит различия между этими двумя формами: и это, как мы позднее увидим, является ошибкой». Б. Рассел прав, когда он говорит, что эти две формы нужно различать, но его критика не может иметь в виду Аристотеля.

(4) Если все широколиственные растения — растения с опадающими листьями
и все виноградные лозы — широколиственные растения,
то все виноградные лозы — растения с опадающими листьями [1].

Все эти аристотелевские и неаристотелевские силлогизмы — только примеры некоторых логических форм, но сами к логике не принадлежат, потому что содержат такие не принадлежащие к логике термины, как «человек» или «виноградная лоза». Логика — не наука о людях или растениях, хотя она и может быть применена к этим объектам так же, как к любым другим. Чтобы получить силлогизм в сфере чистой логики, мы должны устранить из силлогизма то, что может быть названо его материей, сохранив только его форму. Это и было сделано Аристотелем, который вместо конкретных субъектов и предикатов ввел буквы. Подставляя в (4) букву *A* вместо «растение с опадающими листьями», букву *B* — вместо «широколиственное растение», букву *C* — вместо «виноградная лоза» и употребляя, как это делал Аристотель, все эти термины в единственном числе, мы получим следующую силлогистическую форму:

(5) Если всякое *B* есть *A*
и всякое *C* есть *B*,
то всякое *C* есть *A*.

Такой силлогизм представляет собой одну из открытых Аристотелем логических теорем, но даже и он отличается по стилю от подлинного аристотелевского силлогизма. Формулируя силлогизмы с помощью букв, Аристотель всюду ставит предикат на первое место, а субъект — на второе. Он нигде не говорит «Всякое *B*

---

[1] «Вторая аналитика», II, 16, 98b5 — 10. «Пусть *A* означает опадание листьев, *B* — широкие листья, а *C* — виноградную лозу. Тогда, если *A* присуще *B* (ибо все, что имеет широкие листья, теряет их), а *B* присуще *C* (ибо всякая виноградная лоза имеет широкие листья), то *A* присуще *C* и всякая виноградная лоза теряет листья». Из этого несколько небрежно написанного отрывка — перед *B* и *C* следовало бы поставить «всякому» — мы получаем следующий силлогизм в конкретных терминах: «Если всякое растение, имеющее широкие листья, теряет их и всякая виноградная лоза имеет широкие листья, то всякая виноградная лоза теряет листья».

есть *A*», а употребляет вместо этого выражение «*A* высказывается обо всяком *B*» или, чаще, «*A* присуще всякому *B*»[1]. Применим первое из этих выражений к форме (5); мы получим точную трактовку наиболее важного аристотелевского силлогизма, позднее названного «Barbara»:

(6) Если *A* высказывается обо всяком *B*
и *B* высказывается обо всяком *C*,
то *A* высказывается обо всяком *C*[2].

Начав с неаутентичного примера (1), мы шаг за шагом добрались до подлинного аристотелевского силлогизма (6). Теперь же мы дадим объяснение этим шагам и обоснуем их текстуально.

§ 2. Посылки и термины

Каждый аристотелевский силлогизм состоит из трех предложений, называемых посылками. Посылка (πρότασις) есть высказывание, утверждающее или отрицающее что-нибудь о чем-нибудь[3].

В этом смысле заключение также представляет собой πρότασις, потому что оно высказывает что-нибудь о чем-то[4]. Два заключающихся в посылке элемента — это ее субъект и предикат. Аристотель их называет «терминами», определяя термин (ὅρος) как то, на что разлагается посылка[5]. Первоначальное значение греческого слова ὅρος, так же как и латинского terminus, — «граница» или «межа». Термины посылки — ее субъект и предикат — это границы посылки, ее начало и конец.

---

[1] Τό *A* κατηγορεῖται κατὰ παντὸς τοῦ *B* или τὸ *A* ὑπάρχει παντιτῷ *B*. См. также прим. на стр. 50.

[2] «Первая аналитика», I, 4, 25b37. «...если *A* высказывается обо всех *B*, а *B* высказывается обо всех *C*, то *A* необходимо высказывается обо всех *C*». [В сносках из переводов Аристотеля и других древних авторов в силлогизмах по традиции дается, как правило, не единственное число («всякое», «некоторое», «есть» и т. д.), а множественное («все», «некоторые», «суть» и т. д.). — *Прим. ред.*]. Слово «необходимо», опущенное в переводе, будет объяснено ниже.

[3] Там же, 1, 24a16. «Посылка есть высказывание, утверждающее или отрицающее что-нибудь о чем-нибудь».

[4] Там же, II, 1, 53a8. «... заключение есть ведь высказывание чего-то о чем-то».

[5] Там же, I, 1, 24b16. «Термином я называю то, на что разлагается посылка; а именно предикат и субъект».

Таково значение слова ὅρος, и мы должны быть осторожны и не отождествлять это логическое слово с такими психологическими и метафизическими словами, как «идея», «представление», «понятие» или немецкое Begriff [1]. Каждая посылка является либо общей, либо частной, либо неопределенной. «Всякий» и «ни один», будучи присоединенными к субъекту, служат показателями общности посылки; «некоторый» и «некоторый не» или «не всякий» — показателями ее частного значения. Посылка без такого показателя количества, то есть общности или частности, называется неопределенной, например «Удовольствие не есть благо» [2].

В «Первой аналитике» о терминах ничего не говорится. Определение того, что такое общий и единичный термины, дано только в трактате «Об истолковании». Здесь термин называется общим, если он по своей природе таков, что может быть высказан о многих объектах (например: «человек»); термин, этим свойством не обладающий, называется единичным (например: «Каллий») [3]. Аристотель забывает, что необщий термин не обязательно единичный, так как он может быть пустым, как, например, термин «козлооленъ», который сам же Аристотель приводит несколькими главами ранее [4].

---

[1] Аристотель употребляет слово ὅρος также в смысле ὁρισμός, то есть «определения». Я охотно соглашаюсь с Э. Каппом, который говорит (op. cit., S. 29), что эти два различных значения слова ὅρος «совершенно независимы друг от друга и самим Аристотелем никогда не смешивались. Но, к несчастью, не кто иной, как знаток классической литературы Карл Прантль... опирался в своем понимании аристотелевской логики на эту двусмысленность... он отождествил бессодержательный силлогистический хорос (термин) с метафизическим коррелятом хороса в смысле определения (по-немецки у Прантля Begriff). В результате получилась страшная путаница».

[2] «Первая аналитика», I, 1, 24a17 (продолжение текста, приведенного на стр. 36, прим. 3). «Высказывание же это бывает или общим, или частным, или неопределенным. Общим я называю ⟨суждение⟩, когда ⟨A⟩, например, присуще всем или не присуще ни одному ⟨B⟩, частным — когда ⟨A⟩ присуще или не присуще некоторым или присуще не всем ⟨B⟩, неопределенным — когда нечто одно присуще или не присуще ⟨другому⟩, без указания ⟨на то, присуще ли оно⟩ всему или не всему ⟨другому⟩, как, например, ⟨суждение⟩: противоположности изучаются одной и той же наукой, — или: удовольствие не есть благо».

[3] «Об истолковании», 7, 17a39. «Общим я называю то, что может высказываться о многом, а единичным — то, что не может высказываться о многом, так, человек есть общее, а Каллий — единичное».

[4] Там же, 1, 16a16. «Козлооленъ».

При построении своей логики Аристотель не принимает во внимание ни единичных, ни пустых терминов. В первых главах «Первой аналитики», содержащей систематическое изложение его силлогистики, упоминаются только общие термины. Александр справедливо замечает, что данное Аристотелем определение посылки применимо лишь к общим терминам и неприложимо к индивидуальным или единичным [1]. Ясно, что термины общих и частных посылок должны быть общими. При этом Аристотель, конечно, не признал бы осмысленными такие выражения, как «Все Каллии — люди» или «Некоторые Каллии — люди», если в действительности имелся только один Каллий. То же самое следует сказать и о терминах неопределенных посылок: они также общие. Это явствует как из названия, выбранного для них Аристотелем, так и из примеров, которые он приводит. Человек, не решивший, будет ли правильно сказать: «Ни одно удовольствие не есть благо» или же только «Некоторое удовольствие не есть благо», — может, не определяя количества субъекта, заявить: «Удовольствие не есть благо». Однако и в этом последнем предложении термин «удовольствие» — все же общий термин, как и в двух предыдущих предложениях. На протяжении всего систематического изложения своей силлогистики Аристотель фактически истолковывает неопределенные посылки как частные, не констатируя явно этой эквивалентности [2]. Последнее было сделано лишь Александром [3].

В аристотелевской системе логики неопределенные посылки не имеют никакого значения. Ни одно логическое положение, будь то закон обращения или силло-

---

[1] Александр, 100, 11. «Что касается чувственно и нумерически единого, то к ним неприменимо ни общее, ни вообще деление посылок на ⟨общие и частные⟩ или ⟨такое⟩ деление посылок приложимо лишь к общему. Индивидуальное не есть общее». Ср. там же, 65, 26.

[2] См., например, «Первая аналитика». I, 4, 26a29: «...силлогизм будет тем же самым, берется ли ⟨посылка⟩ неопределенная или частная» или 7, 29a27: «...очевидно, что если взять неопределенную посылку вместо частноутвердительной, то силлогизм получится тот же самый во всех фигурах».

Александр, 30, 29. «Он не говорит о неопределенных посылках (то есть об обращении неопределенных посылок), так как они совершенно бесполезны в силлогизмах и их можно считать равными частным».

гизм, Аристотелем не формулировалось с такого рода посылкой. Глубоко правы были те из позднейших логиков, которые оставили только четыре рода посылок, хорошо известных каждому изучающему традиционную логику, а именно: общеутвердительные, общеотрицательные, частноутвердительные и частноотрицательные. При таком четырехчленном делении для единичных посылок не остается места [1].

§ 3. Почему единичные термины были опущены Аристотелем

В «Первой аналитике» есть интересная глава, в которой Аристотель все вещи делит на три класса. Из всего существующего, говорит он, иное таково, что вообще не может быть правильно высказано ни о чем другом, как, например, Клеон и Каллий и все единичное и чувственно воспринимаемое, между тем как другие вещи о нем могут быть высказаны, например человек или живое существо. Иные же вещи — они принадлежат ко второму классу — таковы, что сами они о других высказываются, но ничто предшествующее им о них не высказывается. Для этого класса вещей примера не дается, однако ясно, что здесь Аристотель имеет в виду нечто наиболее общее, наподобие «бытия», τὸ ὄν. К третьему классу принадлежат те вещи, которые и сами могут быть высказаны о других и другие о них, как, например, человек о Каллии и живое существо о человеке. Как правило, заключает Аристотель, доказательства и исследования касаются именно этого класса вещей [2].

---

[1] Аргументы в пользу тезиса, что единичные предложения могут, быть рассмотрены в качестве образующих подкласс общих (см., например, J. N. Keynes, Formal Logic, London, 1906, p. 102), по моему мнению, совершенно ошибочны.

[2] «Первая аналитика», I, 27, 43a25—43. «Из всего существующего иное таково, что вообще не может быть истинно высказано ни о чем другом, как, например, Клеон или Каллий и ⟨все⟩ единичное и чувственно воспринимаемое; но о нем может высказываться все прочее (ибо каждый из них есть как «человек», так и «живое существо»). Иное ⟨из существующего⟩ таково, что само оно может быть высказано о другом, но другое как предшествующее не может быть о нем высказано; остальное же таково, что оно может быть высказано о другом и другое может быть высказано о нем, как, например, о Каллии можно высказать и то, что он «человек», и то, что он «живое существо»... рассуждения и исследования обычно имеют своим предметом главным образом это ⟨последнее⟩».

В приведенном рассуждении имеются некоторые неточности, которые и должны быть прежде всего исправлены. Неправильно говорить, что вещь может быть высказана о другой вещи. Вещь не может быть высказана, потому что то, что высказывается, есть часть предложения, а предложение есть ряд сказанных или написанных слов, имеющих определенное значение. Может быть высказан о другом термине термин «Каллий», но не вещь Каллий. Данная классификация является не делением вещей, а делением терминов.

Далее, неверно думать, что индивидуальные или единичные термины, подобно «Каллию», не могут правильно высказываться о чем-либо. Аристотель сам приводит примеры истинных предложений с единичными предиктами: «То белое есть Сократ» или «Тот, кто приближается к нам, есть Каллий» [1], — говоря, что такие предложения бывают «случайно» истинными. Имеются и другие аналогичные примеры, которые не просто случайно истинны, как, например, «Сократ есть Сократ» или «Софрониск был отцом Сократа».

Третья неточность касается того заключения, которое Аристотель делает из этой классификации терминов. Неправда, что наши доказательства и исследования, как правило, имеют дело с такими общими терминами, которые и сами могут быть высказаны о других и другие о них. Очевидно, что индивидуальные термины так же важны, как и общие, и не только в повседневной жизни, но и в научных изысканиях. Самым большим дефектом аристотелевской логики является то, что в ней не нашлось места единичным терминам и предложениям. В чем же причина этого?

Среди философов существует мнение, что Аристотель создавал свою систему логики под влиянием философии Платона; в самом деле, именно Платон полагал, что объектом подлинного знания должно быть нечто устойчивое и подлежащее точному определению, а таким объектом может быть лишь общее, а не единичное. Я не могу согласиться с таким мнением. Я не нахожу для

---

[1] «Первая аналитика», I, 27, 43a33. «...почти каждое из чувственно воспринимаемых ⟨существ⟩ таково, что оно не может быть высказано ни о чем, разве что случайно. Говорим же мы иногда, что то белое есть Сократ, а тот, кто идет ⟨к нам⟩, — Каллий».

него подтверждения в тексте «Первой аналитики». Это чисто логическое сочинение, совершенно свободное от каких-либо философских привнесений; такой характер носят все цитированные выше места. Аргумент, что наши исследования имеют дело с общими терминами, — как правило, практический аргумент, и хотя он очень слаб и Аристотель сам должен был чувствовать его слабость, все же он не подкреплен у него каким-либо философским аргументом, заимствованным у Платона.

Имеется, однако, другая замечательная деталь, которая может пролить некоторый свет на нашу проблему. Аристотель подчеркивает, что единичный термин не может быть предикатом истинного предложения, так же как и наиболее общий термин не может быть субъектом такого предложения. Первое утверждение, как мы уже видели, не вполне верно, второе также представляется ложным. Однако не столь важно, истинны или же ложны эти утверждения. Достаточно того, что сам Аристотель рассматривал их как истинные и что он устранил из своей системы как раз такие термины, которые, по его мнению, не могли играть роль субъектов и предикатов истинных предложений. И в этом, как мне кажется, гвоздь нашей проблемы. Для аристотелевской силлогистики существенно то, что один и тот же термин без какого-либо ограничения может быть использован и как субъект и как предикат. Во всех трех известных Аристотелю фигурах силлогизма имеется термин, который встречается один раз как субъект, а затем как предикат: в первой фигуре — это средний термин, во второй фигуре — больший, в третьей фигуре — меньший. В четвертой фигуре все три термина встречаются одновременно и в качестве субъектов и в качестве предикатов. В понимании Аристотеля силлогистика требует, чтобы термины были однородны по отношению к их возможному положению в качестве субъектов и предикатов. В этом, по-видимому, и состоит истинная причина того, почему единичные термины Аристотелем были опущены.

§ 4. Переменные

У Аристотеля в его систематическом изложении силлогистики нет примеров силлогизмов с конкретными терминами. Только незаконные комбинации посылок

приводятся им в качестве примеров с такого рода терминами — разумеется, общими, как, например, «живое существо», «человек», «лошадь». В правильных же силлогизмах все термины представлены буквами, то есть переменными, например: «Если R присуще всякому S и P присуще некоторому S, то P присуще некоторому R» [1].

Введение в логику переменных является одним из величайших открытий Аристотеля. Трудно поверить, что до сих пор, насколько мне известно, ни один философ или филолог не обратил внимания на этот исключительной важности факт [2]. Я беру на себя смелость сказать, что все они были плохими математиками, ибо каждый математик знает, что введение в арифметику переменных положило начало новой эпохе в этой науке. По-видимому, Аристотель считал свое открытие чем-то само собой разумеющимся и не требующим объяснения, ибо в его логических работах нигде нет упоминания о переменных. Александр первый открыто заявил, что Аристотель представил свою теорию в буквенной форме, στοιχεῖα, для того чтобы показать, что заключение получается нами не как следствие содержания посылок, а как следствие их формы и сочетания; буквы являются знаками общности и показывают, что такое заключение будет следовать всегда, какой бы термин мы ни избрали [3]. Другой комментатор, Иоанн Филопон, также вполне осознает значение и важность переменных. Он говорит, что Аристотель, показав на примерах, как каждая из посылок может быть обращена, формулирует несколько общих правил обращения, используя буквы вместо терминов. При этом Аристотель исходит из того,

---

[1] «Первая аналитика», I, 6, 28b7. «...если R присуще всем S, а P — только некоторым S, то P необходимо присуще некоторым R». Это модус третьей фигуры, названный позднее Disamis, с переставленными посылками.

[2] Мне было приятно узнать, что сэр Дэвид Росс в своем издании «Аналитик» (p. 29) подчеркивает, что именно благодаря использованию переменных Аристотель стал основателем формальной логики

[3] Александр, 53, 28. «Доктрина излагается посредством букв, для того чтобы доказать нам, что заключение получается не благодаря материи, но благодаря фигуре, сплетению посылок и модусу. При силлогистическом образе действия главное значение имеет не материя, но само сочетание: буквы способны доказать, что получившееся заключение имеет общий характер, сохраняет свое значение всегда и относится ко всему постигнутому».

что общее предложение опровергается одним примером, в котором оно ложно, а доказывается или разбором всех частных случаев (что представляет собой бесконечную и невозможную операцию), или же установлением очевидного общего правила. Такое правило в буквенной форме и дается здесь Аристотелем, а читателю предоставляется подставлять (ὑποβάλλειν) вместо букв любые конкретные термины, какие он пожелает [1].

Мы уже знаем, что только общие термины могут быть подставлены вместо переменных. В вышеприведенном примере [2] Аристотель осуществляет такую подстановку, когда говорит: «Пусть *A* означает опадание листьев, *B* — широкие листья, *C* — виноградная лоза». Это единственный вид подстановки, который мы встречаем в «Первой аналитике». Аристотель никогда не подставляет вместо переменной *A* другую переменную *B*, хотя он отчетливо сознает, что тот же самый модус силлогизма может быть формулирован с помощью различных переменных. Модус *Disamis*, например, приведенный в начале этого параграфа, формулировался с помощью букв *R*, *S*, *P*, а в другом месте он же формулировался с помощью *C*, *B*, *A* [3]. Очевидно, что правильность силлогизма не зависит от вида переменных, которые употреблялись при его формулировке; Аристотель это знает, хотя и не говорит об этом. Открыто об этом сказал опять-таки Александр [4].

В «Первой аналитике» нет ни одного места, где отождествлялись бы две различные переменные. Даже там, где один и тот же термин подставляется на место двух переменных, обе эти переменные не отождествляются.

---

[1] Филопон, 46, 25 «Посредством примеров ты докажешь, каким образом обращается каждая из посылок... Ты дашь общее правило, беря буквы вместо терминов... общую речь опровергает и один пример. Когда мы ищем общее правило, то требуется или обозреть все частные случаи (что является невозможной и бесконечной операцией), или же мы получаем уверенность благодаря общему правилу. Теперь это общее правило дается посредством букв: ими можно пользоваться, по произволу подставляя вместо букв любой материальный термин».

[2] См. стр. 35, прим.

[3] «Первая аналитика», II, 7, 59a17 «..если *C* присуще всем *B* и *A* — некоторым ⟨*B*⟩, то *A* необходимо присуще некоторым *C*».

[4] Александр, 380, 2. «Соединение получается не благодаря тому, что *B* и *C* тождественны с *A*. Оно получается и в том случае, если мы будем пользоваться и другими буквами вместо них».

В книге второй «Первой аналитики» Аристотель обсуждает проблему: может ли силлогизм быть составлен из противоположных посылок. Аристотель утверждает, что это возможно во второй и третьей фигурах. Пусть *B* и *C*, продолжает он, оба ставятся на место «наука», а *A* — на место «врачебная наука». Если принять, что «Всякая врачебная наука есть наука» и что «Ни одна врачебная наука не есть наука», надо будет принять, что «*B* присуще всякому *A*» и «*C* не присуще ни одному *A*», то есть что «Некоторая наука не есть наука» [1]. Соответствующий этому модус силлогизма следующий: «Если *B* присуще всякому *A* и *C* не присуще ни одному *A*, то *C* не присуще некоторому *B*» [2]. Для того чтобы из этого модуса получить силлогизм с противоположными посылками, достаточно отождествить переменные *B* и *C*, то есть *B* подставить вместо *C*. В результате такой подстановки мы получим: «Если *B* присуще всякому *A* и *B* не присуще ни одному *A*, то *B* не присуще некоторому *B*». Трудный, окольный путь с помощью таких конкретных терминов, как «наука» и «врачебная наука», вовсе не необходим. Прямой путь в решении этой проблемы, то есть путь отождествления переменных, по-видимому, Аристотелем замечен не был.

Аристотелю известно, что такие предложения, как «Некоторая наука не есть наука», не могут быть истинными [3]. Обобщение таких предложений: «Некоторое *A* есть не *A*» (то есть «*A* не присуще некоторому *A*») — тоже должно быть ложно. Маловероятно, чтобы Аристотелю была известна эта формула; ложность ее опять-

---

[1] «Первая аналитика», II, 15, 64a23. «...пусть *B* и *C* означают науку, *A* — врачебную науку. Если же принимается, что всякая врачебная наука есть наука и что ни одна врачебная наука не есть наука, то берутся ⟨посылки⟩, что *B* присуще всем *A*, а *C* не присуще ни одному ⟨*A*⟩, так что такая-то наука не будет наукой».

[2] Этот силлогизм представляет собой модус третьей фигуры, названный позднее Felapton, с переставленными посылками. В систематическом изложении силлогистики он формулируется посредством букв *R, S, P*. См. там же, I, 6, 28a26. «...если *R* присуще всем *S*, а *P* не присуще ни одному *S*, также получится силлогизм, но с заключением о том, что *P* необходимо не присуще некоторым *R*»

[3] «Первая аналитика», II, 15, 64b7. «Очевидно также и то, что из ложных посылок... можно выводить истинное заключение, но из противоположных — нельзя. Ибо в таком случае силлогизм всегда оказывается противным ⟨самой⟩ вещи».

таки увидел Александр, применивший ее для обоснования закона обращения общеотрицательной посылки. Доказательство он проводит посредством *reductio ad absurdum*: если посылка «*A* не присуще ни одному *B*» необратима, мы предполагаем, что *B* присуще некоторому *A*. Из этих двух посылок мы получаем по силлогизму первой фигуры абсурдное заключение: «*A* не присуще некоторому *A*» [1]. Очевидно, что Александр имеет здесь в виду модус первой фигуры, позднее названный *Ferio*: «Если *A* не присуще ни одному *B* и *B* присуще некоторому *C*, то *A* не присуще некоторому *C*» [2] — и в этом модусе отождествляет переменные *A* и *C*, подставляя *A* вместо *C*. Это, может быть, наиболее точный пример аргументации через подстановку, который можно обнаружить в античном источнике.

§ 5. Силлогистическая необходимость

Первый аристотелевский силлогизм, позднее названный Barbara, может быть представлен, как мы уже видели [3], в форме следующей импликации:

Если *A* высказывается обо всяком *B*
и *B* высказывается обо всяком *C*,
то *A* высказывается обо всяком *C*.

Но все же имеется различие между этой формулировкой и оригинальным греческим текстом. В английском переводе посылки те же, что и в греческом тексте, однако точный перевод заключения гласит: «*A* должно быть высказано обо всяком *C*». Это слово «должно» (ἀνάγκη) является признаком так называемой «силлогистической необходимости». Аристотель употребляет его

---

[1] Александр, 34, 15. «Посредством силлогизма первой фигуры можно получить доказательство через невозможное. Положим, что *A* не присуще ни одному *B*; пусть кто-нибудь утверждает, что обращение общеотрицательной посылки невозможно. В таком случае *B* не присуще некоторому *A*. По первой фигуре получается, что *A* не присуще некоторому *A*, что нелепо».

[2] «Первая аналитика», I, 4, 26a25. «Если же *A* не присуще ни одному *B*, а *B* присуще некоторым *C*, то *A* необходимо не присуще некоторым *C*».

[3] См. стр. 36, прим. 2.

почти во всех импликациях, содержащих переменные и представляющих логические законы, то есть законы обращения или силлогизмов [1].

Однако имеются некоторые силлогизмы, в которых это слово опускается; обратимся, например, к аристотелевской форме модуса Barbara: «Если *A* присуще всякому *B* и *C* присуще всякому *A*, то *C* присуще всякому *B*» [2]. Так как в некоторых силлогизмах было возможно это слово опустить, должно быть возможно его совершенно устранить из всех силлогизмов. Посмотрим поэтому, что же означает это слово и почему Аристотель его употреблял.

Эта проблема кажется несложной, и бессознательно она оказывается случайно решенной самим же Аристотелем, когда в ходе своего истолкования законов обращения он говорит: «...если *A* присуще некоторому *B*, то и *B* необходимо будет присуще некоторому *A*... но если *A* не присуще некоторому *B*, то не необходимо, чтобы и *B* не было присуще некоторому *A*». Так, если *A* означает «человек», а *B* — «живое существо», истинно, что некоторое живое существо — не человек, но не истинно, что некоторый человек — не живое существо, потому что все люди — живые существа [3]. Из этого примера мы видим, что Аристотель пользуется признаком необходимости в консеквенте истинной импликации, для того чтобы подчеркнуть, что эта импликация истинна при всех значениях входящих в нее переменных.

Мы можем, следовательно, сказать: «Если *A* присуще некоторому *B*, то необходимо и *B* должно быть присуще некоторому *A*», ибо верно, что «для всякого *A* и для всякого *B*, если *A* присуще некоторому *B*, то и *B* присуще некоторому *A*». Но мы не можем сказать: «Если *A* не присуще некоторому *B*, то необходимо и *B*

---

[1] См. стр. 42, прим. 1; стр. 44, прим. 2; стр. 45, прим. 2.

[2] «Первая аналитика», II, 11, 61b34. «..если *A* присуще некоторым *B* и *C* — всем *A*, то *C* будет присуще некоторым *B*».

[3] Там же, I, 2, 25a20—6. «Ибо если *A* присуще некоторым *B*, то и *B* необходимо будет присуще некоторым *A*... Но если *A* некоторым *B* не присуще, то не необходимо, чтобы и *B* не было присуще некоторым *A*, как, например ⟨в том случае⟩, если *B* есть живое существо, а *A* — человек, ибо не всем живым существам присуще быть людьми, однако всем людям присуще быть живым существом».

не должно быть присуще некоторому *A*», ибо неверно, что «для всякого *A* и для всякого *B*, если *A* не присуще некоторому *B*, то и *B* не присуще некоторому *A*». Как мы видели, существуют такие значения для *A* и *B*, при которых антецедент последней импликации оказывается истинным, а консеквент — ложным. В современной формальной логике выражения вида «для всякого *A*» или «для всякого *B*», где *A* и *B* являются переменными, называются кванторами общности. Аристотелевский признак силлогистической необходимости представляет собой квантор общности и может быть опущен, так как квантор общности может быть опущен, когда он стоит в начале истинной формулы.

Это, конечно, известно всем изучающим современную формальную логику. Однако еще лет пятьдесят тому назад это определенно не было известно философам. Поэтому нет ничего удивительного в том, что один из них, Генрих Майер, избрал эту проблему как основу для плохой, по моему мнению, философской спекуляции. Он утверждает: «Заключение следует из посылок с необходимостью следования. Это следование вытекает из силлогистического принципа, и присущая ему необходимость свидетельствует в полной мере о синтетической силе функции вывода» [1].

Я не пониманию последней фразы, потому что не могу уловить смысл слов «синтетическая сила функции вывода». Более того, я не уверен, что́ подразумевается под «силлогистическим принципом», так как не знаю, существует ли вообще такой принцип. «На основании обеих посылок, которые я мыслю и высказываю, — продолжает свои спекуляции Майер, — я должен также мыслить и высказать заключение в силу заложенного в моем мышлении принуждения» [2]. Это предложение я, конечно, могу понять, но оно, очевидно, ложно. Вы легко сможете убедиться в его ложности, если помыслите и выскажете, например, такие посылки силлогизма: «Всякое *A* есть *C*» и «Некоторое *B* не есть *C*», — не делая заключения, которое из них следует.

---

[1] H. Maier, Die Syllogistik des Aristoteles, Bd. II b, Tübingen, 1900, S. 236.

[2] Там же, S. 237.

§ 6. Что такое формальная логика?

«Принято говорить, что логика формальна, поскольку она имеет дело с формами мышления, с нашим способом мышления, независимо от особенностей тех объектов, о которых мы мыслим». Это цитата из хорошо известного учебника Кейнса по формальной логике[1]. А вот другая цитата из «Истории философии» преподобного отца Коплстона: «Аристотелевскую логику часто называют формальной логикой. Поскольку логика Аристотеля есть анализ форм мышления — это подходящая характеристика»[2].

В обеих цитатах я нахожу выражение «форма мышления», которое я не понимаю. Мышление есть психическое явление, а психическое явление не имеет протяженности. Что же имеется в виду, когда говорят о форме объекта, который не имеет протяженности? Выражение «форма мышления» неточно, и мне кажется, эта неточность возникает из ошибочного понимания логики. Если вы действительно полагаете, что логика есть наука о законах мышления, вы будете склоняться к мнению, что формальная логика есть исследование форм мышления.

Однако неверно, что логика — наука о законах мышления. Исследовать, как мы действительно мыслим или как мы должны мыслить, — не предмет логики. Первая задача принадлежит психологии, вторая относится к области практического искусства, наподобие мнемоники. Логика имеет дело с мышлением не более, чем математика. Вы, конечно, должны думать, когда вам нужно сделать вывод или построить доказательство, так же как вы должны думать, когда вам надо решить математическую проблему. Но при этом законы логики к вашим мыслям имеют отношение не в большей мере, чем законы математики. То, что называется «психологизмом» в логике, — признак упадка логики в современной философии. И за этот упадок Аристотель не несет ответственности. Во всей «Первой аналитике», где дается систематическое изложение теории силлогизма, нет ни одного психологического термина. Аристо-

---

[1] J. N. Keynes, op. cit., p. 2.
[2] F. Copleston, op. cit., p. 277.

тель с интуитивной уверенностью знает, что́ принадлежит к логике, и среди затронутых им логических проблем не встречается ни одной, связанной с таким психическим явлением, как мышление.

Итак, что же, согласно Аристотелю, является предметом логики и почему его логика называется формальной? Сам Аристотель не дал ответа на этот вопрос, его дали последователи Аристотеля — перипатетики.

Среди философских школ древней Греции существовал спор об отношении логики и философии. Стоики утверждали, что логика — часть философии, перипатетики же говорили, что она только инструмент философии, а платоники держались того мнения, что логика в равной мере и часть и инструмент философии. Сам по себе этот спор не представляет большого интереса и не столь существен, потому что решение спорной проблемы, по-видимому, является в значительной мере вопросом соглашения. Но аргументация перипатетиков, которую сохранил Аммоний в своем комментарии к «Первой аналитике», заслуживает нашего внимания.

Аммоний соглашается с платониками и говорит: если вы принимаете силлогизмы с конкретными терминами, как это делает Платон, доказывая с помощью силлогизмов, что душа бессмертна, то вы трактуете логику как часть философии; но если вы принимаете силлогизмы как чистые правила в буквенных выражениях, например «*A* высказывается обо всяком *B*, *B* — обо всяком *C*, следовательно, *A* высказывается обо всяком *C*» [1], как это делают вслед за Аристотелем перипатетики, то вы трактуете логику как инструмент философии.

---

[1] Аммоний, 10, 36. «Согласно Платону и истинной речи, она (подразумевается логика) не есть часть философии. Как утверждают стоики и некоторые платоники, она не только органон, как утверждают перипатетики, но одновременно часть и органон философии. Если будешь брать слова по их связи с предметами, то она — часть философии, если же будешь брать голые правила без предметов, то она — органон. Перипатетики, следуя за Аристотелем, считают ее органоном. Они дают голые правила, они не берут предметы в качестве подлежащих, но согласуют правила с буквами, например: *A* высказывается обо всех *B*, *B* — обо всех *C*, следовательно, *A* — обо всех *C*». Силлогистическое доказательство тезиса, что душа бессмертна — дается несколькими строками ниже (11, 10): «Душа есть нечто самодвижущееся, последнее есть нечто вечно движущееся, последнее же есть нечто бессмертное, следовательно, душа есть нечто бессмертное».

Из этого рассуждения важно почерпнуть, что, согласно перипатетикам, которые следовали в этом вопросе за Аристотелем, к логике принадлежат лишь силлогистические законы, выраженные в переменных, а не их приложения к конкретным терминам. Конкретные же термины, то есть значения переменных, называются материей силлогизма. Если вы удалите из силлогизма все конкретные термины, заменив их буквами, — вы удалите материю силлогизма, и то, что остается, называется его формой. Посмотрим теперь, из каких элементов состоит эта форма.

К форме силлогизма, кроме числа и расположения переменных, принадлежат так называемые логические постоянные. Две из них — соединения «и» и «если» — являются вспомогательными выражениями и, как мы позднее увидим, образуют часть логической системы, которая более фундаментальна, чем аристотелевская. Оставшиеся четыре постоянные, а именно «быть присущим всякому», «не быть присущим ни одному», «быть присущим некоторому» и «не быть присущим некоторому» [1], характеризуют аристотелевскую логику. Эти постоянные представляют собой отношения между общими терминами. Средневековые логики обозначили их буквами *A, E, I* и *O*. Вся аристотелевская теория силлогизма построена на этих четырех выражениях с помощью соединений «и» и «если». Мы можем поэтому сказать: логика Аристотеля — это теория отношений *A, E, I* и *O* в сфере общих терминов. Очевидно, что такая теория имеет с нашим мышлением не больше общего, чем, например, теория отношений «больше» и «меньше» в области чисел. Действительно, между этими двумя теориями имеется некоторое сходство. Сравните, например, силлогизм Barbara:

Если *a* присуще всякому *b*
и *b* присуще всякому *c*,
то *a* присуще всякому *c*

---

[1] Вместо «быть присущим» Аристотель иногда употребляет глагол «высказываться». Силлогизмы с конкретными терминами формулируются посредством глагола «быть». См. стр. 35, прим., стр. 36, прим. 1, и следующий параграф (7).

со следующим арифметическим законом:

Если a больше, чем b,
и b больше, чем c,
то a больше, чем c.

Имеется, конечно, и различие между этими двумя законами: различны как области переменных, так и отношения между переменными. Однако оба отношения, хотя они и различны и имеют место между различными терминами, обладают одним общим свойством: оба они транзитивны, то есть представляют частные случаи формулы:

Если a находится в отношении R к b
и b находится в отношении R к c,
то a находится в отношении R к c.

Любопытно, что это обстоятельство было замечено логиками поздней стоической школы. Такие аргументы, как «первый больше второго, второй больше третьего, следовательно, первый больше третьего», по утверждению Александра, были названы стоиками «как дающие заключение не по методу» и не рассматривались в их логике как силлогистические. Тем не менее стоики считали эти аргументы подобными (ὅμοιοι) категорическим силлогизмам[1]. Это наблюдение стоиков, которое Александр пытается без предъявления сколько-нибудь убедительных контраргументов опровергнуть, подтверждает предположение, что логика Аристотеля понималась как теория специальных отношений, наподобие математической теории.

§ 7. Что такое формализм?

Формальная логика и формалистическая логика — это две различные вещи. Аристотелевская логика является формальной, но не формалистической, тогда как логика стоиков является и формальной и формали-

---

[1] Александр, 21, 30. «Стоики считают не дающим вывод по методу рассуждение вроде следующего: «Первое больше второго, второе больше третьего, следовательно, первое больше третьего». Там же, 345, 13. «Таковы рассуждения, которые новейшие (то есть стоики) называют не дающими вывод по методу. Те, кто не считает их силлогизмами, рассуждают правильно .. те же, кто считает, что они подобны категорическим силлогизмам... целиком ошибаются».

стической. Объясним, в чем смысл «формализма» в современной формальной логике.

Современная формальная логика стремится к возможно большей точности. Эта цель может быть достигнута только с помощью точного языка, построенного из устойчивых, наглядно воспринимаемых знаков. Такой язык необходим для любой науки. Наши собственные мысли, не оформленные в словах, являются для нас же самих почти непостижимыми; невыраженные же мысли других людей могут быть доступны только для ясновидца. Каждая научная истина, для того чтобы быть воспринятой и удостоверенной, должна быть воплощена в понятную для каждого внешнюю форму. Все эти утверждения представляются неоспоримой истиной. Современная формальная логика, следовательно, уделяет огромное внимание точности языка. То, что называется формализмом, есть следствие этой тенденции. Для того чтобы понять это, проанализируем следующий пример.

В логике существует правило вывода, ранее называвшееся modus ponens, а теперь — правилом отделения. Согласно этому правилу, если утверждается импликация формы «Если α, то β» и также утверждается антецедент этой импликации α, то мы имеем право утверждать ее консеквент β. Для того чтобы иметь возможность применять это правило, мы должны знать, что предложение α, утверждаемое отдельно, выражает «ту же самую» мысль, что и антецедент α импликации, так как только в этом случае мы имеем право делать вывод. Мы сможем это установить только в том случае, если эти две α имеют совершенно одинаковую внешнюю форму. Дело в том, что мы не можем непосредственно охватить мысли, выраженные этими α, и необходимым, хотя и недостаточным условием для отождествления двух мыслей является внешнее равенство их выражений. Если бы, например, утверждая импликацию «Если все философы — люди, то все философы смертны», вы захотели бы также утверждать в качестве второй посылки предложение «Каждый философ — человек», вы не могли бы получить из этих посылок заключение «Все философы смертны», потому что вы не имели бы гарантии, что предложение «Каждый философ — человек» представляет ту же самую мысль, что и предложение «Все философы — люди». Для этого потребовалось бы

подтвердить определением, что предложение «Каждое A есть B» означает то же самое, что и предложение «Все A суть B»; на основании такого определения надо заменить предложение «Каждый философ — человек» предложением «Все философы — люди», и только тогда станет возможным получить заключение. Из этого примера вы легко можете понять смысл формализма. Формализм требует, чтобы одна и та же мысль всегда выражалась при помощи точно одних и тех же рядов слов, расположенных одним и тем же способом. В том случае, когда доказательство построено в соответствии с этим принципом, мы в состоянии контролировать его законность исключительно на основании его внешней формы, не обращаясь к значению тех терминов, которые в этом доказательстве употребляются. Чтобы получить заключение β из посылок «Если α, то β» и α, нам нет необходимости знать, что реально означают α или β; достаточно подчеркнуть, что содержащиеся в посылках две α имели одну и ту же внешнюю форму.

Аристотель и его последователи, перипатетики, не были формалистами. Как мы уже видели, Аристотель не был скрупулезно точен в формулировке своих положений. Наиболее поразительный случай такой неточности — это структурное расхождение между абстрактной и конкретной формами силлогизмов. Возьмем в качестве примера приведенный выше в параграфе 4[1] силлогизм с противоположными посылками. Пусть B и C будут «наука» и A — «врачебная наука». Аристотель утверждает:

В переменных:	В конкретных терминах:
Если B присуще всякому A	Если всякая врачебная наука есть наука
и C не присуще ни одному A,	и ни одна врачебная наука не есть наука,
то C не присуще некоторому B[2].	то некоторая наука не есть наука.

Различие соответствующих посылок, из которых состоят эти два силлогизма, очевидно. Возьмем, например, первую посылку. Формуле «B присуще всякому A» будет соответствовать предложение «Быть наукой присуще

[1] См. стр. 44, прим. 1.

[2] Заключение в переменных в греческом тексте опущено.

всякой врачебной науке», а предложение «Всякая врачебная наука есть наука» будет соответствовать формуле «Всякое *A* есть *B*». Приведенное Аристотелем предложение с конкретными терминами не может рассматриваться как результат принятой им подстановки в абстрактную формулу. В чем причина этого различия?

Александр дает три объяснения этого[1]: первое можно опустить как незначительное; последнее является философским и, по моему мнению, ошибочным; лишь второе заслуживает нашего внимания. Согласно этому объяснению, в формуле с глаголом «быть высказываемым о чем-то» и, можно добавить, с глаголом «быть присущим чему-то» субъект и предикат лучше различимы (γνωριμώτεροι), чем в формуле с глаголом «быть». Действительно, в формуле с глаголом «быть» и субъект и предикат употребляются в именительном падеже; в формуле же, предпочитаемой Аристотелем, только предикат стоит в именительном падеже, субъект же — либо в родительном, либо в дательном, и, следовательно, его легче можно отличить от предиката. Весьма поучительно и последнее замечание Александра, из которого следует, что сказать «Добродетель высказывается о всякой справедливости» вместо обычного «Всякая справедливость есть добродетель» столь же искусственно для древнегреческого языка, как и для современных языков.

Имеются и еще многочисленные случаи неточностей в аристотелевской логике. Аристотель постоянно употребляет различные фразы для выражения одних и тех же мыслей. Приведу только несколько тому примеров. Свою силлогистику Аристотель начинает словами «*A* высказывается обо всяком *B*», но вскоре он заменяет эти слова фразой «*A* присуще всякому *B*», которая

[1] Александр, 54, 21. «Он пользуется в своей доктрине выражениями «обо всем» и «ни о чем», предполагая, что благодаря им становится понятным соединение предложений и что, будучи выражены таким образом, сказуемое и подлежащее также становятся более понятными; предполагается также, что первое по своей природе (то есть сказуемое) целиком содержится в подлежащем. При силлогистическом способе действия все становится наоборот. Не говорится, что всякая справедливость есть добродетель, но, наоборот, добродетель высказывается о всякой справедливости. Нужно упражняться в обоих способах, для того чтобы, согласно силлогистическому способу действия и согласно доктрине, мы могли вывести заключение».

кажется более обычной. Слова «высказывается» и «присуще» часто им опускаются, иногда даже у него выпадает и важный признак количества «всякий». Кроме формы «*A* присуще некоторому *B*», имеется еще форма, которую можно перевести как «*A* присуще некоторым из *B*». Посылки силлогизма комбинируются с помощью различных соединений. Силлогистическая необходимость выражается различным образом, а иногда и вовсе опускается[1]. Хотя эти неточности отрицательно не сказываются на системе, они все же никоим образом не содействуют ее ясности или простоте.

У Аристотеля все это имеет место не случайно и происходит, по-видимому, от некоторой предвзятости. Аристотель иногда указывает, что мы должны заменять один другим эквивалентные термины, слова словами и фразы фразами[2]. Комментируя это место, Александр заявляет, что сущность силлогизма зависит не от слов, а от их значения[3]. Это утверждение, явно направленное против стоиков, можно понимать следующим образом: силлогизм не меняет своей сущности, то есть остается силлогизмом же, если одни из его выражений заменить другими, эквивалентными выражениями, например если выражение «быть высказываемым обо всяком» заменить эквивалентным ему выражением «быть присущим всем». Стоики придерживались прямо противоположного мне-

---

[1] Выражение «*A* обо всяком *B*» употребляется в модусе Barbara (см. стр. 36, прим. 2) («высказывается» опущено два раза); в другой формулировке того же модуса употребляется выражение «*A* всякому *B*» (см. стр. 46, прим. 2) («присуще» точно так же опущено). Выражение «*A* некоторым из *B*» появляется при формулировке законов обращения; в другом месте, например в модусе Disamis, мы имеем «*A* некоторому *B*» (см. стр. 44, прим. 3). Логически важное слово «всякому» совсем опускается при формулировке модуса Barbara (см. стр. 35, прим.). Соединение «и» большей частью обозначается через „μέν...δε“ (см., например, стр. 42, прим. 1 или стр. 45, прим. 2), иногда же через „καί“ (см. стр. 36, прим. 2 и стр. 46, прим. 2). Силлогистическая необходимость выражается словами «необходимо быть присущим» (см. стр. 42, прим. 1 или стр. 44, прим. 3); в модусе Felapton она обозначена «необходимо не будет присуще» (см. стр. 44, прим. 2). В одном случае это слово опущено (см. стр. 46, прим. 2).

[2] «Первая аналитика», I, 39, 49b3. «⟨Иногда⟩ следует также ⟨выражения⟩, означающие одно и то же, заменять одно другим, а именно на место одних имен ⟨существительных⟩ ставить другие и одни предложения заменять другими».

[3] Александр, 372, 29. «Силлогизм заключается не в словах, но в их значениях».

ния. Они говорили, что сущность силлогизма зависит от слов, а не от их значений, и если, следовательно, изменить слова, то перестает существовать и силлогизм. Александр иллюстрирует это примером из логики стоиков. Правило вывода, называемое modus ponens:

Если α, то β;
но α;
следовательно, β

есть первый «недоказуемый» силлогизм стоиков. Как стоики, так и перипатетики, по-видимому, ошибочно рассматривали фразы «Если α, то β» и «α влечет за собой β» как имеющие одинаковое значение. Но если в вышеприведенном силлогизме вы замените посылку «Если α, то β» посылкой «α влечет за собой β», говоря:

α влечет за собой β;
но α;
следовательно, β,

вы получите, согласно стоикам, законное правило вывода, но не силлогизм. Логика стоиков формалистична [1].

---

[1] Александр, 373, 28. «Аристотель рассуждает так, причем одни слова заменяются другими» (см. стр. 55, прим. 2). «Новейшие (то есть стоики) выводят заключения из слов, а не из их значений. Они говорят, что при перемене терминов заключение получается не то же самое, хотя бы употреблялись слова, имеющие одно и то же значение. Так, например, «Если *A*, то *B*» имеет такое же значение, как и «*A* влечет за собой *B*». Они говорят, что если мы употребляем выражение «Если *A*, то *B*, но *A*, следовательно, *B*», то мы имеем силлогизм; если же мы употребляем выражение «*A* влечет за собой *B*, но *A*, следовательно, *B*», то это уже не силлогизм, но правило вывода».

ГЛАВА II

ПОЛОЖЕНИЯ СИСТЕМЫ

§ 8. Положения и правила вывода

Аристотелевская теория силлогизма является системой истинных предложений, касающихся констант *A, E, I* и *O*. Истинные предложения дедуктивной системы я называю положениями. Почти все положения аристотелевской логики являются импликациями, то есть предложениями вида «Если α, то β». Известно только два положения этой логики, не начинающиеся с «если», а именно так называемые законы тождества: «*A* присуще всякому *A*», или «Всякое *A* есть *A*» и «*A* присуще некоторому *A*», или «Некоторое *A* есть *A*». Ни один из этих законов не был явно сформулирован Аристотелем, но они были известны перипатетикам [1].

Импликации, свойственные этой системе, — это или законы обращения (и законы квадрата противоположностей, не упоминаемого в «Первой аналитике»), или силлогизмы. Законы обращения являются простыми импликациями, например «Если *A* присуще всякому *B*, то *B* присуще некоторому *A*» [2]. Антецедентом этой импликации является посылка «*A* присуще всякому *B*», консеквентом — «*B* присуще некоторому *A*». Эта импликация рассматривается в качестве истинной для всех значений переменных *A* и *B*.

Все аристотелевские силлогизмы — это импликации типа «Если α и β, то γ», где α и β — две посылки, а γ — заключение. Соединение (конъюнкция) посылок «α и β»

---

[1] Ср. стр. 44, прим. 3 и стр. 45, прим. 1. В приведенном отрывке в последнем замечании Александр говорит, что предложение «*A* не присуще некоторому *A*» — абсурдно. Это означает, что противоречащее предложение «*A* присуще всякому *A*» — истинно.

[2] «Первая аналитика», 1, 2, 25a17. «Если же *A* присуще всем *B*, то *B* будет присуще некоторым *A*».

есть антецедент, заключение γ — консеквент. В качестве примера возьмем следующую формулировку модуса Barbara:

Если *A* присуще всякому *B*
и *B* присуще всякому *C*,
то *A* присуще всякому *C*.

В этом примере α обозначает посылку «*A* присуще всякому *B*», β — посылку «*B* присуще всякому *C*», а γ — заключение «*A* присуще всякому *C*». Эта импликация также рассматривается в качестве истинной для всех значений переменных *A*, *B* и *C*.

Необходимо подчеркнуть, что ни один силлогизм Аристотелем не формулировался как вывод со словом «следовательно» (ἄρα), как это делается в традиционной логике. Силлогизмы вида

Всякое *B* есть *A*;
всякое *C* есть *B*;
следовательно,
всякое *C* есть *A*

не аристотелевские. Мы не встречаем их до Александра [1]. Такое преобразование аристотелевских силлогизмов из формы импликации в форму вывода обусловлено, вероятно, влиянием стоиков.

Различие между аристотелевским и традиционным силлогизмом имеет фундаментальный характер. В качестве импликации аристотелевский силлогизм является предложением, а как предложение он должен быть либо истинным, либо ложным. Традиционный же силлогизм не является предложением; он представляет собой ряд предложений, не объединенных в форму одного-единого предложения. В нем две посылки, обычно написанные в двух разных строчках, никак между собой не соединены, а связь этих разрозненных посылок с заключением при помощи слова «следовательно» не дает нового

[1] У Александра (47, 9) мы находим силлогизм с конкретными терминами и со словом „ἄρα“ (следовательно): «Всякое животное есть существо, всякое животное одушевленно, следовательно, некоторое существо одушевленно». У него же (382, 18) мы находим сложный силлогизм с четырьмя переменными терминами и со словом «следовательно»: «*A* всему *B*, *B* всему *C*, *A* никакому *D*; следовательно, *A* никакому *C*».

сложного предложения. Знаменитый картезианский принцип «Cogito, ergo sum» не является истинным принципом, потому что это не предложение. Это вывод или, согласно схоластической терминологии, следствие. Выводы и следствия, не будучи предложениями, не истинны и не ложны, так как истинность и ложность являются признаками лишь предложений. Они могут быть правильными или неправильными. То же самое следует сказать и о традиционном силлогизме. Не будучи предложением, традиционный силлогизм не истинен и не ложен, он лишь может быть правильным или неправильным. Традиционный силлогизм является или выводом, когда он сформулирован в конкретных терминах, или правилом вывода, когда он сформулирован в переменных. Смысл такого правила может быть разъяснен с помощью вышеприведенного примера. Когда вы принимаете такие значения для *A*, *B* и *C*, что посылки «*A* присуще всякому *B*» и «*B* присуще всякому *C*», оказываются истинными, тогда вы должны принять в качестве истинного и заключение «*A* присуще всякому *C*».

Если вы встретились с книгой или статьей, в которых не различаются аристотелевский и традиционный силлогизм, вы можете быть уверены, что их автор или не знает логики, или никогда не видел греческого текста «Органона». Такие ученые, как Вайтц — редактор и комментатор «Органона», в новое время, Тренделенбург — составитель «Элементов логики Аристотеля», Прантль — историк логики, хорошо знали греческий текст «Органона», но тем не менее не видели различия между аристотелевским и традиционным силлогизмом. Только Майер, по всей вероятности, на мгновение почувствовал здесь какую-то ошибку, когда он позволил себе заменить аристотелевский силлогизм более привычной и более удобной формой позднейшей логики; однако непосредственно после этого он цитирует модус Barbara в его обычной традиционной форме, пренебрегая различиями, которые он обнаружил между этой формой и аристотелевской, и даже не упоминая, что эти различия были им обнаружены [1]. Поскольку мы

[1] H. Maier, op. cit., Bd. IIa. S. 74, прим. 2: «Возможно, здесь и в дальнейшем вместо аристотелевских лучше употреблять более

понимаем, что с точки зрения логики различие между положением и правилом вывода весьма существенно, мы должны согласиться с тем, что всякое изложение аристотелевской логики, пренебрегающее этим различием, не может быть правильным. Однако и по сей день мы не имеем изложения подлинной аристотелевской логики.

Из положения в форме импликации всегда легко вывести соответствующее правило вывода. Предположим, что предложение в форме импликации «Если α, то β» истинно; если истинно α, мы всегда можем при помощи отделения получить β, так что правило «α — следовательно, β» справедливо. Когда антецедент положения в форме импликации является конъюнкцией, как это имеет место в аристотелевских силлогизмах, мы прежде всего должны изменить конъюнктивную форму «Если α и β, то γ» в форму чистой импликации. «Если α, в таком случае если β, то γ». Достаточно небольшого размышления, чтобы убедиться, что такое преобразование правильно. Предполагая теперь, что α и β — истинные посылки силлогизма, мы получаем заключение γ, дважды применяя правило отделения к чисто импликационной форме силлогизма. Поэтому, если аристотелевский силлогизм, имеющий форму «Если α и β, то γ», истинен, то правильным является и соответствующий традиционный модус формы «α, β, следовательно, γ». Но, обратно, по-видимому, невозможно вывести соответствующий аристотелевский силлогизм из правильного традиционного модуса при помощи известных логических правил.

§ 9. Фигуры силлогизма

Существуют некоторые спорные вопросы, связанные с аристотелевской логикой, которые представляют исторический интерес, не имея сколько-нибудь значительной логической важности. Среди них — вопрос о фигурах

привычные формы изложения позднейшей логики». Модус Barbara приводится (там же, S. 75) в таком виде:

Всякое *B* есть *A*
Всякое *C* есть *B*
———————
Всякое *C* есть *A*

Здесь черта заменяет слово «следовательно».

силлогизма. По моему мнению, деление силлогизмов на фигуры преследует лишь практическую цель: мы хотим быть уверенными, что ни один истинный силлогистический модус нами не упущен.

Аристотель разделил модусы силлогизма на три фигуры. Наиболее краткое и ясное описание этих фигур можно найти не в систематической части «Первой аналитики», а в последних главах этой работы. Если мы хотим, говорит Аристотель, с помощью силлогизма обосновать отношение *A* к *B*, мы должны взять нечто общее им обоим, а это возможно трояким образом: посредством утверждения или *A* относительно *C*, а *C* относительно *B*, или *C* относительно их обоих, или же их обоих относительно *C*. Это и есть как раз те фигуры, о которых шла речь, и ясно, что каждый силлогизм должен быть построен по какой-нибудь из этих фигур [1].

Из этого следует, что *A* есть предикат, а *B* — субъект того заключения, которое мы должны силлогистически обосновать. *A* называется, как мы позднее увидим, бóльшим термином, *B* — меньшим, *C* есть средний термин. Положение среднего термина в качестве субъекта или предиката посылок является тем принципом, посредством которого Аристотель делит модусы силлогизма на фигуры. Аристотель прямо говорит, что мы узнаем фигуру по положению среднего термина [2]. В первой фигуре средний термин является субъектом по отношению к большему термину и предикатом по отношению к меньшему термину, во второй фигуре он является предикатом, а в последней фигуре — субъектом по отношению к обоим другим терминам. Аристотель, однако, ошибается, когда говорит, что каждый силлогизм должен быть отнесен к одной из этих трех фигур. Имеется

---

[1] «Первая аналитика», I, 23, 40b30. «Если нужно вывести заключение о том, что *A* присуще или не присуще *B*, то для этого необходимо принять, что нечто высказывается о чем-то». 41a13. «...если необходимо принять нечто общее ⟨им обоим⟩ и это общее имеет ⟨к ним⟩ троякого рода отношение, именно или *A* высказывается о *C*, а *C* — о *B*, или *C* — об обоих, или оба высказываются о *C*, то получаются те фигуры, о которых мы говорили. Отсюда очевидно, что всякий силлогизм необходимо строится по какой-нибудь из этих фигур».

[2] Там же, 32, 47b13. «...мы узнаем фигуру по положению среднего ⟨термина⟩».

четвертая возможность, а именно та, где средний термин является предикатом по отношению к большему термину и субъектом по отношению к меньшему термину. О модусах этого рода теперь говорят как о принадлежащих к четвертой фигуре.

В вышеприведенном месте Аристотель просмотрел эту четвертую возможность, хотя несколькими главами далее он сам предлагает доказательство при помощи силлогизма четвертой фигуры. Это опять-таки та же самая проблема: мы должны с помощью силлогизма обосновать *A* в отношении *E*, где *A* — это больший термин, а *E* — меньший. Аристотель дает практические указания, как решить эту проблему. Мы должны составить перечень общих предложений, имеющих термины *A* и *E* в качестве субъектов или предикатов. В этом перечне мы будем иметь четыре типа общеутвердительных предложений (отрицательные предложения я опускаю): «*B* присуще всякому *A*», «*A* присуще всякому *C*», «*Z* присуще всякому *E*» и «*E* присуще всякому *H*». Каждая из букв *B, C, Z* и *H* представляет какой-либо термин, выполняющий вышеуказанные условия. Когда мы находим среди многих *C* термин, тождественный термину из среды многих *Z*, мы получаем две посылки с общим термином, назовем его *Z*: «*A* присуще всякому *Z*» и «*Z* присуще всякому *E*», — и тогда предложение «*A* присуще всякому *E*» доказано по модусу Barbara. Предположим теперь, что мы не можем доказать общее предложение «*A* присуще всякому *E*», так как между многими *C* и многими *Z* не имеется общего термина; но мы хотим по крайней мере доказать частное предложение «*A* присуще некоторому *E*». Мы можем доказать его двумя различными путями: если имеется среди многих *C* термин, тождественный термину из среды многих *H*, назовем его *H*, то мы получаем модус Darapti третьей фигуры: «*A* присуще всякому *H*», «*E* присуще всякому *H*», следовательно, «*A* должно быть присуще некоторому *E*». Однако имеется еще другой путь, когда мы находим среди многих *H* термин, тождественный термину из среды многих *B*, назовем его *B*; в этом случае мы получаем силлогизм с посылками «*E* присуще всякому *B*» и «*B* присуще всякому *A*», из которых выводим предложение «*A* присуще некоторому *E*» посредством обращения заключения «*E* при-

суще всякому *A*», получаемого из этих посылок по модусу Barbara [1].

Этот последний силлогизм: «Если *E* присуще всякому *B* и *B* присуще всякому *A*, то *A* присуще некоторому *E*» —не является модусом ни первой, ни второй, ни третьей фигуры. Это силлогизм, где средний термин *B* есть предикат по отношению к большему термину *A* и субъект по отношению к меньшему термину *E*. Это модус Bramantip четвертой фигуры. Тем не менее он такой же правильный модус, как и любой другой аристотелевский модус. Аристотель называет его «обращенным силлогизмом» (ἀντεστραμμένος συλλογισμός), потому что он доказывает этот модус посредством обращения заключения модуса Barbara. Имеется и два других модуса: Camestres второй фигуры и Disamis — третьей,—которые Аристотель доказывает таким же способом посредством обращения заключения в модусах первой фигуры. Рассмотрим доказательство модуса Disamis: «Если *R* присуще всякому *S* и *P* присуще некоторому *S*, то *P* присуще некоторому *R*». Так как вторая посылка может быть обращена в «*S* присуще некоторому *P*», мы получаем по модусу Darii заключение «*R* присуще некоторому *P*». Обращая это заключение в предложении «*P* присуще некоторому *R*», мы получаем доказательство модуса Disamis. Здесь же Аристотель применяет обращение к заключению модуса Darii, которое дает другой

---

[1] «Первая аналитика», I, 28, 44a12—35. «... пусть *B* обозначает то, что сопутствует *A*; то, чему *A* сопутствует, пусть обозначает *C*... Далее, то, что присуще *E*, пусть будет *Z*; то, чему само *E* сопутствует, пусть обозначает *H*... если некоторые *C* и некоторые *Z* тождественны, то *A* необходимо присуще всем *E*, ибо *Z* присуще всем *E*, а *A* — всем *C*, и, следовательно, *A* присуще всем *E*. Но если *C* и *H* тождественны, то *A* необходимо присуще некоторым *E*; ибо *A* сопутствует всем *C*, а *E* — всем *H*... если тождественными будут *H* и *B*, то получится силлогизм с подвергнутыми обращению посылками: *H* будет присуще всем *A* (ведь *B* присуще *A*), а *E* присуще и *B* (ибо ⟨*B*⟩ было тождественно с *H*). С другой стороны, *A* не необходимо присуще всем *E*, но некоторым ⟨*E*⟩ оно необходимо присуще, так как общеутвердительное ⟨суждение⟩ обратимо в частное». Я читаю: «Через обращение общеутвердительного суждения в частное», согласно старинной рукописи *B* (см. T. Waitz, op. cit., Bd. I, S. 196; ссылка у Беккера на 44a34 является, по-видимому, опечаткой) и Александру (306, 16) и в противоположность версии Беккера и Вайтца, которая гласит: «Через противопоставление частного суждения общеутвердительному». Я рад заметить, что это же чтение принято и сэром Дэвидом Россом.

силлогизм четвертой фигуры, называемый Disamis: «Если R присуще всякому S и S присуще некоторому P, то P присуще некоторому R» [1].

Все эти выводы логически правильны, так же как и полученные с их помощью модусы. Аристотель, разумеется, знает, что, кроме четырнадцати модусов первой, второй и третьей фигур, систематически им установленных в начальных главах «Первой аналитики», имеются еще другие правильные силлогизмы. Два из них приводятся им в конце этого систематического изложения. Очевидно, говорит он, что во всех фигурах всякий раз не получается силлогизма и вообще ничего с необходимостью не следует, если оба крайних термина взяты или в утвердительных, или в отрицательных посылках. Но если один из терминов взят в утвердительной посылке, а другой — в отрицательной и если отрицательная посылка формулируется как общая, то всегда получается силлогизм об отношении меньшего термина к большему, например, если A присуще всякому или некоторому B, а B не присуще ни одному C, тогда, если посылки обращены, необходимо, что C не присуще некоторому A [2]. Из второй посылки, данной здесь Аристотелем, мы получаем посредством обращения предложение «C не присуще ни одному B», из первой посылки мы получаем «B присуще некоторому A», а из этих двух посылок, согласно модусу Ferio первой фигуры, выводим заключение «C не присуще некоторому A». Таким образом, доказано два но-

---

[1] «Первая аналитика», I, 6, 28b7. «...если R присуще всем S, а P — только некоторым ⟨S⟩, то P необходимо присуще некоторым R. Действительно, так как утвердительное ⟨ суждение ⟩ обратимо, то и S будет присуще некоторым P. Поэтому, так как R присуще всем S, а S — некоторым P, то R также присуще некоторым P, а отсюда и P — некоторым R». Это опровергает утверждение Фридриха Сольмсена, что Аристотель неохотно применял процедуру обращения к заключению. Он пишет: «Обращение проникает в заключение, где Аристотель не хочет его знать» («Die Entstehung der Aristotelischen Logik und Rhetorik», Berlin, 1929, S. 55).

[2] «Первая аналитика», I, 7, 29a19. «Также ясно, что во всех фигурах в том случае, когда силлогизма не получается, вообще ничего не следует с необходимостью, если оба ⟨крайних⟩ термина взяты или в утвердительных, или в отрицательных ⟨посылках⟩. Если же один из терминов взят в утвердительной ⟨посылке⟩, а другой — в отрицательной и последний берется в общей ⟨посылке⟩, то всегда получается силлогизм в отношении меньшего крайнего ⟨термина⟩ к большему, как, например, если A присуще всем B или некоторым B, но B не присуще ни одному C, то при обращении посылок C необходимо не будет присуще некоторым A».

вых модуса силлогизма, впоследствие названных Fesapo и Fresison:

Если *A* присуще всякому *B*
и *B* не присуще ни одному *C*,
то *C* не присуще некоторому *A*.

Если *A* присуще некоторому *B*
и *B* не присуще ни одному *C*,
то *C* не присуще некоторому *A*.

Аристотель называет меньший термин *C*, а больший термин *A*, потому что он рассматривает посылки с точки зрения первой фигуры. Он говорит поэтому, что из данных посылок следует заключение, в котором меньший термин высказывается относительно большего.

Три других силлогизма, принадлежащих к четвертой фигуре, упоминаются Аристотелем в начале книги второй «Первой аналитики». Здесь же Аристотель устанавливает, что все общие силлогизмы (то есть силлогизмы с общим заключением) дают более одного вывода, что же касается частных силлогизмов, то утвердительные дают более одного, а отрицательные — только одно заключение. Дело в том, что все посылки, за исключением частноотрицательной, обратимы, а заключение ведь высказывает что-то о чем-то. Следовательно, все силлогизмы, за исключением частноотрицательных, дают более одного заключения. Например, если доказано, что *A* присуще всякому или некоторому *B*, тогда *B* должно быть присуще некоторому *A*; и если доказано, что *A* не присуще ни одному *B*, тогда *B* не присуще ни одному *A*. Это заключение отличается от предыдущего. Однако если *A* не присуще некоторому *B*, то не необходимо, чтобы и *B* не было присуще некоторому *A*, ибо возможно, что оно присуще всякому *A* [1].

---

[1] «Первая аналитика», II, 1, 53a4. «...все силлогизмы с общим заключением всегда могут иметь несколько выводов; что же касается〉 силлогизмов с частными заключениями, то утвердительные из них всегда могут иметь несколько выводов, 〈тогда как〉 отрицательные — только один. Дело в том, что остальные посылки обратимы, 〈частно〉 отрицательная же необратима, а заключение есть ведь высказывание чего-то о чем-то. Вот почему остальные силлогизмы имеют несколько заключений. Например, если доказано, что *A* присуще всем или некоторым *B*, то и *B* необходимо присуще неко-

Мы видим из этого отрывка, что Аристотель знает модусы четвертой фигуры, впоследствие названные Bramantip, Camenes и Dimaris, и что он получает их через обращение заключения модусов Barbara, Celarent и Darii. Ведь заключение силлогизма есть предложение, высказывающее что-либо о чем-нибудь, то есть посылка, и, следовательно, к нему могут быть применены законы обращения. Существенно то, что предложения типа «*A* не присуще ни одному *B*» и «*B* не присуще ни одному *A*» рассматриваются Аристотелем как различные предложения.

Из этих фактов следует, что Аристотель знает и допускает все модусы четвертой фигуры. Это надо особенно подчеркнуть в противовес мнению некоторых философов, что он отвергал эти модусы. Такой отказ был бы логической ошибкой, которая не может быть поставлена в вину Аристотелю. Его единственная ошибка состоит в том, что он упустил эти модусы в своем систематическом подразделении силлогизмов. Мы не знаем, почему он поступил так. Философские основания, как мы позднее увидим, должны быть здесь исключены. По моему мнению, наиболее вероятное объяснение дано Бохенским [1], предположившим, что глава седьмая книги первой и глава первая книги второй «Первой аналитики», то есть главы, где упоминаются эти новые модусы, были составлены Аристотелем позже систематического изложения глав четвертой — шестой книги первой. Эта гипотеза кажется мне более вероятной, так как в «Первой аналитике» имеется много других деталей, наводящих на мысль, что содержание этой работы росло по мере ее составления. Аристотель не имел времени, чтобы задерживаться на всех новых открытиях, которые он делал, и предоставил своему ученику Теофрасту продолжить эту работу. Теофраст действительно нашел для «бездомных» в аристотелевской системе модусов четвертой фигуры место среди

торым *A*. Если же ⟨доказано⟩, что *A* не присуще ни одному *B*, то и *B* не будет присуще ни одному *A*. Но это заключение отличается от предыдущего. Напротив, если *A* некоторым *B* не присуще, то не необходимо, чтобы и *B* не было присуще некоторым *A*, ибо вполне возможно, что оно присуще всем ⟨*A*⟩».

[1] I. M. Bocheński, O. P., La Logique de Théophraste, Collectanea Friburgensia, Nouvelle Série, fasc. XXXII, Fribourg en Suisse, 1947, p. 59.

модусов первой фигуры [1]. Для этой цели он был вынужден ввести небольшое изменение в аристотелевское определение первой фигуры. Вместо того чтобы говорить, что в первой фигуре средний термин является субъектом большей и предикатом меньшей посылки, как это делал Аристотель [2], Теофраст говорил вообще, что в первой фигуре средний термин является субъектом в одной посылке и предикатом — в другой. Александр повторяет это определение, которое, по всей вероятности, идет от Теофраста, и, вероятно, не видит его отличия от аристотелевского описания первой фигуры [3]. Поправка Теофраста, по существу, такое же решение проблемы силлогистических фигур, как и добавление новой фигуры.

§ 10. Больший, средний и меньший термины

Имеется еще другая ошибка, допущенная Аристотелем в «Первой аналитике», которая влечет за собой более серьезные последствия. Она касается определения большего, меньшего и среднего терминов, данного в его характеристике первой фигуры. Это определение начинается со слов «Всякий раз, когда три термина так относятся между собой, что последний содержится в среднем, а средний содержится или не содержится в первом, крайние должны образовать совершенный силлогизм». Так он начинает; в следующем предложении Аристотель поясняет, что́ он имеет в виду под средним термином: «Средним ⟨термином⟩ я называю ⟨тот⟩, который сам содержится в одном, в то время как в нем самом

---

[1] Александр, 69, 27. «К этим четырем силлогизмам Теофраст прибавил пять других, которые не являются ни совершенными, ни не подлежащими доказательству. О них упоминает и Аристотель, разбирая их отчасти в этой же книге, а отчасти в начале второй книги». Ср. там же, 110, 112

[2] Ср. стр. 61, прим. 1.

[3] Александр, 258, 17 (к I, 23). «Положение среднего термина по отношению к другим получается трояким способом: или средний термин является подлежащим в одной из посылок, а сказуемым в другой, или он является сказуемым в обеих посылках, или же он является подлежащим в обеих посылках». Там же, 349, 5 (к I, 32). «Если средний термин расположен в обеих посылках таким образом, что занимает место сказуемого в одной из них, а подлежащего в другой, то получается первая фигура».

содержится другой и по положению он является средним»[1]. Затем Аристотель исследует силлогистические формы первой фигуры с общими посылками, не употребляя выражений «больший термин» и «меньший термин». Впервые эти выражения встречаются у него, когда он переходит к модусам первой фигуры с частными посылками. Здесь мы находим следующие объяснения: «Большим крайним ⟨термином⟩ я называю тот, в котором содержится средний ⟨термин⟩, меньшим же—тот, который подчинен среднему»[2]. Это истолкование большего и меньшего терминов, так же как и среднего термина, весьма общо. Может показаться, что Аристотель намерен применять его ко всем модусам первой фигуры[3]. Однако если он думал, что оно в состоянии охватить все случаи, то он ошибался.

В действительности его объяснения применимы только к силлогизмам модуса Barbara с конкретными терминами и истинными посылками, например:

(1) Если все птицы — живые существа
и все вороны — птицы,
то все вороны — живые существа.

В этом силлогизме имеется термин «птица», который сам содержится в другом термине «живое существо» и содержит в себе третий термин — «ворона». Согласно данному объяснению, термин «птица» должен быть средним термином. Следовательно, «живое существо» должно быть бóльшим термином, а «ворона» — меньшим термином. Очевидно, что больший термин называется так потому, что он наибольший по объему, тогда как меньший термин является наименьшим.

Мы знаем, однако, что силлогизмы с конкретными терминами являются лишь применениями логических за-

---

[1] «Первая аналитика», I, 4, 25b32. «Итак, если три термина так относятся между собой, что последний целиком содержится в среднем, а средний целиком содержится или не содержится в первом, то необходимо, чтобы ⟨для двух⟩ крайних ⟨терминов⟩ образовался совершенный силлогизм. Средним ⟨термином⟩ я называю ⟨тот⟩, который сам содержится в одном, в то время как в нем самом содержится другой и по положению он является средним».

[2] Там же, 26a21.

[3] Майер (H. Maier, op. cit., Bd. IIa, S. 49, 55) действительно истолковывает его как определение, имеющее силу для всех модусов первой фигуры.

конов, сами же не принадлежат к логике. Модус Barbara в качестве логического закона должен быть сформулирован в переменных:

(2) Если всякое B есть A
и всякое C есть B,
то всякое C есть A.

К этому же закону данные объяснения неприменимы, потому что невозможно определить объемные отношения между переменными. Можно сказать, что B есть субъект в первой посылке и предикат во второй, но нельзя утверждать, что B содержится в A или что оно содержит C: силлогизм (2) истинен для всех значений переменных A, B и C, даже для тех, которые не верифицируют его посылки.

Подставьте «птица» на место A, «ворона» — на место B и «живое существо» — на место C, — и вы получите истинный силлогизм:

(3) Если все вороны — птицы
и все живые существа — вороны,
то все живые существа — птицы.

Объемные отношения терминов «ворона», «птица» и «живое существо», конечно, не зависят от силлогистических модусов и остаются в силлогизме (3) такими же, какими они были в силлогизме (1). Но термин «птица» более не является средним термином в (3), как это было в (1); в (3) средним термином является «ворона», потому что он встречается в обоих посылках, а средний термин должен быть общим обеим посылкам. Такое определение среднего термина принято Аристотелем для всех фигур [1]. Это общее определение несовместимо со специальным истолкованием, которое Аристотель дает для первой фигуры. Специальное истолкование среднего термина явно ошибочно. Очевидно также, что ошибочно и то истолкование большего и меньшего терминов, которое Аристотель дает для первой фигуры.

Аристотель не дает определения для большего и меньшего терминов, пригодного для всех фигур, однако на

---

[1] «Первая аналитика», I, 32, 47a38. « в качестве среднего ⟨термина⟩ следует ⟨брать тот⟩, о котором говорится в обеих посылках, ибо средний ⟨термин⟩ необходимо должен находиться в обеих ⟨посылках⟩ при всех фигурах».

практике он рассматривает предикат заключения как больший термин, а субъект заключения — как меньший термин. Нетрудно видеть, какую путаницу вносит такая терминология: в силлогизме (3) больший термин «птица» по объему меньше, чем меньший термин «живое существо». Если читатель чувствует некоторое затруднение с силлогизмом (3) из-за ложности его меньшей посылки, он может читать «некоторые живые существа» вместо «все живые существа». Силлогизм

(4) Если все вороны — птицы
и некоторые живые существа — вороны,
то некоторые живые существа — птицы

является правильным силлогизмом модуса Darii с истинными посылками. И здесь, так же как в силлогизме (3), наибольший по объему термин «живое существо» является меньшим термином; «птица» — средний по объему — является бóльшим термином, а наименьший по объему термин «ворона» — средним термином.

Трудности, с которыми мы уже столкнулись, еще больше возрастают, когда мы берем в качестве примеров силлогизмы с отрицательными посылками, например модус Celarent:

Если ни одно B не есть A
и всякое C есть B,
то ни одно C не есть A.

Здесь B — средний термин; однако выполняются ли здесь условия, сформулированные Аристотелем для среднего термина первой фигуры? Конечно, нет. И который из терминов — C или A — является бóльшим, а который меньшим? Каким образом можем мы сравнивать эти термины в отношении их объема? На все эти вопросы нет никакого положительного ответа, так как они ошибочны уже в своей основе [1].

---

[1] Как справедливо замечает Кейнс (J. N.Keynes, op. cit., p. 286), мы не имеем гарантии, что больший термин будет наибольшим по объему, а меньший — наименьшим, когда одна из посылок — отрицательная или частная. Так, продолжает Кейнс, «силлогизм — ни одно M не есть P, все S суть M, следовательно, ни одно S не есть P — имеет и такой случай (здесь следует диаграмма, представляющая три круга M, P и S: большой круг S включен в еще больший круг M, вне последнего находится маленький круг P), где больший термин

§ 11. История одной ошибки

Ошибочное определение большего и меньшего терминов, данное Аристотелем для первой фигуры, так же как и принятая им сбивчивая терминология, уже в древности были источниками затруднений. Проблема возникает уже в случае второй фигуры. Все модусы этой фигуры имеют отрицательное заключение, а первые два модуса, позднее названные Cesare и Camestres, дают общеотрицательное заключение. Из посылок «*M* присуще всякому *N*» и «*M* не присуще ни одному *X*» следует заключение «*X* не присуще ни одному *N*», а через обращение этого результата мы получаем второе заключение «*N* не присуще ни одному *X*». В обоих силлогизмах *M* есть средний термин, но как нам решить, который из двух оставшихся терминов, *N* и *X*, является бóльшим термином, а который — меньшим? Существует ли больший и меньший термины «по природе» (θύσει) или же только «по соглашению» (θέσει)[1]?

Согласно Александру, эти проблемы были подняты поздними перипатетиками. Они видели, что в общеутвердительных посылках термин может быть бóльшим по природе, потому что в таких посылках предикат по объему больше (ἐπὶ πλέον), чем субъект, но это неверно для общеотрицательных посылок[2]. Мы, например, не можем знать, который из терминов — «птица» или «человек», — является бóльшим, потому что одинаково истинно и что «ни одна птица не есть человек» и что «ни один человек не есть птица». Гермин, учитель Александра, пытался ответить на этот вопрос при помощи изменения значения выражения «больший термин». Он говорит, что из двух таких терминов — «птица» и «человек» — тот больший,

---

может быть наименьшим по объему, а средний — наибольшим». Кейнс забывает, что нарисовать маленький круг *P* вне большого круга *S* и утверждать, что термин *P* по объему меньше, чем термин *S* — это не одно и то же. Термины могут быть сравниваемы по объему только в том случае, когда один из них содержится в другом.

[1] Александр, 72, 17. «Исследуется, различаются ли во второй фигуре больший и меньший термины по самой своей природе и как определить их».

[2] Александр, 72, 24. «В общеутвердительной посылке сказуемое является большим термином, ибо оно шире по объему, чем подлежащее, и здесь не происходит обращения. Таким образом, оно является большим термином по самой своей природе. Но это наверно по отношению к общеотрицательной посылке».

который в систематической классификации животных стоит ближе к общему роду «живое существо». В нашем примере таким термином является «птица» [1]. Александр прав, когда он отвергает эту теорию и ее дальнейшие уточнения, которые дает Гермин, но он также отвергает и мнение, что больший термин является предикатом заключения. В этом случае, говорит он, больший термин не может быть фиксирован, так как общеотрицательная посылка обратима, и то, что до сих пор было бóльшим термином, тотчас же становится меньшим, и от нас зависит сделать один и тот же термин бóльшим или же меньшим [2].

Его собственное решение основывается на предположении, что, когда мы образуем силлогизм, мы выбираем посылки, уже имея в виду данную проблему, понятую как заключение. Предикат этого заключения есть больший термин, и тогда не имеет значения, обращаем ли мы потом это заключение или нет: по отношению к первоначально данной проблеме больший термин был и остается предикатом [3]. Александр забывает, что, когда мы образуем силлогизм, мы отнюдь не всегда выбираем посылки для уже данного заключения, но иногда выводим из данных посылок новые заключения.

Эта проблема была упорядочена только после Александра. Особенно заслуживает внимания то, что писал по этому поводу Иоанн Филопон. Согласно Филопону, мы можем определить больший и меньший термины или от-

---

[1] Александр, 27. «Гермин полагает, что во второй фигуре большим крайним термином... является тот, который ближе к общему роду обоих крайних терминов (пусть будут крайними терминами «птица» и «человек», птица ближе, чем человек, к общему роду обоих, то есть к «живому существу»; она занимает такое место в первоначальной классификации, почему и является большим термином)».

[2] Там же, 75, 10. «Нельзя утверждать прямо, что сказуемое в заключении силлогизма является большим термином, как это кажется некоторым. Это не так очевидно. В разных фигурах дело обстоит по-разному Так как в общеотрицательных посылках возможно простое обращение, то невозможно определить, что является большим термином; то, что было прежде большим термином, становится потом меньшим термином, и мы по произволу можем один и тот же термин сделать как большим, так и меньшим».

[3] Там же, 75, 26. «То, что в первоначально предложенной проблеме было сказуемым, это мы должны считать большим термином, если даже при обращении то же самое сказуемое станет подлежащим. Для нас сказуемое было и остается большим термином, как это имело место в первоначально поставленной проблеме».

дельно для первой фигуры, или для всех трех фигур вместе. В первой фигуре больший термин является предикатом по отношению к среднему, а меньший — субъектом по отношению к среднему. Такое определение, однако, не может быть отнесено к двум другим фигурам, потому что в них отношения крайних терминов к среднему однообразны. Мы должны, следовательно, принять в качестве общего правила для всех фигур, что больший термин есть предикат заключения, а меньший термин — субъект заключения[1]. Что это правило является лишь соглашением, следует из другого места у Филопона, где мы читаем, что общие модусы второй фигуры имеют больший и меньший термины только по соглашению, а не по природе[2].

§ 12. Порядок посылок

Вокруг аристотелевской логики возникло несколько странных философских предрассудков, которые не могут быть рационально объяснены. Один из них, направленный против четвертой фигуры, порой обнаруживает к ней удивительную неприязнь, другой представляет собой странное мнение, что во всех силлогизмах большая посылка должна ставиться на первое место.

С точки зрения логики порядок посылок в аристотелевских силлогизмах является произвольным, потому что посылки силлогизма образуют конъюнкцию, а члены конъюнкции коммутативны. То, что большая посылка ставится первой — это лишь результат соглашения. Тем

---

[1] Филопон, 67, 19. «Посмотрим сначала, что является большим терминном и что является меньшим термином. Это можно сделать общим образом относительно трех фигур или специально относительно первой фигуры. В специальном случае первой фигуры бо́льшим термином будет то, что является сказуемым относительно среднего термина, а меньшим термином будет то, что является подлежащим относительно среднего термина. Но все это мы утверждаем только по первой фигуре, ибо в первой фигуре средний термин то является сказуемым, то является подлежащим. Но так как в остальных двух фигурах нет никакого различия между крайними терминами и средним термином, то очевидно, что наше первоначальное определение неприменимо к ним. Поэтому общее правило относительно трех фигур, которым мы можем пользоваться, состоит в том, что бо́льшим термином будет сказуемое заключения, а меньшим термином будет подлежащее заключение».

[2] Там же, 87, 10

не менее некоторые философы, например Вайтц и Майер, считают, что порядок посылок строго фиксирован. Вайтц порицает Апулея за изменение этого порядка [1], а Майер отвергает мнение Тренделенбурга, считавшего, что Аристотель допускал свободу в последовательности посылок [2]. Однако никто из них не приводит ни одного аргумента.

Я не знаю, кто автор того мнения, будто порядок посылок фиксирован. Разумеется, не Аристотель. Хотя Аристотель и не дал определения большего и меньшего терминов, которое было бы действительно для всех трех фигур, всегда легко определить, какой термин и какая посылка рассматривались им в качестве большей и какая в качестве меньшей. В своем систематическом изложении силлогистики Аристотель употребляет разные буквы для обозначения различных терминов; в каждой фигуре он располагает их в алфавитном порядке (θέσις) и ясно указывает, какой термин обозначается данной буквой. Таким образом, мы имеем для первой фигуры буквы *A*, *B*, *C*, где *A* — это больший термин, *B* — средний, а *C* — меньший [3]. Для второй фигуры мы имеем буквы *M*, *N*, *X*, где *M* это средний термин, *N* — больший, а *X* — меньший [4].

---

[1] Th. Waitz, op cit, Bd I, S. 380. «Appuleius in hunc errorem se induci passus est, ut propositionum odrinem immutaverit».

[2] H. Maier, op. cit., Bd. IIa, S. 63. «Поэтому мнение Тренделенбурга о том, что порядок посылок может быть произвольным, ложно. Порядок посылок скорее строго фиксирован». Для меня не ясно, на каких основаниях он ссылается на «поэтому».

[3] Это вытекает из определения, данного Аристотелем первой фигуре; см. стр. 68, прим. 1. Ср. Александр, 54, 12. «Пусть будет бо́льшим крайним термином *A*, средним термином — *B*, меньшим крайним термином — *C*».

[4] «Первая аналитика», I, 5, 26b34. «Если же один и тот же ⟨термин⟩ присущ одному во всем ⟨его⟩ объеме, а другому ⟨вовсе⟩ не присущ или тому и другому присущ не во всем ⟨их⟩ объеме или вовсе не присущ, то такую фигуру я называю второю. Средним ⟨термином⟩ в этой фигуре я называю тот, который высказывается об обоих ⟨крайних⟩, крайними же ⟨терминами⟩ — те, о которых высказывается средний ⟨термин⟩; бо́льшим крайним — тот, который ближе стоит к среднему, меньшим крайним — тот, который дальше отстоит от среднего». Ср. Александр, 78, I. «Он употребляет здесь не *A, B, C*, как в первой фигуре, но *M, N, X*, в качестве среднего термина берется *M*, которое является сказуемым в обеих посылках и занимает первое место по порядку; в качестве большего крайнего термина берется *N*, которое занимает следующее за средним место по порядку: в качестве меньшего крайнего термина берется *X*.

Для третьей фигуры мы имеем буквы *P*, *R*, *S*, где *P* — это больший термин, *R* — меньший, а *S* — средний [1].

Аристотель ставит большую посылку первой во всех модусах первой и второй фигур и в двух модусах третьей фигуры — Darapti и Ferison [2]. В остальных модусах третьей фигуры — Felapton, Disamis, Datisi и в Bocardo ставится первой меньшая посылка [3]. Наиболее выделяется пример модуса Datisi. Этот модус формулируется в одной и той же главе дважды, причем в обеих формулировках буквы те же самые, однако посылки переставлены местами. Первая формулировка гласит: «Если *R* присуще некоторому *S* и *P* — всякому *S*, то *P* должно быть присуще некоторому *R*» [4]. Первая посылка этого силлогизма является меньшей посылкой, так как она содержит меньший термин *R*. Вторая формулировка гласит: «Если *P* присуще всякому *S* и *R* — некоторому *S*, то *P* будет присуще некоторому *R*» [5]. Первая посылка этого второго силлогизма является большей, так как она содержит больший термин *P*. Следует обратить внимание на то, что эта вторая формулировка встречается у Аристотеля лишь случайно, в то время как обычно этот модус фигурирует в его систематическом изложении с переставленными посылками.

В книге второй «Первой аналитики» мы встречаем и другие модусы с переставленными посылками, такие, как

---

[1] «Первая аналитика», I, 6, 28a10. «Если одному и тому же ⟨термину⟩ один ⟨термин⟩ присущ во всем ⟨его⟩ объеме, а другой — вовсе не присущ или если оба они или присущи ему во всем ⟨его⟩ объеме, или вовсе не присущи, то такую фигуру я называю третьей. Средним ⟨термином⟩ я называю в ней тот, о котором высказываются оба ⟨крайних⟩, крайними же — те, которые высказываются о среднем, большим крайним ⟨термином⟩ — тот, который дальше отстоит от среднего, меньшим же — тот, который стоит к нему ближе. При этом средний ⟨термин⟩ ставится здесь вне крайних и по своему положению занимает последнее место». Ср. Александр 98, 20. «В этой фигуре он употребляет *P*, *R*, *S*, причем знаком большего крайнего термина является *P*, знаком меньшего крайнего термина, который должен стать подлежащим в заключении, является *R*, знаком среднего термина является *S*.

[2] См., например, стр. 36, прим. 2 (Barbara) и стр. 45, прим. 2 (Ferio).

[3] См. стр. 44, прим. 2 (Felapton) и стр. 42, прим. 1 (Disamis).

[4] «Первая аналитика», I, 6, 28b12. «...если *R* присуще некоторым *S*, а *P* — всем *S*, то *P* необходимо присуще некоторым *R*».

[5] Там же, 28b26. «... если *P* присуще всем *S*, а *R* — только некоторым ⟨*S*⟩, то *P* необходимо присуще некоторым *R*».

Darii [1], Camestres [2], Baroco [3]. Даже главный силлогизм — Barbara — изредка приводился Аристотелем с меньшей посылкой на первом месте [4]. В свете этих примеров я с трудом могу понять, как некоторые философы, знающие греческий текст «Органона», могли создать и отстаивать мнение, будто порядок посылок в силлогизме фиксирован и что бóльшая посылка должна стоять на первом месте. По-видимому, философские предрассудки могут порой не только идти в разрез со здравым смыслом, но и разрушить способность видеть факты таковыми, каковы они есть.

§ 13. Ошибки некоторых комментаторов нового времени

История четвертой фигуры может послужить другим примером, который показывает, какие удивительные философские предрассудки имеют иногда место. Карл Прантль, хорошо известный историк логики, начинает свое рассмотрение этой фигуры следующими словами: «Мы вовсе не ставим вопроса, почему такие незамысловатые пустяки, как, например, так называемая галеновская четвертая фигура, не встречаются у Аристотеля; очевидно, мы и не можем ставить перед собой такой задачи — специально по поводу каждого шага аристотелевской логики оговариваться, почему там не встречается та или иная бессмыслица» [5]. Прантль не замечает, что Аристотель знает и принимает модусы так называемой галеновской четвертой фигуры и что было бы логической ошибкой не считать эти модусы правильными. Но пойдем дальше. Комментируя то место, где Аристотель говорит о двух модусах, позднее названных Fesapo и Fresison [6],

---

[1] «Первая аналитика», II, 11, 61b41. « .если *A* присуще некоторым *B*, а *C* — всем *A*, то *C* будет присуще некоторым *B*».

[2] Там же, II, 8, 60a3. «...⟨если принять⟩, что *A* не присуще ни одному *C* и присуще всем *B*, то *B* не будет присуще ни одному *C*».

[3] Там же, 60a5. «...если *A* некоторым *C* не присуще, а всем *B* присуще, то *B* будет некоторым *C* не присуще».

[4] См. стр. 46, прим. 2.

[5] C. Prantl, Geschichte der Logik im Abendlande, Bd. I, S. 272.

[6] См. стр. 64, прим. 2.

Прантль сначала формулирует эти модусы в качестве правил вывода:

Всякое *B* есть *A* Ни одно *C* не есть *B*	Некоторое *B* есть *A* Ни одно *C* не есть *B*
Некоторое *A* не есть *C*	Некоторое *A* не есть *C*

Он, конечно, не видит различия между аристотелевским и традиционным силлогизмом, а затем говорит: «Посредством перестановки большей и меньшей посылок создается возможность начать акт умозаключения»; и далее: «Такого рода умозаключение не является, собственно, законным, потому что посылки, упорядоченные так, как они были расположены перед перестановкой, представляют собой просто ничто для силлогизма»[1]. Этот отрывок обнаруживает, по моему мнению, полное незнание Прантлем логики. Он, по-видимому, не понял, что Аристотель доказывает законность этих модусов не посредством перестановки посылок, то есть изменения их порядка, а посредством их обращения, то есть перемены местами их субъектов и предикатов. Кроме того, неуместно заявлять, что при существующих двух посылках акт умозаключения начинается при том условии, что одна посылка ставится первой, но силлогизма не последует, если ей будет предшествовать другая посылка. С точки зрения логики работа Прантля никуда не годится.

То же самое может быть сказано и о работе Генриха Майера. Его трактовка фигур силлогизма вообще и четвертой фигуры в частности составляет, на мой взгляд, одну из самых темных глав его трудной, но неудачной книги[2]. Майер противопоставляет две точки зрения на критерий определения фигур силлогизма: одна (особенно Ибервег) видит этот критерий в положении среднего термина в качестве субъекта или предиката, другая (особенно Тренделенбург) видит его в отношениях среднего термина к крайним по их объему. До сих пор не установлено, говорит Майер, которое из этих мнений правильно[3]. Сам он принимает второе, полагаясь на ари-

[1] C. Prantl, op. cit., Bd. I, S. 276.

[2] См. H. Maier, op. sit., Bd. IIa, «Die drei Figuren», S 47—71, Bd. IIb, «Ergänzung durch eine 4 Figur mit zwei Formen», S. 261—269.

[3] H. Maier, op. cit., Bd. IIa, S. 48, Anm. 1.

стотелевскую характеристику первой фигуры. Мы уже знаем, что эта характеристика логически несостоятельна. Майер не только принимает ее, но и в соответствии с ней изменяет аристотелевские характеристики двух других фигур. Аристотель несколько небрежно описывает вторую фигуру следующим образом: «Если же один и тот же ⟨термин⟩ присущ одному во всем ⟨его⟩ объеме, а другому ⟨вовсе⟩ не присущ, или тому и другому присущ во всем ⟨их⟩ объеме или вовсе не присущ, то такую фигуру я называю второю. Средним ⟨термином⟩ в этой фигуре я называю тот, который высказывается об обоих ⟨крайних⟩ терминах, крайними же терминами — те, о которых высказывается средний термин» [1]. Майер замечает: «Если мы учтем, что выражения «*B* содержится в *A*», «*A* присуще *B*» и «*A* высказывается о *B*» взаимозаменимы, то мы сможем выразить эту характеристику второй фигуры соответственно описанию первой» [2]. Майер совершает здесь свою первую ошибку: неверно, что три указанные им выражения могут заменять друг друга. Аристотель ясно формулирует: «⟨Выражения⟩ «нечто одно целиком содержится в другом» и «нечто одно высказывается обо всем другом» означают одно и то же» [3]. Следовательно, выражение «*B* содержится в *A*» означает то же, что «*A* высказывается обо всяком *B*» или «*A* присуще всякому *B*», но не означает «*A* высказывается о *B*» или «*A* присуще *B*». С этой первой ошибкой связана вторая: Майер считает, что отрицательная посылка также имеет внешнюю форму подчинения одного термина другому, как и общеутвердительная посылка [4]. Что здесь понимается под «внешней формой»? Когда *A* присуще всем *B*, то *B* подчиняется *A*, а внешняя форма этого отношения и есть как раз предложение «*A* присуще всем *B*». Однако в отрицательной посылке, например «*A* не присуще ни одному *B*», нет подчинения терминов, нет и их формы. Утверждение Майера логически бессмысленно.

Теперь процитируем майеровское описание второй фигуры. Оно гласит: «Если из двух терминов один содер-

---

[1] См. стр. 74, прим. 4.

[2] H. Maier, op. cit., Bd. IIa. S. 49.

[3] «Первая аналитика», I, 1, 24b26.

[4] H. Maier, op. cit., Bd. IIa, S. 60. Anm. 1. Также ср. там же, S. 50.

жится, а другой не содержится в одном и том же третьем термине, или оба в нем содержатся, или же ни один не содержится, то мы имеем перед собой вторую фигуру. Средний термин — это тот, который содержит оба остающихся термина, а крайние — это те термины, которые содержатся в среднем»[1]. Эта претенциозная характеристика второй фигуры опять-таки логически бессмысленна. Возьмем следующий пример: даны две посылки «*A* присуще всякому *B*» и «*C* не присуще ни одному *A*». Если *A* присуще всякому *B*, то *B* содержится в *A*, и если *C* не присуще ни одному *A*, то оно не содержится в *A*. Мы, следовательно, имеем два термина — *B* и *C*, один из которых *B* содержится, а другой *C* не содержится в одном и том же третьем термине *A*. Согласно майеровскому описанию, перед нами будет вторая фигура. Однако то, что мы имеем, не является второй фигурой, но лишь двумя посылками «*A* присуще всякому *B*» и «*C* не присуще ни одному *A*», из которых мы можем получить по модусу Celarent первой фигуры заключение «*C* не присуще ни одному *B*» и по модусу Camenes четвертой фигуры заключение «*B* не присуще ни одному *C*».

Однако вершины логической абсурдности Майер достигает, утверждая, что существует четвертая фигура силлогизма, состоящая только из двух модусов — Fesapo и Fresison. Он подкрепляет это утверждение следующим аргументом: «Аристотелевское учение не учитывает одного возможного положения среднего термина. Этот термин может быть, во-первых, менее общим, чем больший, и более общим, чем меньший, он может быть, во-вторых, более общим и, в-третьих, менее общим, чем крайние термины, но он может быть также более общим, чем больший термин, и в то же самое время менее общим, чем меньший»[2]. Если мы вспомним, что, согласно Майеру, больший термин всегда является более общим, чем меньший[3], и что отношение «более общий, чем» транзитивно, мы не сможем избежать удивительного последствия его аргумента: средний термин его четвертой

---

[1] H. Maier, op. cit. Bd. IIb, S. 49.

[2] Там же, S. 264.

[3] Там же, Bd. IIa, S. 56. «Больший термин, как это твердо установлено в первой фигуре, является всегда более общим, меньший же — менее общим».

фигуры должен быть в одно и то же время и более и менее общим, чем меньший термин.

С точки зрения логики работа Майера никуда не годится.

§ 14. Четыре галеновские фигуры

Почти в каждом учебнике по логике вы сможете найти замечание, что изобретателем четвертой фигуры силлогизма был Гален, греческий врач и философ, живший в Риме во II столетии н. э. Источник этого замечания сомнителен. Мы не находим его ни в дошедших до нас работах Галена, ни в работах греческих комментаторов (включая Филопона). Согласно Прантлю, средневековые логики получили эту информацию от Аверроэса, который говорил, что четвертая фигура упоминалась Галеном [1]. К этой неопределенной информации мы можем прибавить два поздних греческих фрагмента, найденных в IX столетии и также весьма неопределенных. Один из них был опубликован в 1844 году Минасом (Mynas) в предисловии к его изданию галеновского «Введения в диалектику» и переиздан Кальбфлейшем в 1897 году. Этот фрагмент неизвестного автора рассказывает нам, что некоторые более поздние ученые превратили модусы, добавленные Теофрастом и Евдемом к первой фигуре, в новую, четвертую фигуру, ссылаясь при этом на Галена как на отца этого учения [2]. Другой греческий фрагмент был обнаружен Прантлем в логической работе Иоанна Итала (XI столетие н. э.). Этот автор саркастически замечает, что Гален отстаивал существование четвертой фигуры в противоположность Аристотелю, и хотя он думал, что поступает умнее старых комментаторов

---

[1] К. Прантль, (op. cit., Bd. I, S 571, Anm. 99) цитирует Аверроэса в латинском переводе, изданном в Венеции (1553): «Et ex hoc planum, quod figura quarta, de qua meminit Galenus, non est sullogismus super quem cadat naturaliter cogitatio». Также ср. там же, Bd. II, S. 390, Anm. 322.

[2] K. Kalbfleisch, Über Galens Einleitung in die Logik, 23. «Supplementband der Jahrbücher für klassische Philologie» Leipzig, 1897, S. 707. «Теофраст и Евдем прибавили новые сочетания к тем, которые изложены Аристотелем в первой фигуре... некоторые из позднейших ученых преобразовали эти сочетания в четвертую фигуру, ссылаясь на Галена, как на отца этой доктрины».

логики, далеко не достиг цели [1]. Это все. Ввиду таких слабо обоснованных источников Иберег подозревал, что здесь имеет место недоразумение в самой постановке вопроса, а Генрих Шольц в своей «Истории логики» пишет, что Гален, вероятно, не ответствен за четвертую фигуру [2].

Однако в течение пятидесяти лет существует напечатанная греческая схолия, которая совершенно неожиданным образом разъясняет весь этот вопрос. Хотя она и была напечатана, но, по-видимому, ее никто не знал. Максимилиан Уоллис (Wallies), один из берлинских издателей греческих комментариев к Аристотелю, опубликовал в 1899 году сохранившиеся фрагменты комментария Аммония к «Первой аналитике»; в предисловии он поместил принадлежащую неизвестному автору схолию, обнаруженную в той же самой рукописи, в которой сохранились фрагменты Аммония. Схолия была озаглавлена «О всякого рода силлогизмах» и начиналась так:

«Имеется три рода силлогизма: категорический, гипотетический и силлогизм κατὰ πρόσληψιν. Категорический имеется двух родов: простой и сложный. Простой силлогизм бывает трех родов: первой, второй и третьей фигур. Сложный же силлогизм бывает четырех родов: первой, второй, третьей и четвертой фигур. Аристотель говорит, что имеется только три фигуры, потому что он интересуется простыми силлогизмами, состоящими из трех терминов. Гален, однако, в своей «Аподиктике» говорит, что имеются четыре фигуры, потому что его интересуют сложные силлогизмы, состоящие из четырех терминов, так как он нашел много таких силлогизмов в диалогах Платона» [3].

---

[1] C. Prantl, op. cit., II, S. 302, Anm. 12. «Фигуры силлогизмов следующие; Гален утверждал в противоположность Стагириту, что существует четвертая фигура: он полагал, что таким образом он излагает вопрос яснее, чем старые логические комментаторы, но в действительности он жестоко ошибался».

[2] Fr. Ueberweg, System der Logik, Bonn, 1882, S. 341. Ср. также K. Kalbfleisch, op. cit., S. 699; H. Scholz, Geschichte der Logik, Berlin, 1931, S. 36.

[3] M. Wallies, Ammonii in Aristotelis Analyticorum Priorum librum I Commentarium, Berlin, 1899, S. IX. «О всякого рода силлогизмах». «Существует три рода (простого) силлогизма. категорический, гипотетический и силлогизм посредством присоединения (κατὰ πρόσληψιν) [посредством прибавления к посылке второго предложения. — *Прим. перев.*]. Имеется два рода категорического силлогизма: простой и сложный. Имеется три рода простого силлогизма: первая,

Неизвестный комментатор далее дает нам некоторые пояснения, из которых мы можем заключить, каким образом Гален мог обнаружить эти четыре фигуры. Состоящие из четырех терминов сложные силлогизмы могут быть образованы комбинациями трех фигур (I, II, III) простых силлогизмов девятью различными способами: I к I, I к II, I к III, II к II,II к I, II к III, III к III, III к I, III к II. Две из этих комбинаций, а именно II к II и III к III, вовсе не дают силлогизмов, а из оставшихся комбинаций II к I дает ту же фигуру, что и I к II, III к I — ту же, что и I к III и III к II — ту же, что и II к III.

Таким образом, мы получаем только четыре фигуры: I к I, I к II, I к III и II к III[1]. Приводятся также примеры, из которых три взяты из диалогов Платона: два из «Алкивиада» и один из «Государства».

Это небольшое и аккуратное сообщение должно быть рассмотрено и объяснено. Сложные силлогизмы из четырех терминов имеют три посылки и два средних термина (назовем их *B* и *C*), которые образуют посылку *B* — *C* или *C* — *B*. Назовем ее средней посылкой. *B* вместе с *A*, субъектом заключения, образует меньшую посылку, а *C* вместе с *D*, предикатом заключения, образует бо́льшую посылку. Таким образом, мы получаем следующие восемь комбинаций (во всех посылках первый термин является субъектом, второй — предикатом):

вторая и третья фигуры. Имеется четыре рода сложного силлогизма: первая, вторая, третья и четвертая фигуры. Аристотель же говорит, что есть только три фигуры, ибо он принимает во внимание простые силлогизмы, состоящие из трех терминов. Однако Гален в своей «Аподиктике» говорит, что имеется четыре фигуры, ибо он принимает во внимание сложные силлогизмы, состоящие из четырех терминов, которые он нашел в большом числе в диалогах Платона».

[1] M. Wallies, op. cit., S. IX—X. «Простой категорический силлогизм у Аристотеля: фигуры *A, B, C*. Сложный силлогизм у Галена: *A* по отношению к *A, A* по отношению к *B, A* по отношению к *C, B* по отношению к *B, B* по отношению к *A, B* по отношению к *C, C* по отношению к *C, C* по отношению к *A, C* по отношению к *B*. Силлогистически:

A по отн. к *A*, *A* по отн. к *B*, *A* по отн. к *C*, *B* по отн. к *C*
A *B* *C* *D*

несиллогистически: *B* по отношению к *B*, *C* по отношению к *C* (не получается силлогизма из двух отрицательных или из двух частных посылок).

B по отн. к *A*, *C* по отн. к *A*, *C* по отн. к *B*,
B *C* *D*

Таковы предписанные силлогизмы».

Фигура	Меньшая посылка	Средняя посылка	Бо́льшая посылка	Заключение	
F1	$A-B$	$B-C$	$C-D$	$A-D$	I к I
F2	$A-B$	$B-C$	$D-C$	$A-D$	I к II
F3	$A-B$	$C-B$	$C-D$	$A-D$	II к III
F4	$A-B$	$C-B$	$D-C$	$A-D$	II к I
F5	$B-A$	$B-C$	$C-D$	$A-D$	III к I
F6	$B-A$	$B-C$	$D-C$	$A-D$	III к II
F7	$B-A$	$C-B$	$C-D$	$A-D$	I к III
F8	$B-A$	$C-B$	$D-C$	$A-D$	I к I

Если мы принимаем принцип Теофраста, что в первой аристотелевской фигуре средний термин является субъектом одной посылки (большей или меньшей — это значения не имеет) и предикатом другой, и определим с помощью этого принципа, какая фигура образована меньшей и средней посылками, с одной стороны, и средней и большей посылками — с другой, то мы получаем комбинации фигур, указанные в последней колонке. Так, например, в сложной фигуре F2 меньшая посылка вместе со средней образует I фигуру, так как средний термин B есть предикат первой посылки и субъект второй, а средняя посылка вместе с большей образует II фигуру, так как средний термин C есть предикат в обоих посылках. Вероятно, так Гален получил свои четыре фигуры. Просматривая последнюю колонку, мы сразу же видим, как и полагал Гален, что комбинации II к II и III к III не существуют. Однако не на том основании (как ошибочно говорили схоласты), что нельзя получить заключения ни из двух отрицательных, ни из двух частных посылок, потому что нет термина, который мог бы встречаться в посылках три раза. Очевидно также, что если мы распространим принцип Теофраста на сложные силлогизмы и включим в одну фигуру все те модусы, в которых из одной и той же комбинации посылок вытекает либо заключение $A-D$, либо заключение $D-A$, мы получим, как и Гален, одну и ту же фигуру из комбинации I к II и из комбинации II к I. В самом деле, меняя

местами в фигуре F4 буквы B и C так же, как и буквы A и D, мы получаем схему:

$$\text{F4} \quad D-C \quad B-C \quad A-B \quad D-A,$$

а так как порядок посылок безразличен, мы видим, что заключение $D-A$ получается в F4 из тех же посылок, что и $A-D$ в F2. На том же основании фигура F1 не отличается от фигуры F8, F3 от F6 или F5 от F7. Следовательно, возможно разделить сложные силлогизмы из четырех терминов на четыре фигуры.

Схолия, изданная Уоллисом, сразу объясняет всю совокупность проблем, связанных с утверждением, что Гален был изобретателем четвертой фигуры. Гален разделил силлогизмы на четыре фигуры, однако это были сложные силлогизмы, состоящие из четырех терминов, а не простые аристотелевские силлогизмы. Четвертая фигура аристотелевских силлогизмов была изобретена кем-то еще, по-видимому, гораздо позже, не ранее VI столетия н. э. Этот неизвестный ученый, должно быть, что-то слышал о четырех фигурах Галена, но он или не понял их, или не имел в руках текста самого Галена. Будучи противником Аристотеля и всей школы перипатетиков, он поспешил воспользоваться случаем подтвердить свое мнение авторитетом знаменитого имени.

ЗАМЕЧАНИЕ. Проблема сложных силлогизмов, поставленная Галеном, имеет значительный интерес с систематической точки зрения. Исследуя число правильных модусов силлогизмов, составленных из трех посылок, я нашел, что имеется сорок четыре правильных модуса: фигуры F1, F2, F4, F5, F6 и F7 имеют по шесть модусов каждая, а фигура — F8 — восемь. Фигура F3 — пустая. Она не дает правильных модусов, ибо невозможно, чтобы из посылок формы $A-B$, $C-B$, $C-D$ следовало заключение $A-D$. Этот результат, конечно, будет поразительным для изучающих традиционную логику. М-р С. А. Мередит, который посещал мои лекции по этому вопросу в 1949 году в Университетском колледже в Дублине, нашел некоторые общие формулы, касающиеся числа фигур и правильных модусов для силлогизмов из n терминов, включая выражения из одного и двух терминов. Я опубликовываю эти формулы с его любезного разрешения:

Число терминов	n
Число фигур	2^{n-1}
Число фигур с правильными модусами	$\frac{1}{2}(n^2 - n + 2)$
Число правильных модусов	$n(3n-1)$

Для каждого n всякая непустая фигура имеет 6 правильных модусов, за исключением одной, которая имеет $2n$ правильных модуса.

Примеры:

Число терминов	1, 2, 3, 4, ..., 10
Число фигур	1, 2, 4, 8, ..., 512
Число фигур с правильными модусами	1, 2, 4, 7, ..., 46
Число правильных модусов	2, 10, 24, 44, ..., 290

Очевидно, что для большого числа n число фигур с правильными модусами сравнительно невелико против числа всех фигур. Для $n = 10$ мы имеем соответственно 46 против 512, то есть 466 фигур — пустые. Для $n = 1$ имеется только одна фигура, $A — A$, с двумя правильными модусами — законами тождества. Для $n = 2$ имеются две фигуры:

	Посылка	*Заключение*
F1	$A — B$	$A — B$
F2	$B — A$	$A — B$

с десятью привильными модусами, шестью в F1 (а именно, четыре подстановки в пропозициональный закон тождества, например «Если всякое A есть B, то всякое A есть B», и два закона подчинения) и четырьмя модусами в F2 (а именно четыре закона обращения).

ГЛАВА III

СИСТЕМА

§ 15. Совершенные и несовершенные силлогизмы

В вводной главе к силлогистике Аристотель делит все силлогизмы на совершенные и несовершенные. «Совершенным силлогизмом я называю такой, — говорит он, — который для выявления необходимости ⟨заключения⟩ не нуждается ни в чем другом, кроме того, что принято. Несовершенным я называю такой, который хотя и является необходимым благодаря положенным в основание ⟨данного силлогизма⟩ терминам, но нуждается в одном или нескольких ⟨суждениях⟩, которых нет в посылках» [1]. Этот отрывок нуждается в переводе на язык логической терминологии. Каждый аристотелевский силлогизм — это истинная импликация, антецедентом которой является соединение посылок, а консеквентом — заключение. То, что говорит Аристотель, следовательно, означает, что в совершенном силлогизме связь между антецедентом и консеквентом очевидна сама по себе, без какого-либо дополнительного предложения. Совершенные силлогизмы — это самоочевидные утверждения, которые не доказываются и не нуждаются в доказательствах; они недоказуемы, ἀναπόδειϰτοι [2]. Недоказуемые истинные утверждения дедуктивной системы ныне называются аксиомами. Следовательно, совершенные силлогизмы суть

---

[1] «Первая аналитика», I, 1, 24b22.

[2] Комментируя приведенное выше место, Александр (24, 2) употребляет выражение ἀναπόδειϰτος (не подлежащий доказательству). «В одном добавочном предложении нуждаются те несовершенные силлогизмы, которые требуют лишь одного обращения, для того чтобы они получили форму одного из совершенных и не подлежащих доказательству силлогизмов первой фигуры; в нескольких добавочных предложениях нуждаются те силлогизмы, которые сводятся к совершенным посредством двух обращений».

аксиомы силлогистики. С другой стороны, несовершенные силлогизмы не самоочевидны; они должны быть доказаны с помощью одного или более предложений, которые следуют из посылок, но отличны от них.

Аристотель знает, что не все истинные предложения доказуемы [1]. Предложение формы «*A* присуще *B*», по Аристотелю, доказуемо, если существует средний термин, то есть термин, который совместно с *A* и *B* образует истинные посылки правильного силлогизма, имеющего данное предложение в качестве заключения. Если такого среднего термина нет, то предложение называется «непосредственным», ἄμεσος, то есть без среднего термина. Непосредственные предложения недоказуемы; они составляют основные истины, ἀρχαί [2]. К этим утверждениям из «Второй аналитики» можно было бы добавить еще то место из «Первой аналитики», в котором говорится, что всякое доказательство и всякий силлогизм необходимо строятся по трем фигурам силлогизма [3].

Эта аристотелевская теория доказательства имеет существенный недостаток: она предполагает, что все проблемы могут быть выражены посредством четырех видов силлогистических посылок и что, следовательно, категорический силлогизм является единственным инструментом доказательства. Аристотель не осознает, что его же собственная теория силлогизма служит примером, свидетельствующим против этой концепции. Будучи импликациями, модусы силлогизма являются предложениями иного рода, чем посылки силлогизма, но тем не менее они являются истинными предложениями, и если какое-нибудь из них не самоочевидно и не доказано, то оно требует доказательства своей истинности. Это доказательство, однако, не может быть дано средствами категорического силлогизма, потому что импликация не имеет ни

---

[1] «Вторая аналитика», I, 3, 72b18. «Мы же, напротив, утверждаем, что не всякая наука есть доказывающая ⟨наука⟩, но знание неопосредованных ⟨начал⟩ недоказуемо».

[2] Там же, 23, 84b19. «Очевидно также, что когда *A* присуще *B*, то, если имеется некоторый средний ⟨термин⟩, может быть доказано, что *A* присуще *B*... Если же нет никакого ⟨среднего термина⟩, то нет уже доказательства, но путь к началам ⟨именно⟩ этот».

[3] «Первая аналитика», I, 23, 41b1. «. всякое доказательство и всякий силлогизм необходимо строятся по трем выше рассмотренным фигурам».

субъекта, ни предиката, и было бы бесполезно искать средний термин между несуществующими крайними. Возможно, это и является неосознанной причиной того обстоятельства, почему Аристотель употребляет в учении о фигурах силлогизма специальную терминологию. Он не говорит об «аксиомах» или «основных истинах», но о «совершенных силлогизмах», и не говорит о «демонстрации» или «доказательстве» несовершенных силлогизмов, но о «сведении» их (ἀναγει или ἀναλύει) к совершенным. Влияние этой неподходящей терминологии сказывается по сей день. Кейнс в своей «Формальной логике» посвящает этому вопросу целый параграф со следующим названием «Является ли сведение существенной частью учения о силлогизме?» и приходит к заключению, что «сведение, поскольку оно касается установления законности различных модусов, не является необходимой частью учения о силлогизме» [1]. Это заключение несправедливо по отношению к аристотелевской теории силлогизма, так как эта теория есть аксиоматизированная дедуктивная система и сведение прочих модусов силлогизма к модусам первой фигуры, иными словами — их доказательство в качестве теорем посредством аксиом является необходимой частью системы.

Аристотель принимает в качестве совершенных силлогизмов модусы первой фигуры, названные Barbara, Celarent, Darii и Ferio [2]. Все же в последней главе своего систематического изложения он сводит третий и четвертый модусы к двум первым и, следовательно, принимает в качестве аксиом своей теории наиболее очевидные силлогизмы — Barbara и Celarent [3]. Эта деталь немаловажна. Современная формальная логика имеет тенденцию свести число аксиом в дедуктивной теории к минимуму, и первым представителем этой тенденции является Аристотель.

Аристотель прав, когда он говорит, что только два силлогизма необходимы в качестве аксиом для построения всей теории силлогизма. Но он забывает, что законы

---

[1] J. N. Keynes, op. cit., p. 325—327.

[2] В конце главы четвертой, излагающей модусы первой фигуры, Аристотель пишет («Первая аналитика», I, 4, 26b29): «Ясно также, что все силлогизмы по этой фигуре являются совершенными».

[3] «Первая аналитика», I, 7, 29b1. «...все силлогизмы можно свести к силлогизмам первой фигуры с общим ⟨заключением⟩».

обращения, которые он использует для сведения несовершенных модусов к совершенным, также принадлежат к его теории и не могут быть доказаны посредством силлогизмов. В «Первой аналитике» упоминается три закона обращения; обращение посылок вида *E*, вида *A* и вида *I*. Аристотель доказывает первый из этих законов при помощи так называемого выделения, которое основывается, как мы позже увидим, на логическом процессе, лежащем вне пределов силлогистики. И так как оно не может быть доказано другим путем, оно должно быть сформулировано в качестве новой аксиомы системы. Обращение посылок вида *A* доказывается при помощи квадрата противоположностей, о котором в «Первой аналитике» вообще не упоминается. Поэтому мы должны принять в качестве четвертой аксиомы или этот закон обращения, или то положение квадрата противоположностей, из которого этот закон следует. Лишь закон обращения посылок вида *I* может быть доказан без новой аксиомы.

Имеется еще два положения, которые должны быть приняты в расчет, хотя ни одно из них явно не сформулировано Аристотелем, — это законы тождества «*A* присуще всякому *A*» и «*A* присуще некоторому *A*». Первый из этих законов независим от всех остальных положений силлогистики. Если мы хотим иметь этот закон в системе, мы должны принять его аксиоматически. Второй закон тождества может быть выведен из первого.

Современная формальная логика различает в дедуктивной системе не только основные и производные предложения, но также основные и определяемые термины. Константами аристотелевской силлогистики являются четыре отношения: «быть присущим всякому», или *A*, «не быть присущим ни одному», или *E*, «быть присущим некоторому», или *I*, и «не быть присущим некоторому», или *O*. Два из них могут быть определены на основании двух других посредством пропозиционального отрицания следующим образом: «*A* не присуще некоторому *B*» означает то же самое, что «неверно, что *A* присуще всякому *B*», и «*A* не присуще ни одному *B*» означает то же самое, что «неверно, что *A* присуще некоторому *B*». Тем же способом *A* может быть определено через *O*, а *I* — через *E*. Аристотель не вводит этих определений в свою систему, но он интуитивно использует их в качестве аргументов в своих доказательствах. Сошлемся только на один

пример — на доказательство обращения посылки *I*. Оно выглядит следующим образом: «Если *A* присуще некоторому *B*, то и *B* необходимо будет присуще некоторому *A*. Если же ⟨*B*⟩ не было бы присуще ни одному ⟨*A*⟩, то и *A* не было бы присуще ни одному *B*» [1]. Очевидно, что в этом косвенном доказательстве Аристотель истолковывает отрицание выражения «*B* присуще некоторому *A*» как эквивалентное выражению «*B* не присуще ни одному *A*». Что касается другой пары — *A* и *O*, то Александр прямо говорит, что выражения «не быть присущим некоторому» и «не быть присущим всякому» отличаются только словами, а по своим значениям эквивалентны [2].

Если мы примем в качестве основных терминов системы отношения *A* и *I*, определив через них *E* и *O*, то мы сможем, как я это утверждал еще много лет тому назад [3], построить всю теорию аристотелевской силлогистики на следующих четырех аксиомах:

1. *A* присуще всякому *A*.
2. *A* присуще некоторому *A*.
3. Если *A* присуще всякому *B* и *B* присуще всякому *C*, то *A* присуще всякому *C*. Barbara
4. Если *A* присуще всякому *B* и *C* присуще некоторому *B*, то *A* присуще некоторому *C*. Datisi

Сократить число этих аксиом невозможно. В частности, они не могут быть выведены из так называемого dictum de omni et nullo [4]. Последний принцип по-разному формулируется в различных учебниках логики и всегда очень неопределенно. Его классическая формулировка: «quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et de songulis» и «quidquid de nullo valet, nec de quibusdam nec de singulis valet» [5], строго говоря, не может быть применена к аристотелевской логике, так как в этой

---

[1] «Первая аналитика», I, 2, 25a20.

[2] Александр, 84, 6. «Выражения «не быть присущим чему-нибудь» и «не быть присущим всем» различаются между собой не по смыслу, но только словесно».

[3] J. Lukasiewicz, Elementy logiki matematicznej (Элементы математической логики), изд. M. Presburger (mimeographed), Warsaw, 1929, str. 172; Znaczenie analizy logicznej dla poznania (Значение логического анализа для познания). «Przegl. Filoz.» («Философское обозрение»), vol. XXXVII, Warsaw, 1934, str. 373.

[4] Сказанное обо всем и ни о чем. — *Прим. перев.*

[5] «Все, что утверждается обо всем, утверждается о каждом и об отдельном. Все, что отрицается обо всем, отрицается о каждом и об отдельном». — *Прим. перев.*

логике нет единичных терминов и предложений. Кроме того, я не вижу, как можно вывести из этого принципа законы тождества и модус Datisi, если вообще что-либо возможно из него вывести. Более того, очевидно, что это не один-единственный принцип, а два. Нужно подчеркнуть, что Аристотель не ответствен за этот неясный принцип. Неверно, что dictum de omni et nullo был предложен Аристотелем в качестве аксиомы, на которой основываются все силлогистические выводы, как это утверждает Кейнс [1]. В «Первой аналитике» он нигде не формулируется в качестве такого принципа силлогистики. То, что иногда цитируется как формулировка этого принципа, является лишь объяснением слов «высказывается обо всем другом» и «ни о чем другом не высказывается» [2].

Тщетны попытки найти принцип аристотелевской логики, если под «принципом» понимать то же, что и под «аксиомой». Если же смысл его иной, то я вовсе не понимаю этой проблемы. Майер, посвятивший этому вопросу еще одну невразумительную главу своей книги [3], разводит в ней философские спекуляции, которые и сами по себе неубедительны и не подтверждаются текстами «Первой аналитики». С точки зрения логики они никуда не годны.

§ 16. Логика терминов и логика предложений

На сегодняшний день не существует точного логического анализа аристотелевских доказательств сведения несовершенных силлогизмов к совершенным. Старые историки логики, подобно Прантлю и Майеру, были философами и знали только «философскую логику», которая в XIX столетии, за очень небольшим исключением, стояла ниже научного уровня. Прантля и Майера уже нет в живых, но, быть может, возможно убедить ныне здравствующих философов, чтобы они прекратили писать по вопросам логики и ее истории до того, как они приобретут солидные знания в области так называемой

---

[1] J. N. Keynes, op. cit., p. 301.

[2] «Первая аналитика», I, 1, 24b28. «Говорим же мы «нечто одно, высказываясь обо всем другом», когда не может быть указана ни одна ⟨часть⟩ (подлежащего — опускается У. Д. Россом), о которой нечто другое не высказывалось бы И точно так же, ⟨когда мы говорим, что «ничто⟩ ни о чем другом не высказывается».

[3] H. Maier, op. cit, Bd. IIb, S. 149.

«математической логики». Иначе это было бы пустой тратой времени как для них, так и для их читателей. Мне кажется, что это замечание немаловажное.

Никто не может вполне понять аристотелевские доказательства, если не знает, что, кроме аристотелевской системы, существует еще другая система логики, более фундаментальная, чем теория силлогизма. Это — логика предложений. Давайте рассмотрим пример различия между логикой терминов, часть которой составляет аристотелевская логика, и логикой предложений. Кроме аристотелевского закона тождества «*A* присуще всякому *A*» или «Всякое *A* есть *A*», мы имеем еще другой закон тождества — «Если *p*, то *p*». Сравним эти две логические формулы:

Всякое *A* есть *A* и Если *p*, то *p*.

Они различны в своих константах, которые я называю функторами: в первой формуле функтор читается «всякое — есть», во второй «если — то». Оба являются функторами от двух переменных, которые в данном случае тождественны. Но главное различие состоит в аргументах. В обеих формулах аргументами являются переменные, однако различного рода: значениями переменной *A* являются термины, например «человек» или «растение». Из первой формулы мы получаем такие предложения, как «Все люди суть люди» или «Все растения суть растения». Значениями же переменной *p* являются не термины, а предложения, например «Дублин расположен на Лиффи» или «Сегодня пятница»; следовательно, мы получаем из второй формулы предложения «Если Дублин расположен на Лиффи, то Дублин расположен на Лиффи» или «Если сегодня пятница, то сегодня пятница». Это различие между переменными терминами и переменными предложениями является основным различием между этими двумя формулами и, следовательно, между двумя системами логики, а так как предложения и термины принадлежат к различным семантическим категориям, это различие является существенным.

Первая система пропозициональной логики была открыта полстолетия спустя после Аристотеля: это была логика стоиков. Логика стоиков является не системой положений, а системой правил вывода. Так называемый modus ponens, теперь называемый правилом отделения:

«Если α, то β; и α; следовательно, β» является одним из наиболее важных и основных правил логики стоиков. Переменные α и β — это пропозициональные переменные, так как на их место могут быть осмысленно подставлены лишь предложения [1]. Современная система логики предложений была создана только в 1879 году великим немецким логиком Готтлобом Фреге. Другой выдающийся логик XIX столетия, Чарльз Сандерс Пирс, сделал важный вклад в эту логику своим открытием логических матриц (1885). Уайтхед и Рассел — авторы «Principia Mathematica» («Принципы математики») — позднее положили эту систему логики под названием «Theory of Deduction» («Теория дедукции») в основу всей математики. Все это было совершенно неизвестно философам XIX столетия. По-видимому, и по сей день философы чужды идее логики предложений. Майер говорит, что логика стоиков, которая на самом деле представляет собой шедевр, не уступающий логике Аристотеля, дает бедную и бесплодную картину формально-грамматической неустойчивости и отстутствия какого-либо принципа; в сноске он добавляет, что следует согласиться с отрицательной оценкой этой логики со стороны Прантля и Целлера [2]. Британская энциклопедия 1911 года коротко говорит о логике стоиков, что «их поправки и изощренное усовершенствование аристотелевской логики в большинстве случаев бесполезны и педантичны» [3].

По всей вероятности, Аристотель не подозревал о существовании другой системы логики, кроме своей теории силлогизма. Тем не менее он интуитивно использует законы пропозициональной логики в своих доказательствах несовершенных силлогизмов и даже излагает во второй книге «Первой аналитики» три положения, относящиеся к этой логике. Первое из них — это закон транспозиции. «Когда два ⟨явления⟩ так относятся друг к другу, — пишет он, — что если есть одно, необходимо есть и дру-

---

[1] Ср. J. Lukasiewiz, Zur Geschichte des Aussagenkalküls, «Erkenntnis», Bd. V, Leipzig, 1935, S. 111—131.

[2] H. Maier, op. cit., Bd. IIb, S. 384.

«Однако в основном логика стоиков представляет собой туманную, бесплодную картину формально-грамматического принципа и неосновательности». Там же, прим. 1: «В основном нужно согласиться с той отрицательной оценкой, которую дали стоической логике Прантль и Целлер».

[3] 11-е издание, Кембридж, 1911, vol. XXV, p. 946 (s. v. «Stoics»).

гое, то если второго нет, не будет и первого»[1]. В терминах современной логики это означает, что всякий раз, когда истинна импликация формы «Если α, то β», то должна быть также истинна и другая импликация формы «Если не-β, то не-α». Второе положение — это закон гипотетического силлогизма. Аристотель поясняет его следующим примером: «...если нечто, ⟨например⟩ *B*, необходимо велико, когда другое, ⟨например⟩ *A*, бело, и если *C* необходимо не бело, когда *B* велико, то *C* не бело, когда *A* бело»[2]. Это означает: всякий раз, когда две импликации формы «Если α, то β» и «Если β, то γ» истинны, то должна быть также истинна третья импликация — «Если α, то γ». Третье утверждение является применением двух предыдущих законов к новому случаю и, как ни странно, неправильным. Этот весьма любопытный отрывок следующий:

«...невозможно, чтобы одно и то же было необходимо и когда другое есть и когда его нет: я имею в виду, например, ⟨такое отношение⟩, что когда *A* бело, то *B* необходимо велико, и что когда *A* не бело, то *B* ⟨также⟩ необходимо велико...[3] В таком случае, если *B* не велико, то и *A* не может быть белым. Если же ⟨предположить⟩ что *B необходимо* велико, когда *A* не бело, то с необходимостью вытекает, что *B* велико, когда оно не велико, а это невозможно»[4].

Хотя выбранный Аристотелем пример и неудачен, смысл его аргументов ясен. В терминах современной логики он может быть выражен так: две импликации формы «Если α, то β» и «Если не-α, то β» не могут быть вместе истинными. В самом деле, по закону транспозиции мы получаем из первой импликации посылку «Если не-β, то не-α», а эта посылка вместе со второй импликацией по закону гипотетического силлогизма дает заключение «Если не-β, то β». Согласно Аристотелю, это заключение невозможно.

Последнее замечание Аристотеля ошибочно. Импликация «Если не-β, то β», антецедент которой является отрицанием ее консеквента, не невозможна; она может

---

[1] «Первая аналитика», II, 4, 57b1.

[2] Там же, 6.

[3] Далее следует пример гипотетического силлогизма, приведенный на стр. 49, и дается вторая формулировка закона транспозиции.

[4] «Первая аналитика», II, 4, 57b3.

быть истинной и давать в качестве заключения консеквент β, согласно закону логики предложений: «Если (если не-p, то p), то p»[1]. Комментируя это место, Майер говорит, что здесь получается результат, несовместимый с законом противоречия и, следовательно, абсурдный[2]. Это примечание лишний раз изобличает непонимание Майером логики. Закону противоречия противоположна вовсе не импликация «Если не-β, то β», а лишь конъюнкция «β и не-β».

Несколько лет спустя после Аристотеля математик Евклид дал доказательство математической теоремы, которое подразумевает положение «Если (если не-p, то p), то p»[3]. Евклид утверждает: «Если произведение двух целых чисел a и b делимо на простое число n, то, если a не делимо на n, на него должно быть делимо b». Предположим теперь, что $a = b$ и что произведение $a \times a (a^2)$ делимо на n. Из этого предположения вытекает, что «Если a не делимо на n, то a делимо на n». Здесь мы имеем пример истинной импликации, антецедент которой является отрицанием ее консеквента. Из этой импликации Евклид выводит теорему: «Если a^2 делимо на простое число n, то и a делимо на n».

§ 17. Доказательства посредством обращения

Доказательства несовершенных силлогизмов посредством обращения посылок — простейший и чаще всего используемый прием Аристотеля. Проанализируем два примера. Доказательство модуса Festino второй фигуры выглядит следующим образом: «Если M не присуще ни одному N, но присуще некоторому X, то N необходимо не присуще некоторому X; а так как отрицательное суждение обратимо, то и N не будет присуще ни одному

---

[1] См. A. N. Whitehead and B. Russel, Principia Mathematica, vol. I, Cambridge, 1910, p. 108, положение * 2·18.

[2] J. Maier, op. cit., Bd. IIa, S. 331.

«В результате также получается связь, противоположная закону противоречия и, следовательно, абсурдная».

[3] См. «Scritti di G. Vailati», Leipzig — Firenze, cxv, «A proposito d'un passo del Teeteto e di una dimostrazione di Euclide», p. 516—527; ср. J. Lukasiewicz, Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls, «Comptes Rendus des séances de la Societé des Sciences et des Lettres de Varsovie», XXIII, 1930, III, p. 67.

M. Но ведь предположено, что M присуще некоторому X, так что N не будет присуще некоторому X и получается силлогизм по первой фигуре»[1].

Это доказательство базируется на двух предпосылках. Одна из них — закон обращения предложений вида E:

(1) Если M не присуще ни одному N, то N не присуще ни одному M.

Другая — модус Ferio первой фигуры:

(2) Если N не присуще ни одному M и M присуще некоторому X, то N не присуще некоторому X.

Из этих предпосылок мы должны вывести модус Festino.

(3) Если M не присуще ни одному N и M присуще некоторому X, то N не присуще некоторому X.

Аристотель осуществляет это доказательство интуитивно. Анализируя его интуиции, мы находим два положения исчисления высказываний: одно из них — это вышеупомянутый закон гипотетического силлогизма, который может быть представлен в следующем виде:

(4) Если (если p, то q), то [если (если q, то r), то (если p, то r)][2].

Другое положение гласит:

(5) Если (если p, то q), то (если p и r, то q и r).

Это положение вслед за Пеано называется в «Principia Mathematica» принципом множителя. Оно показывает, что мы можем «умножать» обе стороны импликации на общий множитель, то есть можем прибавить при помощи слова «и» к p и q новое предложение r[3].

Мы исходим из этого положения (5). Так как p, q и r — это пропозициональные переменные, мы можем на их место подставить посылки аристотелевской логики. Подставляя «M не присуще ни одному N» вместо p, «N не присуще ни одному M» вместо q и «M присуще некоторому X» вместо r, мы получаем из антецедента (5)

---

[1] «Первая аналитика», I, 5, 27a32.

[2] См. «Principia Mathematica», p. 104, положение *2·06.

[3] См. там же, p. 119, положение *3·45. Конъюнкция «p и r» в «Principia Mathematica» называется «логическим произведением» («logical product»).

закон обращения (1) и можем отделить консеквент (5) в качестве нового положения. Это новое положение имеет форму:

(6) Если M не присуще ни одному N и M присуще некоторому X, то N не присуще ни одному M и M присуще некоторому X.

Консеквент этого положения тождествен с антецедентом положения (2). Следовательно, мы можем применить к (6) и (2) закон гипотетического силлогизма, подставляя вместо p конъюнкцию «M не присуще ни одному N и M присуще некоторому X», вместо q — конъюнкцию «N не присуще ни одному M и M присуще некоторому X», а вместо r — предложение «N не присуще некоторому X». Применяя дважды правило отделения, мы получаем из этого нового положения модус Festino.

Второй пример, который я хочу проанализировать, несколько иной. Это упоминавшееся выше доказательство модуса Disamis [1]. Мы должны доказать следующий несовершенный силлогизм:

(7) Если R присуще всякому S и P присуще некоторому S, то P присуще некоторому R.

Доказательство основывается на модусе Darii первой фигуры:

(8) Если R присуще всякому S и S присуще некоторому P, то R присуще некоторому P и

на законе обращения предложений вида I, который применяется дважды, один раз в форме:

(9) Если P присуще некоторому S, то S присуще некоторому P,

а второй раз в форме:

(10) Если R присуще некоторому P, то P присуще некоторому R.

В качестве вспомогательных положений пропозициональной логики мы имеем закон гипотетического силлогизма и следующее положение, которое несколько отличается от положения (5), но также может быть названо принципом множителя:

(11) Если (если p, то q), то (если r и p, то r и q).

Различие между (5) и (11) состоит в том, что в (11) общий множитель r стоит не на втором месте, как в (5),

---

[1] См. стр. 64, прим. 1.

а на первом. Так как конъюнкция коммутативна и «*p* и *r*» эквивалентно «*r* и *p*», это различие не сказывается на правильности положения.

Доказательство, которое дает Аристотель, начинается с обращения посылки «*P* присуще некоторому *S*». Следуя этой процедуре, подставим в (11) на место *p* посылку «*P* присуще некоторому *S*», на место *q* посылку «*S* присуще некоторому *P*», а на место *r* посылку «*R* присуще всякому *S*». С помощью такой подстановки мы получаем из антецедента положения (11) закон обращения (9), и, следовательно, мы можем отделить консеквент (11), который гласит:

(12) Если R присуще всякому *S* и *P* присуще некоторому *S*, то *R* присуще всякому *S* и *S* присуще некоторому *P*.

Консеквент (12) тождествен с антецедентом (8). Применяя закон гипотетического силлогизма, мы можем из (12) и (8) получить силлогизм:

(13) Если *R* присуще всякому *S* и *P* присуще некоторому *S*, то *R* присуще некоторому *P*.

Этот силлогизм, однако, еще не требуемый модус Disamis, а лишь Datisi. Конечно, модус Disamis может быть выведен из Datisi путем обращения его консеквента согласно положению (10), то есть посредством применения гипотетического силлогизма к (13) и (10). Однако, по-видимому, сам Аристотель избрал иной путь: вместо выведения Datisi и обращения его заключения он обращает заключение Darii, получая силлогизм:

(14) Если *R* присуще всякому *S* и *S* присуще некоторому *P*, то *P* присуще некоторому *R*,

а затем он интуитивно применяет к (12) и (14) закон гипотетического силлогизма. Силлогизм (14) является модусом четвертой фигуры, называемым Dimaris. Как мы уже знаем, Аристотель упоминает этот модус в начале книги второй «Первой аналитики».

Подобным же образом мы могли бы проанализировать и все другие доказательства посредством обращения. Из этого анализа следует, что если к совершенным силлогизмам первой фигуры и законам обращения мы добавим три закона логики предложений, а именно закон

гипотетического силлогизма и два закона множителя, мы получим строго формализованные доказательства всех несовершенных силлогизмов, за исключением Baroco и Bocardo. Для доказательства этих модусов требуются другие положения пропозициональной логики.

§ 18. Доказательства посредством reductio ad impossibile

Модусы Baroco и Bocardo не могут быть посредством обращения сведены к первой фигуре. Обращение посылки *A* дает посылку *I*, которая совместно с посылкой *O* не дает никакого заключения. Аристотель пробует доказать эти два модуса посредством reductio ad impossibile, ἀπαγωγὴ εἰς τὸ ἀδύνατον. Доказательство Baroco выглядит следующим образом: «Если *M* присуще всякому *N*, а некоторому *X* не присуще, то *N* необходимо не присуще некоторому *X*; действительно, если бы оно было присуще всякому ⟨*X*⟩, то, поскольку *M* высказывается обо всяком *N*, *M* необходимо было бы присуще всякому *X*. Предположено же было, что оно некоторому ⟨*X*⟩ не присуще» [1]. Это весьма сжатое доказательство нуждается в объяснении. Обычно оно объясняется следующим образом [2]: мы должны доказать силлогизм:

(1) Если *M* присуще всякому *N* и *M* не присуще некоторому *X*, то *N* не присуще некоторому *X*.

Допустим, что посылки «*M* присуще всякому *N*» и «*M* не присуще некоторому *X*» истинны; тогда и заключение «*N* не присуще некоторому *X*» также должно быть истинно. В самом деле, если бы оно было ложным, то было бы истинным противоречащее ему положение «*N* присуще всякому *X*». Это последнее предложение и является отправным пунктом нашего сведéния (редукции). Так как было принято, что посылка «*M* присуще всякому *N*» истинна, мы из этой посылки и предложения «*N* присуще всякому *X*» по модусу Barbara получаем заключение «*M* присуще всякому *X*». Но это заключение ложно, ибо было принято, что истинно противоречащее ему предложение «*M* не присуще некоторому *X*». Следо-

[1] «Первая аналитика», I, 5, 27a37.
[2] Ср., например, H. Maier, op. cit., Bd. IIa, S. 84.

вательно, должен быть ложен отправной пункт нашего сведéния «*N* присуще всякому *X*», который ведет нас к этому ложному заключению, а ему противоречащее положение «*M* не присуще некоторому *X*» должно быть истинным.

Этот аргумент только по видимости убедителен; в действительности же он не доказывает вышеприведенного силлогизма. Он может быть применен только к традиционному модусу Baroco (я привожу этот модус в его обычной форме с глаголом «быть», а не в аристотелевской форме с глаголом «быть присущим»):

(2) Всякое *N* есть *M*,
Некоторое *X* не есть *M*,
Следовательно,
Некоторое *X* не есть *N*.

Это есть правило вывода, оно позволяет нам утверждать, что заключение доказано, если посылки истинны. Но оно ничего не говорит о том случае, когда посылки не истинны. Такой случай не имеет отношения к правилу вывода, так как очевидно, что вывод, основанный на ложных посылках, не может быть законным. Между тем аристотелевские силлогизмы являются не правилами вывода, а предложениями. Силлогизм (1) — это импликация, которая истинна для всех значений переменных *M*, *N* и *X*, а не только для тех значений, при которых посылки оказываются истинными. Если мы применим этот модус Baroco к таким терминам: *M* = «птица», *N* = «живое существо», а *X* = «сова», то мы получим истинный силлогизм (я употребляю формы с глаголом «быть», как это делает в примерах и Аристотель):

(3) Если все живые существа суть птицы
и некоторые совы не суть птицы,
то некоторые совы не суть живые существа.

Это пример модуса Baroco, поскольку он получается в результате подстановки в него. Однако вышеприведенный аргумент не может быть применен к этому силлогизму. Мы не можем допустить, что посылки истинны, потому что предложения «Все живые существа суть птицы» и «Некоторые совы не суть птицы» определенно ложны. Нам нет нужды предполагать, что заключение ложно; оно ложно независимо от того, предполагаем ли

мы его ложность или нет. Но главное состоит в том, что противоречащее заключению предложение «Все совы суть живые существа» вместе с первой посылкой «Все живые существа суть птицы» дает не ложное, а истинное заключение: «Все совы суть птицы». Reductio ad impossibile в этом случае невозможно.

Данное Аристотелем доказательство не является ни достаточным, ни доказательством посредством reductio ad impossibile. Аристотель описывает косвенное доказательство или демонстрацию per impossibile в отличие от прямого или явного доказательства, как такое доказательство, которое постулирует то, что хочет опровергнуть, и опровергает посредством сведéния к утверждению, принятому в качестве ложного, в то время как явное доказательство отправляется от предложений, принятых в качестве истинных[1]. Согласно этому, если мы должны доказать предложение посредством reductio ad impossibile, мы должны начать с его отрицания и извлечь отсюда очевидно ложное утверждение. Косвенное доказательство модуса Baroco должно начинаться с отрицания этого модуса, а не с отрицания его заключения, и это отрицание должно вести к безусловно ложному положению, а не к предложению, ложность которого допускается лишь при определенных условиях. Я здесь дам набросок такого доказательства. Пусть α обозначает предложение «*M* присуще всякому *N*», β обозначает «*N* присуще всякому *X*» и γ — «*M* присуще всякому *X*». Так как отрицание посылки *A* есть посылка *O*, то «не-β»[2] будет иметь значение «*N* не присуще некоторому *X*», а «не-γ» — «*M* не присуще некоторому *X*». Согласно модусу Baroco, импликация «Если α и не-γ, то не-β» истинна, или, иными словами, α и не-γ совместно с β не истинны. Следовательно, отрицание этой импликации будет означать, что «α и β и не-γ» вместе истинны. Но из «α и β» по модусу Barbara следует «γ»; мы получаем, следовательно, «γ и не-γ», то есть предложение очевидно лож-

---

[1] «Первая аналитика», II, 14, 62b29. «Доказательство посредством приведения к невозможному отличается от прямого тем, что ⟨в нем⟩ принимается то, что хотят опровергнуть, и что оно ведет к очевидно ложному. Прямое же ⟨доказательство⟩ исходит из положений, признанных истинными».

[2] Я употребляю «не» как сокращение для пропозиционального отрицания «не верно, что».

ное, противоречивое *в своей форме*. Нетрудно видеть, что настоящее доказательство модуса Baroco посредством reductio ad impossibile совершенно отлично от того, которое было дано Аристотелем.

Модус Baroco может быть доказан из модуса Barbara посредством очень простого явного доказательства, которое нуждается в одном только положении пропозициональной логики. Это положение — сложный закон транспозиции:

(4) Если (если p и q, то r), то если p, и не верно, что r, то не верно, что q [1].

Подставим на место p «M присуще всякому N», на место q — «N присуще всякому X» и на место r — «M присуще всякому X». С помощью этой подстановки мы получаем в антецеденте (4) модус Barbara и, следовательно, мы можем отделить консеквент, который гласит:

(5) Если M присуще всякому N и не верно, что M присуще всякому X, то не верно, что N присуще всякому X.

Так как посылка O является отрицанием посылки A, мы можем в (5) заменить формы «не верно, что присуще всякому» формой «не присуще некоторому», получив таким образом модус Baroco.

Не может быть сомнения в том, что Аристотель знал вышеупомянутый закон транспозиции. Этот закон тесно связан с так называемым «обращением» силлогизма, которое Аристотель тщательно исследовал [2]. Обратить силлогизм означает принять положение противоположное или противоречащее его заключению (в доказательствах per impossibile только противоречащее) вместе с одной из его посылок, посредством чего устраняется другая посылка. «Ибо если заключение подвергнуть превращению и ⟨при этом⟩ сохранить одну из посылок, то другую необходимо устранить, — говорит Аристотель, — в самом деле, если бы она осталась, то осталось бы также прежнее заключение» [3]. Таково описание сложного закона транспозиции. Аристотель, следовательно, знает этот за-

[1] См. «Principia Mathematica», p. 118, положение *3·37.

[2] «Первая аналитика», II, 8—10.

[3] Там же, 8, 59b3. Ср. «Топика», VIII, 14, 163a34. «Если заключение недействительно, то необходимо уничтожить одну из посылок, ибо из всех положенных посылок с необходимостью вытекает заключение».

кон; более того, он применяет его к получению из модуса Barbara модусов Baroco и Bocardo. В той же главе, исследуя обращение модусов первой фигуры, он пишет: «...пусть силлогизм будет утвердительным [то есть Barbara] и пусть подвергнется такому же [то есть посредством противоречащего отрицания] превращению; следовательно, если *A* присуще не всякому *C* и присуще всякому *B*, то *B* будет присуще не всякому *C*. И если *A* присуще не всякому *C*, а *B* — всякому *C*, то *A* будет присуще не всякому *B*»[1]. Доказательства модусов Baroco и Bocardo здесь даны в их простейшем виде.

В систематическом изложении силлогистики эти правильные доказательства подменены недостаточными демонстрациями per impossibile. Я полагаю, причина этого состоит в том, что Аристотель не признает аргументов ἐξ ὑποθέσεως (из предположения) в качестве инструментов подлинного доказательства. Для него всякое доказательство — это доказательство посредством категорических силлогизмов; он хочет показать, что доказательство per impossibile является настоящим доказательством, поскольку оно, по крайней мере частично, состоит из категорического силлогизма. Анализируя доказательство теоремы, что сторона квадрата несоизмерима с его диагональю, Аристотель прямо утверждает: посредством силлогизма мы знаем, что положение, противоречащее этой теореме, приведет нас к абсурдному следствию, а именно, что нечетные числа равны четным, однако сама теорема доказывается, исходя из предположения, так как когда она отрицается, следует ложный результат[2]. И Аристотель заключает, что все другие гипотетические аргументы такого же рода; в самом деле, в каждом случае силлогизм приводит к предложению, которое отличается от

---

[1] «Первая аналитика», II, 8, 59b28.

[2] «Первая аналитика», I, 23, 41a23. «...все ⟨силлогизмы⟩, которые строятся посредством приведения к невозможному, выводят ложное; но первоначально принятое они доказывают, исходя из ⟨некоторого⟩ предположения, так как при допущении ⟨положения⟩, противоречащего ⟨первоначально принятому⟩, вытекает нечто невозможное, как, например, когда доказывается несоизмеримость диаметра ⟨со стороной⟩, потому что, если допустить их соизмеримость, то нечетное было бы равно четному. Таким образом, то, что нечетное равно четному, выводится здесь силлогистически, а что диаметр ⟨со стороной⟩ несоизмеримы, доказывается исходя из предположения, ибо при допущении ⟨положения⟩, противоречащего первоначально принятому⟩, вытекает ложное».

первоначального положения, а первоначальное положение достигается путем допущения или некоторого другого предположения [1]. Все это, конечно, неверно: Аристотель не понимает природы гипотетических аргументов. Доказательство Baroco и Bocardo посредством закона транспозиции достигается не благодаря допущению или какому-либо предположению, но осуществляется в силу очевидного логического закона; кроме того, это, конечно, доказательство одного категорического силлогизма на основании другого, однако совершающееся не путем категорического силлогизма.

В конце первой книги «Первой аналитики» Аристотель замечает, что имеется много гипотетических аргументов, которые следовало бы рассмотреть и описать, и обещает впоследствии это сделать [2]. Это обещание он нигде не выполняет [3]. Последнее сделали стоики. Они включили теорию гипотетических аргументов в свою систему пропозициональной логики, в которой нашел свое место и сложный закон транспозиции. В связи с аргументом Энезидема (не имеющим отношения к нашей задаче) стоики проанализировали следующее правило вывода, соответствующее сложному закону транспозиции: «Если первое и второе, то третье; однако не третье, и все же первое, следовательно, не второе» [4]. Это правило сводится ко второму и третьему недоказуемым силлогизмам логики стоиков. Мы уже знаем, что первый недоказуемый силлогизм — это modus ponens; второй — modus tollens: «Если первое, то второе; но не второе; следова-

---

[1] «Первая аналитика», I, 23, 41a37. «То же самое ⟨можно сказать⟩ и относительно всех других силлогизмов, ⟨исходящих⟩ из предположения; ибо во всех ⟨этих случаях⟩ силлогизм строится согласно суждению, взятому в ином отношении. Первоначально принятое доказывается через признание этого или по какому-нибудь другому предположению».

[2] Там же, 44, 50a39. «Существует и еще много других ⟨заключений⟩, которые выводятся посредством предположения и которые надлежит рассмотреть и точно обозначить. Мы будем позднее говорить о том, чем эти силлогизмы отличаются ⟨друг от друга⟩ и сколькими способами они строятся».

[3] Александр (389, 32), комментируя это место, пишет: «Он говорит, что существует много других заключений, которые выводятся посредством предположения, обсуждение которых он откладывает, ибо намеревается разобрать их потом более тщательно. Он, однако, не оставил никакого сочинения относительно них».

[4] Стоики обозначали пропозициональные переменные порядковыми числами.

тельно, не первое». Третий недоказуемый силлогизм начинается с отрицания конъюнкции и гласит: «Не верно, что первое и второе; но первое; следовательно, не второе». Согласно Сексту Эмпирику, анализ стоиков выглядит таким образом: с помощью второго недоказуемого силлогизма мы получаем из импликации «если первое и второе, то третье» и отрицания ее консеквента «не третье» отрицание антецедента «не верно, что первое и второе». Из этого предложения, которое фактически содержится в неявном виде в посылках, и посылки «первое» по третьему недоказуемому силлогизму следует заключение «не второе» [1]. Это одно из самых точных доказательств, которым мы обязаны стоикам. Мы видим, что компетентные логики 2000 лет тому назад рассуждали таким же образом, как мы это делаем сегодня.

§ 19. Доказательства посредством выделения

Доказательства посредством обращения и per impossibile достаточны для того, чтобы все несовершенные силлогизмы свести к совершенным. Однако Аристотелем дается еще третий вид доказательств — так называемые доказательства посредством выделения, или ἔκθεσις. Эти доказательства, хотя и не имеют большого значения для системы, интересны сами по себе, и есть смысл внимательно их изучить.

В «Первой аналитике» имеется только три места, где Аристотель дает краткую характеристику этого вида

[1] Секст Эмпирик (изд. Мучманн), Против математиков, VIII, 235—236. «Это правило [подразумевается: поставленное под вопрос Евдемом] сводится к аргументации согласно второму и третьему не подлежащим доказательству модусам, как этому можно научиться из анализа, являющегося гораздо более очевидным для нас, если мы учение о модусе сформулируем так: «Если первое и второе, то третье; пусть третье отрицается, однако берется первое; таким образом, получается отрицание второго». Ибо тогда мы имеем импликацию, в которой антецедентом является конъюнкция, а именно «первое и второе», консеквентом же является «третье», причем у нас имеется противоположное консеквенту, то есть «не третье»; присоединяется же у нас противоположное антецеденту, то есть «не оба: первое и второе» согласно второму, не подлежащему доказательству модусу. Но все это содержится в правиле потенциально, поскольку у нас посылки будут соединенные; выявляется же это, если произнесем. При построении с оставшейся посылкой, а именно — с первым положением, мы будем иметь сводный вывод «следовательно, не второе», согласно третьему, не подлежащему доказательству модусу».

доказательства. Первое связано с доказательством обращения посылок вида *E*, второе — это доказательство модуса Darapti, третье — модуса Bocardo. Слово ἐκθέσθαι встречается только во втором случае, однако не может быть сомнения, что и в двух других местах также имеются в виду доказательства посредством выделения [1].

Начнем с первого места, которое гласит «Если *A* не присуще ни одному *B*, то и *B* не будет присуще ни одному *A*. Ибо если бы оно было присуще чему-нибудь, например *C*, то было бы неправильно ⟨заключить⟩, что *A* не присуще ни одному *B*, так как *C* есть ⟨также⟩ часть этих *B*» [2]. Обращение посылки *E* здесь доказывается per impossibile, но это доказательство per impossibile в свою очередь основывается на обращении посылки *I*, которое доказывается посредством выделения. Доказательство путем выделения требует введения нового термина, называемого «выделенным термином»; в данном случае *C*. Вследствие неясности приведенного отрывка о смысле этого *C* и о логической структуре доказательства можно лишь строить догадки. Я попытаюсь разъяснить этот вопрос, исходя из современной формальной логики.

Мы должны доказать закон обращения посылок вида *I*: «Если *B* присуще некоторому *A*, то *A* присуще некоторому *B*». Аристотель вводит для этой цели новый термин *C*, из его слов следует, что *C* включается в *B* так же, как и в *A*. Мы получаем, таким образом, две посылки: «*B* присуще всякому *C*» и «*A* присуще всякому *C*». Из этих посылок мы можем посредством силлогизма (с помощью модуса Darapti) вывести заключение «*A* присуще некоторому *B*» [3]. Такова первая интер-

---

[1] Имеется два других места, касающихся выделения («Первая аналитика», 30a6—14 и 30b31—40) (я обязан этому указанию сэру Дэвиду Россу), но оба они относятся к схеме модальных силлогизмов.

[2] «Первая аналитика», I, 2, 25a15.

[3] Александр, 32, 12. «Если *B* присуще некоторому *A*... пусть оно будет присуще и *C*. Пусть оно (*C*) будет некоторое *A*, которому присуще и *B*. Пусть *C* будет целиком в *B* и составляет часть его, а *B* высказывается обо всем *C*. Ибо сказать, что одно содержится в целом другом и что другое высказывается о нем обо всем, — это одно и то же. Но *C* составляет часть *A* и в то же время содержится в целом *A*. Если же оно содержится в целом, то *A* высказывается обо всем *C*. Но *C* составляет часть *B*, следовательно, *A* будет высказываться о некотором *B*».

претация, данная Александром. Однако можно возразить, что эта интерпретация предполагает модус Darapti, который еще не доказан. Александр поэтому предпочитает другую интерпретацию, которая не основывается на силлогизме: он утверждает, что термин *C* является единичным термином, данным нам в чувственном восприятии, и что доказательство посредством выделения состоит в некоем роде чувственной очевидности [1]. Однако это объяснение, кстати сказать, принимаемое Майером[2], не подтверждается текстом «Первой аналитики». Аристотель не говорит, что *C*—это индивидуальный термин. Кроме того, доказательство при помощи восприятия не есть логическое доказательство. Если мы хотим логически доказать, что посылка «*B* присуще некоторому *A*» может быть обращена, причем осуществить это доказательство посредством третьего термина *C*, то мы должны найти положение, которое связывало бы эту посылку с предложением, содержащим *C*.

Конечно, было бы неверно просто сказать, что если *B* присуще некоторому *A*, то *B* присуще всякому *C* и *A* присуще всякому *C*; однако небольшое видоизменение консеквента этой импликации легко разрешает нашу проблему. Мы должны поставить перед консеквентом квантор существования (слово «существует»), связывающий переменную *C*. Ибо если *B* присуще некоторому *A*, всегда существует такой термин *C*, что *B* присуще всякому *C* и *A* присуще всякому *C*. *C* может быть или общей частью *A* и *B*, или же термином, включенным в эту общую часть. Если, например, некоторые греки — философы, то у терминов «грек» и «философ» существует общая часть, а именно «греческий философ», и очевидно, что все греческие философы — греки и все греческие

---

[1] Александр, 32. «Но лучшим и более подходящим относительно выделения будет сказать, что здесь доказательство получается через чувственное восприятие, а не по сказанному модусу и не силлогистически. Модус через выделение получается чувственным образом, а не силлогистически. То *C*, которое берется, будучи чувственным, составляет часть *A*. Если же *B* высказывается о чувственном и единичном *C*, составляющем часть *A*, причем *C*, будучи часть *B*, содержится также в нем, то *C* составляет часть обоих и содержится в обоих».

[2] H. Maier, op. cit., Bd, IIa, S. 20: «Следовательно, аргументация обусловливается не силлогизмом, а ссылкой на очевидность».

философы — философы. Поэтому мы можем сформулировать следующее положение:

(1) Если B присуще некоторому A, то существует такое C, что B присуще всякому C и A присуще всякому C.

Это положение очевидно. Очевидно также и обращение (1). Если у A и B существует общая часть, то B должно быть присущим некоторому A. Поэтому мы имеем:

(2) Если существует такое C, что B присуще всякому C и A присуще всякому C, то B присуще некоторому A.

Возможно, что Аристотель интуитивно чувствовал истинность этих положений, не будучи в состоянии их явно сформулировать, и понимал их связь с обращением посылок вида I, хотя и не увидел всех дедуктивных шагов, ведущих к этому результату. Я дам здесь полное формальное доказательство обращения посылок вида I, начиная с положений (1) и (2) и применяя к ним некоторые законы пропозициональной логики и правила кванторов существования.

Следующее положение пропозициональной логики было, конечно, известно Аристотелю:

(3) Если p и q, то q и p.

Это коммутативный закон конъюнкции [1]. Применяя его к посылкам «B присуще всякому C» и «A присуще всякому C», мы получаем:

(4) Если B присуще всякому C и A присуще всякому C, то A присуще всякому C и B присуще всякому C.

К этому положению я применю правила кванторов существования. Имеется два таких правила: оба формулируются по отношению к истинной импликации. Первое правило гласит: перед консеквентом истинной импликации допустимо ставить квантор существования, связывающий свободную переменную, входящую в консеквент. Из этого правила следует, что:

(5) Если B присуще всякому C и A присуще всякому C, то существует такое C, что A присуще всякому C и B присуще всякому C.

---

[1] См. «Principia Mathematica», p. 116, положение *3 · 22.

Второе правило гласит: перед антецедентом истинной импликации допустимо ставить квантор существования, связывающий свободную переменную, входящую в антецедент, если только эта переменная не входит в качестве свободной переменной в консеквент. В (5) *C* уже связано в консеквенте, поэтому, согласно этому правилу, мы можем связать *C* в антецеденте и таким образом получить формулу:

(6) Если существует такое *C*, что *B* присуще всякому *C* и *A* присуще всякому *C*, то существует такое *C*, что *A* присуще всякому *C* и *B* присуще всякому *C*.

Антецедент этой формулы тождествен с консеквентом положения (1); отсюда по закону гипотетического силлогизма следует, что:

(7) Если *B* присуще некоторому *A*, то существует такое *C*, что *A* присуще всякому *C* и *B* присуще всякому *C*.

Из (2), меняя местами *B* и *A*, мы получаем положение:

(8) Если существует такое *C*, что *A* присуще всякому *C* и *B* присуще всякому *C*, то *A* присуще некоторому *B*,

а из (7) и (8) мы можем вывести с помощью гипотетического силлогизма закон обращения посылок вида *I*:

(9) Если *B* присуще некоторому *A*, то *A* присуще некоторому *B*.

Из вышеизложенного мы видим, что истинное основание обратимости посылок вида *I* — это коммутативность конъюнкции. Восприятие индивидуального термина, присущего и *A* и *B*, может интуитивно убедить нас в обратимости этой посылки, но оно недостаточно для логического доказательства. Поэтому нет необходимости принимать *C* в качестве единичного термина, данного в восприятии.

Теперь может быть легко понято доказательство посредством выделения модуса Darapti. Аристотель сводит этот модус к первой фигуре с помощью обращения, а затем говорит: «Это можно доказать также и посредством приведения к невозможному и выделением. Так как оба

⟨термина⟩[1] присущи всякому S, то, если взять некоторую часть из S[2], например N, этой ⟨части⟩ будет присуще как P, так и R, а поэтому и P будет присуще некоторому R»[3]. Заслуживает внимания комментарий Александра к этому месту. Он начинает с критического замечания. Если N — общий термин, включенный в S, то мы получим в качестве посылок «P присуще всякому N» и «R присуще всякому N». Однако это та же комбинации посылок, συζυγία, что и «P присуще всякому S» и «R присуще всякому S», и проблема остается той же, что и прежде. Следовательно, продолжает Александр, N не может быть общим термином. Это единичный термин, данный в восприятии, термин, очевидно, существующий как в P, так и в R, а все доказательство посредством выделения является не чем иным, как доказательством через восприятие[4]. Выше мы уже сталкивались с этим мнением. В его поддержку Александр приводит три аргумента. Во-первых, если отвергнуть его объяснение, то мы останемся вовсе без доказательства; во-вторых, Аристотель не говорит, что P и R присущи всякому N, но просто N; в-третьих, предложений с N[5] он не обращает. Ни один из этих аргументов не убедителен: в нашем примере нет нужды в обращении; Аристотель часто опускает знак общности там, где он должен быть

---

[1] P и R. — *Прим. ред.*

[2] Эта буква стоит у Лукасевича во множественном числе. — *Прим. ред.*

[3] «Первая аналитика», I, 6, 28a22.

[4] Александр, 99, 28. «Чем отличается, если мы возьмем «P присуще всем S» и «R присуще всем S» или же мы скажем, что они присущи некоторой части S, то есть N; ведь то же самое относится к взятому N. Мы будем иметь то же самое сочетание посылок, скажем ли мы, что они оба присущи всем N, или же мы скажем, что они оба присущи всем S. Но в обоих случаях употребляется не одно и то же доказательство. Модус через выделение получается через чувственное восприятие. Мы не говорим, что как P, так и R высказываются относительно некоторой части S, имеющей общий характер... но они высказываются о чем-то чувственном в них, которое, очевидно, содержится как в P, так и в R».

[5] Александр, 100,7. «Первым аргументом в пользу того, что модус через выделение носит чувственный характер, служит то, что если мы отвергнем его, то не останется никакого доказательства вообще; он сам не говорит, что как P, так и R присущи всем N, составляющим некоторые S, но он только говорит, что они присущи просто N. Он также не пользуется обращением предложений».

употреблен[1]; что же касается первого аргумента, то мы уже знаем, что существует другое, лучшее объяснение.

Модус Darapti:

(10) Если P присуще всякому S и R присуще всякому S, то P присуще некоторому R,

получается из подстановки в положение (2) — возьмем P вместо B и R вместо A:

(11) Если существует такое C, что P присуще всякому C и R присуще всякому C, то P присуще некоторому R,

и из положения:

(12) Если P присуще всякому S и R присуще всякому S, то существует такое C, что P присуще всякому C и R присуще всякому C.

Положение (12) мы можем доказать, применяя к тождеству:

(13) Если P присуще всякому C и R присуще всякому C, то P присуще всякому C и R присуще всякому C

первое правило кванторов существования, таким образом, получая:

(14) Если P присуще всякому C и R присуще всякому C, то существует такое C, что P присуще всякому C и R присуще всякому C

и подставляя в (14) букву S на место свободной переменной C, то есть совершая подстановку только в антецеденте, так как недопустимо подставлять что-либо на место связанной переменной.

Из (12) и (11) модус Darapti получается с помощью гипотетического силлогизма. Мы снова видим, что выделенный термин C является общим термином, подобно A или B. И, конечно, не следует обозначать его скорее термином N, чем C.

Более важным представляется третье место, содержащее доказательство посредством выделения модуса Bocardo. Это место гласит: «Ибо если R присуще всякому

---

[1] См., например, стр. 35, прим.

S, а P некоторому S не присуще, то P необходимо не присуще некоторому R. Ведь если бы $\langle P \rangle$ было присуще всякому R, а R — всякому S, то и P было бы присуще всякому S; но оно ⟨по предположению⟩ присуще не было. Это можно доказать также и без приведения к невозможному, если берется такая часть S [1], которой P не присуще» [2]. Я проанализирую это доказательство таким же образом, как и другие.

Обозначим через C ту часть S, которой не присуще P, мы получаем два предложения: «S присуще всякому C» и «P не присуще ни одному C». Из первого предложения и посылки «R присуще всякому S» мы получаем по модусу Barbara следствие «R присуще всякому C», которое вместе со вторым предложением «P не присуще ни одному C» дает по модусу Felapton требуемое заключение «P не присуще некоторым R». Проблема состоит в том, как получить из первоначальных посылок «R присуще всякому S» и «P не присуще некоторому S» предложения с C. Первая из этих посылок для нашей задачи бесполезна, так как она не содержит P; из второй посылки мы обычным способом не можем получить наши предложения, так как она частная, а наши предложения — общие. Однако, если мы введем квантор существования, мы сможем их получить в силу истинности следующего положения:

(15) Если P не присуще некоторому S, то существует такое C, что S присуще всякому C и P не присуще ни одному C.

Истинность этого положения станет очевидной, если мы поймем, что требуемое условие для C всегда выполняется той частью S, которой не присуще P.

Отправляясь от положения (15), мы можем на основании модусов Barbara и Felapton доказать модус Bocardo при помощи некоторых законов пропозициональной логики и второго правила кванторов существования. Так как это доказательство достаточно длинное, я дам здесь лишь его набросок.

В качестве посылок мы принимаем, кроме (15), еще модус Barbara с переставленными посылками:

---

[1] Эта буква у Лукасевича во множественном числе. — *Прим. ред.*

[2] «Первая аналитика», I, 6, 28b17.

(16) Если S присуще всякому C и R присуще всякому S, то R присуще всякому C,

и модус Felapton также с переставленными посылками:

(17) Если R присуще всякому C и P не присуще ни одному C, то P не присуще некоторому R.

К этим посылкам мы можем применить одно сложное положение пропозициональной логики, которое (и это весьма любопытно) было известно еще перипатетикам, а Александром приписывается самому Аристотелю. Это положение называется «синтетической теоремой», συνθετικὸν θεώρημα и гласит: «Если α и β заключают в себе γ, а γ вместе с δ заключает в себе ε, то α и β вместе с δ заключает в себе ε» [1]. Поставив на место α, β и γ соответственно первую посылку, вторую посылку и заключение модуса Barbara, а на место δ и ε — соответственно вторую посылку и заключение модуса Felapton, мы получим формулу:

(18) Если S присуще всякому C и R присуще всякому S, а P не присуще ни одному C, то P не присуще некоторому R.

Эта формула может быть преобразована с помощью другого закона пропозициональной логики в следующую:

(19) Если S присуще всякому C и P не присуще ни одному C, то если R присуще всякому S, P не присуще некоторому R.

К этой формуле может быть применено второе правило кванторов существования. Действительно, C встречается в качестве свободной переменной в антецеденте (19), но

---

[1] Александр, 274, 19. «То, о чем он теперь говорит, показывает нам яснее так называемая «синтетическая теорема», изобретателем которой является он сам. Ход ее может быть вкратце изложен так: «Если из каких-либо посылок вытекает какое-либо предложение, а это предложение вместе с другим предложением приводят к новому заключению, то первые посылки вместе с четвертым предложением приводят к такому же заключению». Там же дается следующий пример (26): «Все справедливое есть благо», вытекающее из «Все справедливое прекрасно, все прекрасное есть благо», приводит через «Все благое полезно» к заключению «Все справедливое полезно»; точно так же предложения «Все справедливое прекрасно, Все прекрасное есть благо» (приводящие к предложению «Все справедливое есть благо») через «Все благое полезно» приводят к тому же самому заключению «Все справедливое полезно».

не в консеквенте. Согласно этому правилу, мы получаем положение:

(20) Если существует такое C, что S присуще всякому C, а P не присуще ни одному C, то если R присуще всякому S, P не присуще некоторому R.

Из посылки (15) и положения (20) с помощью гипотетического силлогизма получается следствие:

(21) Если P не присуще некоторому S, то если R присуще всякому S, P не присуще некоторому R,

а это есть импликационная форма модуса Bocardo.

Конечно, чрезвычайно маловероятно, чтобы Аристотель видел все шаги этой дедукции; однако важно отметить, что его интуиции относительно доказательства посредством выделения были правильны. Стоит процитировать комментарий Александра, касающийся этого доказательства модуса Bocardo. «Возможно, — говорит он, — доказать этот модус, не принимая некоторого, данного в восприятии единичного S, но принимая такие S, ни одному из которых не присуще P. В самом деле: P не будет присуще ни одному из этих S, а R — всякому; такое сочетание посылок дает в качестве заключения, что P не присуще некоторому R» [1]. Здесь, наконец, Александр признает, что выделенный термин может быть общим.

Доказательства посредством выделения не имеют большого значения в аристотелевской силлогистике как системе. Все теоремы, которые доказываются посредством выделения, могут быть доказаны с помощью обращения или per impossibile. Однако они в высшей степени замечательны сами по себе, так как содержат новый логический элемент, значение которого было не вполне ясно для самого Аристотеля. Возможно, это и послужило основанием, почему он опустил этот вид доказательств в своей последней седьмой главе книги первой «Первой аналитики», где он подводит итог своему систематическому исследованию силлогистики [2]. Никто

[1] Александр, 104, 3.

[2] Ср. комментарий Александра, который отстаивает до конца свою идею о чувственном характере доказательств посредством выделения (112, 33): «Что доказательство через выделение носит чувственный, а не силлогистический характер, очевидно из того, что он сам нигде не упоминает о нем как о таком, которое получается через силлогизм».

после него не понимал этих доказательств. Понять их было суждено лишь современной формальной логике, объясняющей их при помощи идеи квантора существования.

§ 20. Отбрасываемые формы

Аристотель в своем систематическом исследовании силлогистических форм не только доказывает истинность одних из них, но также показывает, что все другие ложны и должны быть отброшены. Давайте разберем на примере, как поступает Аристотель, когда он отбрасывает ложные формы силлогизма. Пусть даны следующие две посылки: A присуще всякому B и B не присуще ни одному C. Это первая фигура A является первым, или бо́льшим, термином, B — средним, а C — последним, или меньшим, термином. Аристотель пишет:

«Если же первый ⟨термин⟩ присущ всему среднему, а средний не присущ ни одному последнему, то для крайних ⟨терминов⟩ нельзя будет построить никакой силлогизм; ведь из того, что здесь имеется, ничего не следует с необходимостью, ибо ⟨в таком случае⟩ первый ⟨термин⟩, возможно, присущ и всем, и ни одному последнему, так, что ни частное, ни общее ⟨заключение⟩ не вытекает здесь с необходимостью. Но так как ⟨здесь⟩ ничего с необходимостью не вытекает, то нельзя построить силлогизм. Пусть терминами для случая, ⟨когда первый термин⟩ присущ всему ⟨последнему⟩, будут: живое существо — человек — лошадь; и для случая, ⟨когда он ему⟩ вовсе не присущ: живое существо — человек — камень» [1].

По сравнению с краткостью и неясностью доказательств посредством выделения вышеприведенное место довольно полно и ясно. Тем не менее я боюсь, что оно не было должным образом понято комментаторами. Согласно Александру, Аристотель в этом отрывке показывает, что из одной и той же комбинации посылок может быть выведено (δυνάμενον συνάγεσθαι) при одних конкретных терминах общеутвердительное заключение, а при некоторых других конкретных терминах — общеотрицательное. Это и является, утверждает Александр, наибо-

---

[1] «Первая аналитика», I, 4, 26a2.

лее очевидным признаком того, что данная комбинация посылок не имеет силлогистической силы, так как посредством нее доказываются (δείκνυται) противоположные и противоречащие предложения, которые взаимно уничтожают друг друга[1]. То, что говорит Александр, конечно, является заблуждением, так как из асиллогистической комбинации посылок ничего не может быть формально выведено и ничего не может быть с ее помощью доказано. Кроме того, предложения с различными конкретными субъектами и предикатами не являются ни противоположными, ни противоречащими друг другу. И снова Майер приводит указанные Аристотелем термины в силлогистическую форму:

Все люди — живые существа	Все люди — живые существа
Ни одна лошадь не есть человек	Ни один камень не есть человек
Все лошади — животные существа	Ни один камень не есть живое существо

(посылки выделены им как и в силлогизме) и говорит, что здесь из логически эквивалентных посылок вытекают (ergibt sich) как общеутвердительное, так и общеотрицательное положение[2]. Ниже мы увидим, что предложен-

---

[1] Александр, 55, 22. «То, что из одного и того же сочетания посылок, имеющих конкретные термины, может быть получено как общеутвердительное, так и общеотрицательное заключение служит наиболее убедительным доказательством того, что это сочетание не имеет силлогистической силы, ибо посредством него доказываются противные и противоречащие предложения, которые взаимно уничтожают друг друга».

[2] H. Maier, op. cit., Bd. IIa, S 76. «Итак, речь идет о следующих комбинациях:

Всякий человек есть живое существо	Всякий человек есть живое существо
Ни одна лошадь не есть человек	Ни один камень не есть человек
Всякая лошадь есть живое существо	Ни один камень не есть живое существо

Как явствует из примеров, в рассматриваемом нами сочетании, состоящем из логически совершенно эквивалентных посылок, могут вытекать как общеутвердительные, так и общеотрицательные предложения».

ные Аристотелем термины не предназначены для того, чтобы приводиться к силлогистической форме, и что ничего формально не вытекает из посылок тех мнимых силлогизмов, на которые ссылается Майер. Ввиду такого недоразумения возникает необходимость в логическом анализе этого вопроса:

Если мы хотим доказать, что следующая силлогистическая форма:

(1) Если A присуще всякому B и B не присуще ни одному C, то A не присуще некоторому C,

не есть силлогизм, и, следовательно, не есть истинная логическая теорема, мы должны показать, что существуют такие значения переменных A, B и C, которые, делая истинными (верифицируя) посылки, не верифицируют заключения. В самом деле, импликация, содержащая переменные, истинна только тогда, когда все значения переменных, которые верифицируют антецедент, верифицируют также и консеквент. Самый легкий способ показать это — найти конкретные термины, верифицирующие посылки «A присуще всякому B» и «B не присуще ни одному C», но не верифицирующие заключение «A не присуще некоторому C». Аристотель нашел такие термины, взяв «живое существо» вместо A, «человек» вместо B, «лошадь» вместо C. При этом посылки «Быть живым существом присуще всякому человеку», или «Все люди суть живые существа» и «Быть человеком не присуще ни одной лошади», или «Никакие лошади не суть люди» верифицируются, заключение же «Быть живым существом не присуще некоторой лошади» или «Некоторые лошади не суть живые существа» — ложно. Формула (1), следовательно, не является силлогизмом. На том же основании не будет силлогизмом и следующая форма:

(2) Если A присуще всякому B и B не присуще ни одному C, то A не присуще ни одному C,

потому что те же самые конкретные термины верифицируют и ее посылки, заключение же «Быть живым существом не присуще ни одной лошади», или «Никакие лошади не суть живые существа», — ложно. Из ложности (1) и (2) следует, что из данных посылок не может быть выведено ни одно отрицательное заключение.

Из них не может быть выведено и утвердительное заключение. Возьмем следующую силлогистическую форму:

(3) Если *A* присуще всякому *B* и *B* не присуще ни одному *C*, то *A* присуще некоторому *C*.

Для *A*, *B* и *C* существуют значения, то есть конкретные термины, которые верифицируют посылки, не верифицируя заключения. Аристотель снова приводит такие термины: «живое существо» вместо *A*, «человек» вместо *B*, «камень» вместо *C*. При этом посылки верифицируются, так как истинно, что «Все люди суть живые существа» и «Ни один камень не есть человек»; однако заключение «Некоторый камень есть живое существо» — очевидно, ложно. Следовательно, формула (3) не является силлогизмом. Не может быть силлогизмом и последняя форма:

(4) Если *A* присуще всякому *B* и *B* не присуще ни одному *C*, то *A* присуще всякому *C*,

поскольку, как и в предыдущем случае, указанные термины, верифицируя ее посылки, не верифицируют заключения «Все камни суть живые существа». Из вышеизложенного следует, что из комбинации посылок «*A* присуще всякому *B*» и «*B* не присуще ни одному *C*», где *A* является предикатом, а *B* — субъектом заключения, не может быть выведено никакое заключение. Для силлогистики эта комбинация посылок бесполезна.

Главный момент в этом процессе отбрасывания состоит в том, чтобы найти истинное общеутвердительное предложение (например, «Все лошади суть живые существа») и истинное общеотрицательное предложение (например, «Ни один камень не есть живое существо»), которые оба были бы совместимы с посылками. Недостаточно найти, например, для одних терминов истинное общеутвердительное положение, а для некоторых других терминов — истинное частноотрицательное положение. Такое мнение выдвигалось учителем Александра Гермином и некоторыми поздними перипатетиками и было справедливо опровергнуто Александром [1]. Это еще

[1] Ср. Александр, 89, 34—90, 27. Слова Гермина цитируются 89, 34: «Гермин говорит: «Из одного и того же сочетания посылок можно вывести противоречащие заключения; такие заключения могут быть получены вполне разумно, а не худшим и несиллогистическим путем. Они могут быть несовместимы друг с другом».

раз доказывает, что аристотелевские идеи отбрасывания должным образом не были поняты.

Силлогистические формы (1)—(4) отбрасываются Аристотелем на основе некоторых конкретных терминов, которые верифицируют посылки, но не верифицируют заключения. Однако Аристотель знает еще и другой способ отбрасывания. Исследуя силлогистические формы второй фигуры, Аристотель обобщает: в этой фигуре не дают необходимого заключения ни две утвердительные, ни две отрицательные посылки. И затем он продолжает:

«...пусть *M* будет не присуще ни одному *N* и не присуще некоторому *X*. Но тогда *N*, возможно, и присуще всякому *X* и не присуще ни одному *X*. Терминами для случая, ⟨когда первый термин последнему⟩ не присущ, пусть будут: черный, снег, живое существо; терминов же для случая, ⟨когда он⟩ всему ⟨ему⟩ присущ, найти нельзя, если *M* некоторому *X* присуще, а некоторому не присуще. Ибо если бы *N* было присуще всякому *X*, а *M* не присуще ни одному *N*, то *M* не было бы присуще ни одному *X*; но ведь было предположено, что *M* некоторому *X* присуще. Таким образом, действительно невозможно найти термины, но доказать это следует, исходя из неопределенного. В самом деле, так как правильно, что *M* не присуще некоторому *X*, также ⟨и в том случае, когда *M*⟩ не присуще ни одному *X* и когда ⟨*M*⟩ не присуще ни одному ⟨*X*⟩, силлогизма не получалось, то очевидно, что силлогизма не получится и теперь» [1].

Аристотель здесь, как и в первом примере, начинает доказательство отбрасывания с того, что приводит конкретные термины. Однако затем он внезапно прерывает свое доказательство, так как не может найти конкретных терминов, которые могли бы верифицировать посылки «*M* не присуще ни одному *N*» и «*M* не присуще некоторому *X*», не верифицируя предложение «*N* не присуще некоторому *X*», при условии, что *M*, которое не присуще некоторому *X*, в то же самое время присуще некоторому (другому) *X*. Причина этого состоит в том, что из посылок «*M* не присуще ни одному *N*» и «*M* присуще некоторому *N*» по модусу Festino следует предложение «*N* не присуще некоторому *X*». Однако вовсе нет необходимости, чтобы *M* было присуще некоторому *X*, когда оно не при-

---

[1] «Первая аналитика», I, 5, 27b12—23.

суще некоторому (другому) X; M может не быть присуще ни одному X. Конкретные термины, верифицирующие посылки «M не присуще ни одному N» и «M не присуще ни одному X» и не верифицирующие предложение «N не присуще некоторому X», легко могут быть найдены, и, действительно, Аристотель их нашел, отбрасывая силлогистическую форму второй фигуры с общеотрицательными посылками; требуемые термины следующие: M — «линия», N — «живое существо», X — «человек» [1]. Эти же термины могут быть использованы и для опровержения силлогистической формы:

(5) Если M не присуще ни одному N и M не присуще некоторому X, то N не присуще некоторому X.

Действительно, посылка «Ни одно живое существо не есть линия» — истинна, и вторая посылка «Некоторый человек не есть линия» — также истинна, так как истинно, что «Ни один человек не есть линия», однако заключение «Некоторый человек не есть живое существо» — ложно. Однако Аристотель не завершает свое доказательство этим путем [2], потому что он видит другую возможность: если отбрасывается форма с общеотрицательными посылками:

(6) Если M не присуще ни одному N и M не присуще ни одному X, то N не присуще некоторому X,

(5) также должно быть отброшено. Так как если (5) остается, то (6), которое содержит посылки более сильные, чем (5), также должно остаться.

Современная формальная логика, насколько я знаю, не употребляет «отбрасывание» как операцию, противоположную «принятию» Фреге. Правила отбрасывания все еще не известны. На основании изложенного дока-

---

[1] «Первая аналитика», I, 5, 27a20. «Не получится силлогизма и тогда, когда M не высказывается ни об одном N и ни об одном X. Терминами для случая, когда первый термин присущ ⟨последнему⟩ пусть будут: линия — живое существо — человек; для случая, ⟨когда он ему⟩ не присущ: линия — живое существо — камень».

[2] Александр (88, 12) дополнил это доказательство: «Терминами для случая, когда N присуще всем X, пусть будут: M — линия, N — живое существо, X — человек. Линия не присуща ни одному живому существу и не присуща некоторым людям, ибо она не присуща ни одному человеку, поскольку живое существо присуще всем людям».

зательства Аристотеля мы можем сформулировать следующее правило:

(*c*) Если принимается импликация «Если α, то β», но отбрасывается ее консеквент β, то должен быть также отброшен и ее антецедент α.

Это правило может быть применено не только для того, чтобы отбросить (5), если отбрасывается (6), но также и для того, чтобы отбросить (2), если отбрасывается (1). В самом деле: из посылки *E* следует посылка *O*, и если (2) истинно, то должно быть истинно и (1). Но если (1) отбрасывается, то должно быть отброшено и (2).

Правило (*c*) для отбрасывания соответствует правилу отделения для принятия. Мы можем допустить другое правило для отбрасывания, соответствующее правилу подстановки для принятия. Оно может быть сформулировано так:

(*d*) Если α является подстановкой на место β и α отбрасывается, то β также должно быть отброшено.

Пример: предположим, что «*A* не присуще некоторому *A*» отбрасывается, тогда «*A* не присуще некоторому *B*» также должно быть отброшено, так как если принято второе выражение, мы можем путем подстановки получить из него отброшенное первое выражение.

Первое из этих правил было предвосхищено Аристотелем, второе было ему неизвестно. Оба этих правила дают нам возможность отбрасывать некоторые формы при условии, что некоторые другие формы уже были отброшены. Аристотель отбрасывает некоторые формы при помощи таких конкретных терминов, как «человек», «животное», «камень». Это правильная процедура, но она вводит в логику термины и предложения, в ней неуместные. «Человек» и «живое существо» — это не логические термины, а предложение «Все люди суть живые существа» — это не логическое положение. Логика не может зависеть от конкретных терминов и утверждений. Если мы хотим избежать этой трудности, мы должны аксиоматически отбросить некоторые формы. Я нашел, что если мы аксиоматически отбросим две следующие формы второй фигуры:

(7) Если A присуще всякому B и A присуще всякому C, то B присуще некоторому C, и

8) Если A не присуще ни одному B и A не присуще ни одному C, то B присуще некоторому C,

тогда все другие формы могут быть отброшены с помощью правил (c) и (d).

§ 21. Некоторые нерешенные проблемы

Аристотелевская система немодальных силлогизмов является теорией четырех констант, которые могут быть обозначены как «Всякое — есть», «Ни одно — не есть», «Некоторое — есть» и «Некоторое — не есть». Эти константы являются функторами двух аргументов, которые представляются переменными, имеющими в качестве своих значений только конкретные общие термины. Единичные, пустые, а также отрицательные термины в качестве их значений исключаются. Постоянные вместе с их аргументами образуют четыре вида предложений, называемых посылками, а именно: «Всякое A есть B», «Ни одно A не есть B», «Некоторое A есть B» и «Некоторое A не есть B». Эта система может быть названа «формальной логикой», так как такие конкретные термины, как «человек» или «живое существо», относятся не к ней, а лишь к областям ее применения. Эта система не является теорией форм мышления и не зависит от психологии; она скорее подобна математической теории отношений «больше, чем», как это правильно было замечено стоиками.

Четыре вида посылок при помощи двух функторов «если то» и «и» образуют положения системы. Эти функторы принадлежат к пропозициональной логике, которая является вспомогательной теорией системы. В некоторых доказательствах мы встречаем третий пропозициональный функтор, а именно пропозициональное отрицание «не истинно, что», обозначаемое кратко как «не». Четыре аристотелевские константы «Всякое — есть», «Ни одно — не есть», «Некоторое — есть» и «Некоторое — не есть» вместе с тремя пропозициональными константами «если то», «и» и «не» являются единственными элементами силлогистики.

Все положения системы являются предложениями, которые считаются истинными для всех значений встречающихся в них переменных. Ни один аристотелевский силлогизм не формулируется в качестве правила вывода со словом «следовательно», как это делается в традиционной логике.

Традиционная логика представляет собой систему, отличную от аристотелевской силлогистики, и ее нельзя смешивать с подлинной логикой Аристотеля. Аристотель делил силлогизмы на три фигуры, но он знал и допускал все силлогистические модусы четвертой фигуры. Деление силлогизмов на фигуры с чисто логической точки зрения не существенно, оно преследует лишь практическую цель: мы хотим быть уверены, что ни один правильный силлогистический модус не упущен.

Система аксиоматизирована. В качестве аксиом Аристотель берет два первых модуса первой фигуры — Barbara и Celarent. К этим двум аксиомам мы должны прибавить два закона обращения, так как они не могут быть доказаны силлогистически. Если мы хотим иметь в системе закон тождества «Всякое *A* есть *A*», мы должны принять его аксиоматически. Простейшую основу мы можем получить, взяв в качестве основных терминов константы «Всякое — есть» и «Некоторое — есть», и определив посредством этих терминов и с помощью пропозиционального отрицания две другие константы, и, наконец, приняв в качестве аксиом четыре следующих положения — два закона тождества и модусы Barbara и Datisi или Barbara и Dimaris. Построить систему только на одной аксиоме невозможно. Искать принцип аристотелевской силлогистики — пустое занятие, если «принцип» означает то же самое, что и «аксиома». Так называемое dictum de omni et nullo не может быть в этом смысле принципом силлогистики и никогда не формулировалось в качестве такового самим Аристотелем.

Аристотель сводит так называемые несовершенные силлогизмы к совершенным, то есть к аксиомам. Сведéние здесь означает доказательство или выведение теорем из аксиом. Он использует три рода доказательств: посредством обращения, посредством reductio ad impossibile и посредством выделения. Логический анализ показывает, что первые два рода доказательств включают в себя положения наиболее элементарной части пропози-

циональной логики — теории дедукции. Аристотель пользуется ими интуитивно, однако вскоре после него стоики, которые изобрели первую систему пропозициональной логики, сформулировали некоторые из них явно — сложный закон транспозиции и так называемую «синтетическую теорему», которая приписывается Аристотелю, но которой нет в его сохранившихся логических сочинениях. Новый логический элемент. по-видимому, заключают в себе доказательства посредством выделения: они могут быть объяснены с помощью кванторов существования. Систематическое введение в силлогистику кванторов совершенно изменило бы эту систему: основной термин «Некоторое — есть» мог бы быть определен через термин «Всякое — есть», кроме того, возникло бы много новых положений, неизвестных Аристотелю. Так как сам Аристотель в своем резюме опустил доказательства посредством выделения, то нет необходимости вводить их в его систему.

Другой новый логический элемент, содержащийся в аристотелевском исследовании неправильных силлогистических форм, — это отбрасывание. Аристотель отбрасывает незаконные формы, приводя примеры конкретных терминов. Эта процедура логически законна, но она вводит в систему такие термины и предложения, которые в ней неуместны. Впрочем, имеются случаи, когда он применяет более логический прием, сводя одну незаконную форму к другой, уже отброшенной. На основе этого наблюдения правило отбрасывания может быть сформулировано соответственно правилу отделения при принятии; это могло бы послужить началом для нового объема логических исследований и для новых проблем, которые должны быть разрешены.

Аристотель систематически не исследовал так называемые полисиллогизмы, то есть силлогизмы с более чем тремя терминами и двумя посылками. Как мы уже видели, Гален изучал сложные силлогизмы, состоящие из четырех терминов и трех посылок. Было бы повторением старой ошибки приписывать Галену авторство четвертой фигуры: Гален разделил сложные силлогизмы, состоящие из четырех терминов, на четыре фигуры, но не просто на те, которые известны нам по их средневековым наименованиям. Его исследования были совершенно забыты. Однако сложные силлогизмы также принадлежат

к силлогистике и должны быть приняты во внимание; в этом состоит другая проблема, которая должна быть систематически изучена. Существенным вкладом в изучение этой проблемы является открытая Мередитом формула, которая упоминалась выше, в конце 14 параграфа.

Остается еще одна проблема, не рассмотренная Аристотелем, но весьма важная для его системы: это проблема разрешимости. Число осмысленных выражений силлогистики бесконечно; большинство из них определенно ложно, но некоторые могут быть истинными, например правильные полисиллогизмы с n терминами, где n есть какое угодно целое число. Можем ли мы быть уверены, что наши аксиомы вместе с нашими правилами вывода достаточны для доказательства всех истинных выражений силлогистики? Можем ли мы быть также уверены, что наши правила отбрасывания, сформулированные в конце 20 параграфа, достаточны, чтобы отбросить все ложные выражения, при условии, что конечное число их отбрасывается аксиоматически? Я поставил эти проблемы в 1938 году на своем семинаре по математической логике в Варшавском университете. Один из моих бывших учеников, ныне профессор логики и методологии Варшавского университета Я. Слупецкий, нашел решение обеих проблем. На первый вопрос его ответ был положительный, на второй — отрицательный. Согласно Слупецкому, невозможно отбросить все ложные выражения силлогистики при помощи правил (c) и (d), приведенных в 20 параграфе, при условии, что конечное число из них отбрасывается аксиоматически. И хотя мы можем отбрасывать аксиоматически много ложных выражений, всегда существуют такие ложные выражения, которые не могут быть отброшены иначе, чем аксиоматически. Однако установить бесконечный ряд аксиом невозможно. Поэтому к системе должно быть добавлено новое правило отбрасывания, завершающее недостаточную характеристику аристотелевской логики, данную четырьмя аксиомами. Это правило было найдено Слупецким.

Правило отбрасывания Слупецкого для собственно аристотелевской силлогистики может быть сформулировано следующим образом: пусть α и β обозначают отрицательные посылки аристотелевской логики, то есть

посылки типа «Ни одно A не есть B» или «Некоторое A не есть B», и пусть γ обозначает или простую посылку (любого вида), или импликацию, консеквент которой есть простая посылка, а антецедент — конъюнкция таких посылок, тогда если выражения «Если α, то γ» и «Если β, то γ» отбрасываются, должно быть также отброшено и выражение «Если α и β, то γ»[1]. Это правило вместе с правилами отбрасывания (c) и (d) и аксиоматически отброшенным выражением «Если всякое C есть B и всякое A есть B, то некоторое A есть C» дает нам возможность отбросить любое ложное выражение системы. Кроме того, мы предполагаем как данные четыре принятые аксиомы силлогистики, определения посылок типа E и O, правила вывода для принятых выражений и теорию дедукции в качестве вспомогательной системы. Таким путем находит свое решение проблема разрешимости: для любого данного осмысленного выражения системы мы можем решить, истинно ли оно и может ли быть принято, или же оно ложно и должно быть отброшено.

С разрешением этой проблемы заканчиваются основные исследования в области аристотелевской силлогистики. Остается только одна проблема, или, скорее, один таинственный пункт, еще ожидающий своего объяснения: для того чтобы отбросить все ложные выражения системы, необходимо и достаточно аксиоматически отбросить только одно логическое выражение, а именно силлогистическую форму второй фигуры с общеутвердительными посылками и частноутвердительным заключением. Другого выражения, пригодного для этой цели, нет. Объяснение этого странного логического факта, возможно, приведет к новым открытиям в области логики.

---

[1] J. Slupecki, Zbadań nad sylogistyka Arystotelesa (Исследование аристотелевской силлогистики), «Travaux de la Société des Sciences et des Lettres de Wroclaw», ser. B, N 9, Wroclaw, 1948. См. главу V, посвященную проблеме разрешимости.

ГЛАВА IV

АРИСТОТЕЛЕВСКАЯ СИСТЕМА В СИМВОЛИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

§ 22. Объяснение символики

Настоящая глава не относится к истории логики. Ее цель — изложить систему немодальной силлогистики в соответствии с требованиями современной формальной логики и вместе с тем в тесной связи с идеями, выдвинутыми самим Аристотелем.

Современная формальная логика строго формальна. Для того чтобы получить точно формализованную теорию, удобнее использовать специально созданную для этой цели символику, нежели использовать обычный язык, подчиняющийся своим собственным грамматическим законам. Я поэтому начну с объяснения такой символики. Так как аристотелевская силлогистика предполагает почти всю элементарную часть пропозициональной логики, называемую теорией дедукции, то я поясню символические обозначения обеих этих теорий. В обеих теориях встречаются переменные и постоянные. Переменные обозначаются строчными, постоянные — прописными латинскими буквами. Начальными буквами латинского алфавита *a*, *b*, *c*, *d* я обозначаю переменные термины аристотелевской логики. Эти переменные термины имеют в качестве своих значений общие термины, такие, например, как «человек» или «живое существо». Для обозначения логических констант я использую прописные буквы *A*, *E*, *I* и *O*, всегда употреблявшиеся в этом смысле средневековыми логиками.

С помощью этих двух родов букв я образую четыре функции аристотелевской логики, при этом константы я записываю перед переменными:

Aab означает Всякое *a* есть *b* или *b* присуще всякому *a*,

Eab „ Ни одно *a* не есть *b* или *b* не присуще ни одному *a*,

Iab означает Некоторое *a* есть *b* или *b* присуще некоторому *a*,
Oab „ Некоторое *a* не есть *b* или *b* не присуще некоторому *a*.

Константы *A*, *E*, *I* и *O* называются функторами, *a* и *b* — их аргументами. Все аристотелевские силлогизмы составляются из этих четырех типов функций, связанных между собой словами «если» и «и». Эти слова также обозначают функторы, но функторы иного рода, чем аристотелевские константы: их аргументами являются не выражения для терминов, то есть конкретные, или переменные термины, а пропозициональные выражения, то есть предложения вида «Все люди суть живые существа», пропозициональные функции вида «*Aab*» или пропозициональные переменные. Я обозначаю пропозициональные переменные через *p*, *q*, *r*, *s*, ..., функтор «если» — через *C*, функтор «и» — через *K*. Выражение *Cpq* означает «Если *p*, то *q*» (слово «то» может быть опущено) и называется импликацией, в которой *p* — антецедент, а *q* — консеквент. *C* не принадлежит к антецеденту; оно только символизирует объединение антецедента с консеквентом. Выражение *Kpq* означает «*p* и *q*» и называется конъюнкцией. Мы встретим в некоторых доказательствах третий функтор логики предложений — пропозициональное отрицание. Это функтор от одного аргумента и обозначается через *N*. Функцию *Np* затруднительно выразить как на английском, так и на любом другом современном языке, поскольку не существует отдельного слова для обозначения пропозиционального отрицания [1]. Мы могли бы выразить его словосочетанием: «неверно-что *p*» или «это-не-случай,-когда *p*». Ради краткости я буду употреблять выражение «не-*p*».

Принцип моей системы обозначений состоит в написании функторов перед аргументами. Таким путем я могу устранить скобки. Эта бесскобочная символика, которую я ввел и использовал в моих статьях по логике начиная с 1929 года [2], одинаково хорошо применима как в мате-

[1] Стоики употребляли для обозначения пропозиционального отрицания отдельное слово οὐχί.

[2] См., например, J. Lukasiewicz und A. Tarski, Untersuchungen über den Aussagenkalkül, Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie. XXIII, 1930, Cl. III, p. 31—32.

матике, так и в логике. Ассоциативный закон сложения выглядит в обычной системе обозначений следующим образом:

$$(a+b)+c=a+(b+c),$$

и не может быть представлен без скобок. Однако если вы напишете функтор $+$ перед его аргументами, то получите

$$(a+b)+c=++abc \quad \text{и} \quad a+(b+c)=+a+bc.$$

Ассоциативный закон может быть теперь записан без скобок:

$$++abc=+a+bc.$$

Теперь я объясню некоторые выражения, которые будут записываться в этой системе символики. Символическое выражение силлогизма легко для понимания. Возьмем, например, модус Barbara:

> Если всякое b есть c и всякое a есть b, то всякое a есть c.

В символах он читается, как

CKAbcAabAac.

Конъюнкция посылок *Abc* и *Aab*, а именно *KAbcAab*, служит антецедентом формулы, заключение *Aac* — ее консеквентом.

Некоторые выражения теории дедукции более сложны. Рассмотрим символическое выражение гипотетического силлогизма:

> Если (если p, то q), то [если (если q, то r), то (если p, то r)].

Это читается так:

CCpqCCqrCpr.

Для того чтобы понять строение этой формулы, необходимо помнить, что *C* является функтором от двух пропозициональных аргументов, которые следуют непосредственно после *C*, образуя вместе с *C* новое сложное пропозициональное выражение. Выражениями такого рода и являются импликации *Cpq*, *Cqr* и *Cpr*, содержащиеся в формуле. Заключите каждую из них в скобки, вы получите выражение:

C (Cpq) C (Cqr) (Cpr).

Теперь вы можете легко обнаружить, что (Cpq) является антецедентом всей формулы, а ее остальная часть, то есть $C(Cqr)(Cpr)$ — консеквентом, в свою очередь имеющим (Cqr) в качестве своего антецедента и (Cpr) в качестве своего консеквента.

Таким же путем мы можем анализировать все другие выражения, например следующее, которое содержит, кроме C, еще N и K:

$$CCKpqrCKNrqNp.$$

Напомним, что K, подобно C, — функтор от двух аргументов, а N — фактор от одного аргумента. Используя различного вида скобки, мы получаем выражение

$$C\,[C\,(Kpq)\,r]\,\{C\,[K(Nr)\,q]\,(Np)\}.$$

Здесь $[C(Kpq)r]$ — антецедент всей формулы, в то время как $\{C[K(Nr)q](Np)\}$ — ее консеквент, содержащий конъюнкцию $[K(Nr)q]$ в качестве своего антецедента и отрицание (Np) в качестве своего консеквента.

§ 23. Теория дедукции

Наиболее фундаментальной логической системой, на которой воздвигаются все другие логические системы, является теория дедукции. Так как каждый логик обязан знать эту теорию, то я кратко здесь ее изложу.

Теорию дедукции можно аксиоматизировать несколькими различными способами в зависимости от того, какие функторы выбраны в качестве первоначальных терминов. Простейший путь указан Фреге, который выбирает в качестве первоначальных терминов и функторов импликацию и отрицание — в нашей символике C и N. Существует много вариантов системы аксиом с импликацией и отрицанием; простейший из них и едва ли не общепринятый был открыт мною еще до 1929 года [1]. Он состоит из трех аксиом:

T1. $CCpqCCqrCpr$,
T2. $CCNppp$,
T3. $CpCNpq$.

---

[1] Впервые опубликовано в Польше: «O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej» («О значении и требованиях математической логики»), «Nauka Polska», vol. X, Warsaw, 1929, p. 610—612. Ср. также статью на немецком языке, цитированную на стр. 128 (прим. 2): предложение 6, стр. 35.

Первая аксиома — закон гипотетического силлогизма — уже рассматривалась в предыдущем параграфе. Вторая аксиома, которая читается в словах «Если (если не- p, то p), то p», была применена Евклидом к доказательству математической теоремы [1]. Я называю ее законом Клавия, так как Клавий (ученый иезуит, живший во второй половине XVI столетия, один из изобретателей григорианского календаря) первый обратил внимание на этот закон в своем комментарии к Евклиду. Третья аксиома, которая гласит «Если p, то если не-p, то q», впервые появилась, насколько мне известно, в комментариях к Аристотелю, приписываемых Дунсу Скоту; я называю ее законом Дунса Скота [2]. Этот закон содержит указание на обычный яд противоречия: если два противоречащих друг другу предложения, например α и $N\alpha$, признаются оба одновременно истинными, то мы можем на основании этого закона вывести из них произвольное предложение q, то есть какое угодно предложение.

К нашей системе C—N принадлежат два правила вывода: правило подстановки и правило отделения.

Правило подстановки позволяет из уже доказанных положений системы выводить новые положения путем замены переменной осмысленным выражением, причем вместо одной и той же переменной нужно подставлять всюду одно и то же выражение. Понятие осмысленного выражения определяется индуктивно следующим образом:

(a) любая пропозициональная переменная есть осмысленное выражение,

(b) если только α — осмысленное выражение, то и $N\alpha$ — осмысленное выражение,

(c) $C\alpha\beta$ есть осмысленное выражение при условии, что таковыми же являются α и β.

Правило отделения есть не что иное, как modus ponens стоиков, упоминавшийся выше: если принимаются предложение типа $C\alpha\beta$ и его антецедент α, то позволительно принять консеквент β и отделить его от импликации в качестве нового доказанного положения.

---

[1] См. выше, параграф 16.

[2] См. мою статью, упомянутую на стр. 93 (прим.).

С помощью этих двух правил мы можем вывести из нашего ряда аксиом все истинные положения C—N-системы. Если мы желаем иметь в системе другие функторы, кроме C и N, например K, то мы должны ввести их посредством определений. Это может быть сделано двумя различными способами, как я это покажу на примере K. Конъюнкция «p и q» означает то же самое, что «Неверно-что (если p, то не-q)». Эта связь между Kpq и $NCpNq$ может быть выражена формулой

$$Kpq = NCpNq,$$

где знак «=» соответствует словам «означает то же самое, что и». Этот вид определения требует специального правила вывода, разрешающего замещать *определяемое* на *определяющее* и обратно. Или же мы можем выразить связь между Kpq и $NCpNq$ эквивалентностью, но так как эквивалентность не принадлежит к первоначальным терминам нашей системы, то можем выразить эту связь парой взаимно обратимых импликаций:

$$CKpqNCpNq \quad \text{и} \quad CNCpNqKpq.$$

В этом случае не требуется специального правила определения. Я буду употреблять определения первого вида.

Рассмотрим теперь для примера, как из аксиом с помощью правил вывода могут быть получены новые положения. Я выведу из T1—T3 закон тождества Cpp. Его выведение требует двукратного применения правила подстановки и двух применений правила отделения; это получается следующим образом:

T1. $q/CNpq \times C$ T3 — T4
T4. $CCCNpqrCpr$
T4. $q/p,\ r/p \times C$ T2 — T5
T5. Cpp.

Первая строка называется строкой вывода. Она состоит из двух частей, отделенных друг от друга знаком «$\times$». Первая часть T1 $q/CNpq$ означает, что в T1 на место q должно быть подставлено выражение $CNpq$. Положение, которое получается с помощью этой подстановки, опускается из соображений экономии места. Форма этого положения такова:

(I) $CCpCNpqCCCNpqrCpr$.

Вторая часть строки вывода *C*Т3—Т4, показывает, как конструируется это опущенное положение. Эта часть показывает возможность применения здесь правила отделения. Положение (1) начинается с *C*, затем следуют аксиома Т3 в качестве антецедента и положение Т4 в качестве консеквента. Мы можем поэтому отделить[1] Т4 как новое положение. Так же истолковывается строка вывода, предшествующая получению Т5. Штрих «/» является знаком подстановки[2], а короткое тире «—» представляет собой знак отделения. Почти все последующие выводы могут быть осуществлены тем же самым способом.

Если кому-либо желательно вывести из аксиом Т1—Т3 закон коммутации *CCpCqrCqCpr* или даже закон упрощения *CpCqp*, то для этого надо быть весьма натренированным в проведении таких доказательств. Поэтому я объясню легкий метод проверки выражений в нашей системе без выведения их из аксиом. Этот метод, изобретенный американским логиком Чарльзом С. Пирсом около 1885 года, основывается на так называемом принципе двузначности, который утверждает, что каждое предложение либо истинно, либо ложно, то есть что оно имеет одно и только одно из двух возможных значений истинности: истинность и ложность. Этот принцип нельзя смешивать с законом исключенного третьего, согласно которому из двух противоречащих друг другу предложений одно должно быть истинным. Принцип двузначности был установлен как краеугольный камень логики стоиками, в частности Хризиппом[3].

Все функции теории дедукции суть функции истинности, то есть их истинность и ложность зависят только от истинности и ложности их аргументов. Обозначим всегда ложное предложение через *0*[4], а всегда истинное

---

[1] От антецедента *CpCNpq* в импликации (1). — *Прим. перев.*

[2] Выражение *x/y* означает, что *y* подставляется на место *x*. — *Прим. перев.*

[3] Цицерон, Первые академические исследования, II, 95. «Фундаментом диалектики служит положение, что всякое высказывание (что они называют «аксиомой») или истинно, или ложно». О судьбе, 21: «Итак, Хризипп напрягает все силы для доказательства того, что всякая «аксиома» или истинна, или ложна». Согласно терминологии стоиков «ἀξίωμα» означает «предложение», а не «аксиому».

[4] Читателю необходимо различать 0 (нуль) и O (буква). — *Прим. ред.*

предложение — через *1*. Мы можем определить отрицание следующим образом:

$$N0 = 1 \quad \text{и} \quad N1 = 0.$$

Это значит: отрицание ложного предложения означает то же, что и истинное предложение (или, короче, есть истина), а отрицание истинного предложения есть ложь. Для импликации мы имеем следующие четыре определения:

$$C00 = 1, \quad C01 = 1, \quad C10 = 0, \quad C11 = 1.$$

Это значит: импликация ложна только тогда, когда ее антецедент истинен, а консеквент ложен; во всех других случаях она истинна. Это древнейшее определение импликации, установленное Филоном из Мегары и принятое стоиками [1]. Для конъюнкции мы имеем четыре очевидных равенства:

$$K00 = 0, \quad K01 = 0, \quad K10 = 0, \quad K11 = 1.$$

Конъюнкция истинна только тогда, когда оба ее аргумента истинны, во всех остальных случаях она ложна.

Если мы хотим проверить осмысленное выражение теории дедукции, содержащее все или некоторые из функторов *C*, *N* и *K*, мы должны подставить на место встречающихся в выражении переменных символы *0* и *1* во всех возможных перестановках и редуцировать полученные таким образом формулы на основе вышеуказанных равенств. Если после редукции все формулы дают в качестве конечного результата *1*, то выражение истинно или является положением; если же в каком-либо случае в качестве конечного результата оказывается *0*, то выражение ложно. Рассмотрим в качестве примера первого рода закон транспозиции *CCpqCNqNp*; мы получаем:

При $p/0,\ q/0$: $CC00CN0N0 = C1C11 = C11 = 1,$
„ $p/0,\ q/1$: $CC01CN1N0 = C1C01 = C11 = 1,$
„ $p/1,\ q/0$: $CC10CN0N1 = C0C10 = C00 = 1,$
„ $p/1,\ q/1$: $CC11CN1N1 = C1C00 = C11 = 1.$

---

[1] Секст Эмпирик, Против математиков, VIII, 113. «Филон учил, что истинное сочетание (истинная импликация) бывает тогда, когда антецедент не истинный, а консеквент ложный, так что, согласно его мнению, истинное сочетание (истинная импликация) получается тремя способами, а ложное (ложная) — только одним».

Так как при всех подстановках конечный результат редукции равен *1*, то закон транспозиции является положением нашей системы. Рассмотрим теперь в качестве примера второго рода выражение *CKpNqq*. Достаточно испробовать только одну подстановку:

$$p/1,\ q/0\colon\ CK1N00 = CK110 = C10 = 0.$$

Эта подстановка дает *0* в качестве конечного результата, и, следовательно, выражение *CKpNqq* ложно. Таким же способом мы можем проверить все положения теории дедукции, используемые в качестве вспомогательных посылок в аристотелевской силлогистике.

§ 24. Кванторы

У Аристотеля нет ясной идеи кванторов, и он не использовал их в своих работах; следовательно, мы не можем вводить их в его силлогистику. Однако, как мы уже видели, в его системе имеется два пункта, которые мы можем лучше понять, если объясним их, применяя кванторы. Кванторы общности связаны с так называемой «силлогистической необходимостью», кванторы существования, или кванторы «частности», — с доказательствами посредством выделения. Я теперь выражу в символах доказательства с кванторами существования, изложенные в параграфе 19, а затем рассуждение, зависящее от кванторов общности и упоминавшееся в параграфе 5.

Я обозначаю кванторы греческими заглавными буквами: квантор общности — через П, а квантор существования, или «частности», — через Σ. Знак П может читаться «для всякого», а Σ — «для некоторого» или «существует»; например, *ΣcKAcbAca* означает в словах «Существует такое *c*, для которого верно, что всякое *c* есть *b* и всякое *c* есть *a*», или, более кратко: «Для некоторого *c*, всякое *c* есть *b* и всякое *c* есть *a*». Каждое выражение с кванторами, например *ΣcKAcbAca*, состоит из трех частей: первой части, в нашем примере Σ, являющейся всегда квантором; второй части, в данном случае *c* — переменной, связанной предшествующим квантором; третьей части, в данном случае *KAcbAca*, всегда являющийся пропорциональным выражением, содержащим как связанные квантором, так и свободные переменные.

Ставя Σc перед $KAcbAca$, мы тем самым указываем, что свободная переменная c в последней формуле становится связанной. Можем выразить это короче: Σ (часть первая) связывает c (часть вторая) в $KAcbAca$ (часть третья).

Правила для кванторов существования уже были установлены в параграфе 19. На строках вывода я обозначаю через Σ_1 правило, разрешающее нам ставить Σ перед антецедентом, а через Σ_2 — правило, разрешающее ставить Σ перед консеквентом истинной импликации. Нижеследующие выводы будут легко поняты, поскольку они представляют собой перевод в символы словесных выводов из параграфа 19; соответствующие друг другу положения обозначаются одними и теми же номерами и имеют в качестве переменных соответствующие строчные буквы вместо прописных [употреблявшихся в параграфе 19. — *Прим. перев.*]

Доказательство обращения посылки I

Положения, принимаемые за истинные без доказательства:

(1) $CIab\Sigma cKAcbAca$

(2) $C\Sigma cKAcbAcaIab$

Положения (1) и (2) могут быть использованы как определение посылки I:

(3) $CKpqKqp$ (коммутативный закон конъюнкции)
(3) p/Acb, $q/Aca \times$ (4)

(4) $CKAcbAcaKAcaAcb$
(4) $\Sigma 2c \times$ (5)

(5) $CKAcbAca\Sigma cKAcaAcb$
(5) $\Sigma 1c \times$ (6)

(6) $C\Sigma cKAcbAca\Sigma cKAcaAcb$

T1. $CCpqCCqrCpr$ (закон гипотетического силлогизма)
T1. p/Iab, $q/\Sigma cKAcbAca$, $r/\Sigma cKAcaAcb \times$
$\times C(1) - C(6) - (7)$

(7) $CIab\Sigma cKAcaAcb$
(2) b/a, $a/b \times$ (8)

(8) $C\Sigma cKAcaAcbIba$
T1. p/Iab, $q/\Sigma cKAcaAcb$, $r/Iba \times C(7) - C(8) - (9)$

(9) $CIabIba$

Строки вывода показывают, что (4) и (8) являются результатом, полученным из других положений лишь с помощью подстановки, а (7) и (9) — с помощью подстановки и двукратного применения правила отделения. По этому образцу читатель может попытаться самостоятельно построить доказательство модуса Darapti, что не представляет трудности.

Доказательство модуса Bocardo

(Переменные P, R и S, употреблявшиеся в параграфе 19, должны быть переименованы, так как соответствующие строчные буквы p, r и s заняты для обозначения пропозициональных переменных: поэтому напишем d вместо P, a — вместо R, b — вместо S.)

Положение, принимаемое без доказательства:

(15) *CObdΣcKAcbEcd.*

Два силлогизма берутся в качестве посылок:

(16) *CKAcbAbaAca* (Barbara)
(17) *CKAcaEcdOad* (Felapton)
T6. *CCKpqrCCKrstCKKpqst*

Это — «синтетическая теорема», приписываемая Аристотелю.

T6. *p/Acb, q/Aba, r/Aca, s/Ecd, t/Oad*×*C* (16)— — *C* (17) — (18)

(18) *CKKAcbAbaEcdOad*

T7. *CCKKpqrsCKprCqs* (вспомогательное положение)

T7. *p/Acb, q/Aba, r/Ecd, s/Oad* × *C* (18) — (19)

(19) *CKAcbEcdCAbaOad*

(19) Σ*1c* × (20)

(20) *CΣcKAcbEcdCAbaOad*

T1. *CCpqCCqrCpr*

T1. *p/Obd, q/ΣcKAcbEcd, r/CAbaOad* × *C* (15)— — *C* (20) — (21)

(21) *CObdCAbaOd*

Это — импликативная форма модуса Bocardo. Если мы желаем иметь обычную конъюнктивную форму этого модуса, мы должны применить к (21) так называемый закон импортации:

T8. *CCpCqrCKpqr*

Мы получаем:

T8. *p/Obd, q/Aba, r/Oad* × *C* (21) — (22)
(22) *CKObdAbaOad* (Bocardo)

С помощью так называемого закона экспортаций:

T9. *CCKpqrCpCqr*,

который является обратным по отношению к закону импортации, мы можем вновь получить импликативную форму модуса Bocardo из его конъюктивной формы.

Правила для кванторов общности, подобные правилам для кванторов существования, изложены в параграфе 19. Квантор общности может быть поставлен перед антецедентом истинной импликации при всех условиях, связывая встречающуюся в антецеденте свободную переменную, однако перед консеквентом истинной импликации квантор общности ставится только при том условии, если переменная, связанная в консеквенте, не встречается в качестве свободной переменной в антецеденте. Первое из этих правил я обозначаю через П*1*, второе — через П*2*.

Отметим два правила, вытекающие из приведенных выше основных правил для квантора общности: во-первых, разрешается (с помощью правила П*2* и закона упрощения) ставить квантор общности перед истинным выражением, связывая встречающиеся в нем свободные переменные; во-вторых, разрешается (с помощью правила П*1* и закона тождества для предложений) опускать квантор общности, стоящий перед истинным выражением. Способ выведения этих правил я поясню на примере закона обращения посылки *I*.

Из закона обращения

(9) *CIablba*

следует выражение с кванторами

(26) П*a*П*b*CIablba,

а из выражения с кванторами (26) снова следует бескванторное выражение закона обращения (9).

Во-первых, из (9) следует (26)

T10. *CpCqp* (закон упрощения)
T10. *p/CIablba* × *C* (9) — (23)
(23) *CqCIablba*.

К этому положению мы применим правило $П_2$, связывающее b и затем a, так как ни a, ни b не встречаются в антецеденте:

(23) П2b × (24)
(24) $CqПbCIablba$
(24) П2a × (25)
(25) $CqПaПbCIablba$
(25) $q/CpCqp$ × СТ10 — (26)
(26) $ПaПbCIablba$.

Во-вторых, из (26) следует (9):

Т5. Cpp (закон тождества)
Т5. $p/CIablba$ × (27)
(27) $CCIablbaCIablba$.

К этому положению мы применим правило П1, связывающее b и затем a:

(27) П$1b$ × (28)
(28) $CПbCIablbaCIablba$
(28) П$1a$ × (29)
(29) $CПaПbCIablbaCIablba$
(29) × C (26) — (9)
(9) $CIablba$

Аристотель утверждает: «Если некоторое a есть b, то необходимо, чтобы некоторое b было a». Выражение «необходимо, чтобы», по моему мнению, может здесь иметь только один смысл — невозможно найти такие значения переменных a и b, которые, удовлетворяя антецеденту, в то же время не удовлетворяли бы консеквенту. Другими словами, это значит: «Для всякого a и для всякого b, если некоторое a есть b, то некоторое b есть a». Это и есть наше положение с кванторами (26). Было доказано, что это положение эквивалентно бескванторной форме закона обращения «Если некоторое a есть b, то некоторое b есть a», которая не содержит признака необходимости. Так как силлогистическая необходимость эквивалентна квантору общности и может быть опущена, то и квантор общности может быть опущен, когда он стоит перед истинной формулой.

§ 25. Основания силлогистики

Каждая аксиоматически построенная дедуктивная система опирается на три основных элемента: первоначальные термины, аксиомы и правила вывода. Я начну с оснований для принимаемых выражений; основные элементы для отбрасываемых выражений будут рассмотрены позже.

В качестве первоначальных терминов я принимаю константы A и I, определяя через них две другие константы E и O:

Определение 1: $Eab = NIab$,
Определение 2: $Oab = NAab$.

Для того чтобы сократить доказательства, я буду употреблять вместо этих определений следующие два правила вывода:

правило RE: NI может быть всюду заменено на E, и наоборот;
правило RO: NA может быть всюду заменено на O, и наоборот.

Четыре положения системы принимаются аксиоматически — это два закона тождества и модусы Barbara и Datisi:

1. Aaa
2. Iaa
3. $CKAbcAabAac$ (Barbara)
4. $CKAbcIbaIac$ (Datisi).

Кроме правил RE и RO, я допускаю два следующих правила вывода для принимаемых выражений:

(а) Правило подстановки: Если α — принятое выражение системы, то любое выражение, полученное из α с помощью правильной подстановки, также является принятым выражением. Единственно правильная подстановка состоит в замене переменных терминов a, b, c другими переменными терминами, например замена b на a;
(б) Правило отделения: Если $C\alpha\beta$ и α — выражения, принятые в нашей системе, то β — также принятое выражение.

Как вспомогательную теорию я предполагаю систему C—N теории дедукции с K в качестве определяемого

функтора. На место пропозициональных переменных могут быть подставлены пропозициональные выражения силлогистики, такие, как *Aab, Iac, KEbcAab* и т. д. Во всех последующих доказательствах (также и для отбрасываемых выражений) я буду использовать лишь следующие четырнадцать положений, которые обозначены римскими цифрами:

I. *CpCqp* (закон упрощения)
II. *CCqrCCpqCpr* (вторая форма закона гипотетического силлогизма)
III. *CCpCqrCqCpr* (закон коммутации)
IV. *CpCNpq* (закон Дунса Скота)
V. *CCNppp* (закон Клавия)
VI. *CCpqCNqNp* (закон транспозиции)
VII. *CCKpqrCpCqr* (закон экспортации)
VIII. *CpCCKpqrCqr*
IX. *CCspCCKpqrCKsqr*
X. *CCKpqrCCsqCKpsr*
XI. *CCrsCCKpqrCKqps*
XII. *CCKpqrCKpNrNq*
XIII. *CCKpqrCKNrqNp*
XIV. *CCKpNqNrCKprq*

Положение VIII — форма закона экспортации, положения IX—XI — сложные законы гипотетического силлогизма, а XII—XIV — сложные законы транспозиции. Все они могут быть легко проверены с помощью *0—1* метода, объясненного в параграфе 23. Положения IV и V совместно с положениями II и III образуют всю *C—N*-систему, однако положения IV и V требуются только в доказательствах для отбрасываемых выражений.

Система аксиом 1—4 совместима (consistent), то есть непротиворечива. Простейшее доказательство непротиворечивости получается в результате рассмотрения переменных терминов как пропозициональных переменных и определения функций *A* и *I* как всегда истинных, то есть полагания $Aab = Iab = KCaaCbb$. Аксиомы 1—4 тогда истинны как положения теории дедукции, а так как известно, что теория дедукции непротиворечива, то силлогистика также является непротиворечивой.

Все аксиомы нашей системы независимы друг от друга. Это можно доказать с помощью интерпретации

в области теории дедукции. В последующих интерпретациях переменные термины трактуются как пропозициональные переменные.

Независимость аксиомы 1. Возьмем K вместо A и C — вместо I. Аксиома 1 не выполняется, так как $Aaa = Kaa$ и Kaa дает 0 при $a/0$. Другие аксиомы выполняются, что легко проверить с помощью 0—1 метода.

Независимость аксиомы 2. Возьмем C вместо A и K — вместо I. Аксиома 2 не выполняется, так как $Iaa = Kaa$. Другие аксиомы выполняются.

Независимость аксиомы 4. Возьмем C вместо A и I. Аксиома 4 не выполняется, так как $CKAbcIbaIac = CKCbcCbaCac$ дает 0 при $b/0$, $a/1$, $c/0$. Остальные аксиомы выполняются.

Независимость аксиомы 3. Невозможно доказать независимость этой аксиомы на основе теории дедукции лишь с двумя значениями истинности: 0 и 1. Мы должны ввести третье значение истинности (обозначим его символом 2), которое может рассматриваться как другой символ для истины, то есть для 1. К эквивалентностям, данным для C, N и K в параграфе 23, мы должны прибавить следующие формулы:

$$C02 = C12 = C21 = C22 = 1, \quad C20 = 0, \quad N2 = 0,$$
$$K02 = K20 = 0, \quad K12 = K21 = K22 = 1.$$

Можно легко показать, что при этих условиях все положения C—N-системы выполняются. Определим теперь Iab как всегда истинную функцию, то есть $Iab = 1$ при всех значениях a и b, Aab как функцию со значениями:

$Aaa = 1$, $A01 = A12 = 1$ и $A02 = 0$ (остальные не относятся к делу).

Аксиомы 1, 2 и 4 верфицируются, но из 3-й аксиомы при подстановке $b/1$, $c/2$, $a/0$ мы получаем: $CKA12A01A02 = CK110 = C10 = 0$.

Возможно также провести доказательство независимости, пользуясь интерпретацией в области натуральных чисел. Если мы хотим, например, доказать независимость аксиомы 3 от остальных аксиом, то мы можем определить Aab как $a + 1 \neq b$, а Iab — как $a + b = b + a$. Iab всегда истинно, и, следовательно, аксиомы

2 и 4 выполняются. Аксиома 1 также выполняется, так как $a+1$ всегда отлично от a. Но аксиома 3, то есть «Если $b+1 \neq c$ и $a+1 \neq b$, то $a+1 \neq c$», не выполняется. Возьмем 3 вместо a, 2 вместо b и 4 вместо c: посылки будут истинны, а заключение — ложно.

В результате вышеприведенных доказательств независимости оказывается, что не существует никакой единственной аксиомы или «принципа» силлогизма. Правда, четыре аксиомы 1—4 могут быть механически объединены в одно предложение с помощью союза «и», однако они остаются обособленными в этой неорганической конъюнкции и не будут представлять из себя одной единой идеи.

§ 26. Выведение силлогистических положений

Мы можем вывести все положения аристотелевской логики из аксиом 1—4 посредством наших правил вывода и с помощью теории дедукции. Я надеюсь, что последующие доказательства будут вполне поняты после разъяснений, данных в предыдущих параграфах. Во всех силлогистических модусах больший термин обозначается через c, средний — через b и меньший — через a. Бо́льшая посылка ставится первой, так что легко сравнить формулы с традиционными названиями модусов [1].

A. Законы обращения

VII. $p/Abc,\ q/Iba,\ r/Iac \times C4$—5

5. $CAbcCIbaIac$

5. $b/a,\ c/a,\ a/b \times C1$—6

6. $CIabIba$ (закон обращения посылки I)

III. $p/Abc,\ q/Iba,\ r/Iac \times C5$—7

7. $CIbaCAbcIac$

7. $b/a,\ c/b \times C2$—8

8. $CAabIab$ (закон подчинения для утвердительных посылок)

---

[1] В моем польском учебнике «Элементы математической логики», опубликованном в 1929 году (см. стр. 90, прим. 3), я впервые показал, как из системы аксиом 1—4 (стр. 180—190) могут быть формально выведены известные положения силлогистики. Метод, изложенный в этом учебнике, был принят с некоторыми изменениями И. М. Бохенским в его статье «On the Categorical Syllogism», «Dominican Studies», vol. I, Oxford, 1948

II. *q/Iab, r/Iba* × *C*6—9

9. *CCpIabCpIba*

9. *p/Aab* × *C*8—10

10. *CAabIba* (закон обращения посылки *A*)

6. *a/b, b/a* × 11.

11. *CIbaIab*

VI. *p/Iba, q/Iab* × *C*11—12

12. *CNIabNIba*

12. RE × 13

13. *CEabEba* (закон обращения посылки *E*)

VI. *p/Aab, q/Iab* × *C*8—14

14. *CNIabNAab*

14. RE, RO × 15

15. *CEabOab* (закон подчинения для отрицательных посылок)

B. Утвердительные модусы

X. *p/Abc, q/Iba, r/Iac* × *C*4—16

16. *CCsIbaCKAbcsIac*

16. *s/Iab* × *C*6—17

17. *CKAbcIabIac* (Darii)

16. *s/Aab* × *C*10—18

18. *CKAbcAabIac* (Barbari)

8. *a/b, b/a* × 19

19. *CAbaIba*

16. *s/Aba* × *C*19—20

20. *CKAbcAbaIac* (Darapti)

XI. *r/Iba, s/Iab* × *C*11—21

21. *CCKpqIbaCKqpIab*

4. *c/a, a/c* × 22

22. *CKAbaIbcIca*

21. *p/Aba, q/Ibc, b/c* × *C*22—23

23. *CKIbcAbaIac* (Disamis)

17. *c/a, a/c* × 24

24. *CKAbaIcbIca*

21. *p/Aba, q/Icb, b/c* × *C*24—25

25. *CKIcbAbaIac* (Dimaris)

18. *c/a, a/c* × 26

26. *CKAbaAcbIca*

21. *p/Aba, q/Acb, b/c* × *C*26—27

27. *CKAcbAbaIac* (Bramantip)

XIII. *p/Ibc, q/Aba, r/Iac* × *C*23—28
28. *CKNIacAbaNIbc*
28. RE × 29
29. *CKEacAbaEbc*
29. *a/b, b/a* × 30
30. *CKEbcAabEac* (Celarent)
IX. *s/Eab, p/Eba* × *C*13—31
31. *CCKEbaqrCKEabqr*
31. *a/c, q/Aab, r/Eac* × *C*30—32
32. *CKEcbAabEac* (Cesare)
XI. *r/Eab, s/Eba* × *C*13—33
33. *CCKpqEabCKqpEba*
32. *c/a, a/c* × 34
34. *CKEabAcbEca*
33. *p/Eab, q/Acb, a/c, b/a* × *C*34—35
35. *CKAcbEabEac* (Camestres)
30. *c/a, a/c* × 36
36. *CKEbaAcbEca*
33. *p/Eba, q/Acb, a/c, b/a* × *C*36—37
37. *CKAcbEbaEac* (Camenes)
II. *q/Eab, r/Oab* × *C*15—38
38. *CCpEabCpOab*
38. *p/KEbcAab, b/c* × *C*30—39
39. *CKEbcAabOac* (Celaront)
38. *p/KEcbAab, b/c* × *C*32—40
40. *CKEcbAabOac* (Cesaro)
38. *p/KAcbEab, b/c* × *C*35—41
41. *CKAcbEabOac* (Camestrop)
38. *p/KAcbEba, b/c* × *C*37—42
42. *CKAcbEbaOac* (Camenop)
XIII. *p/Abc, q/Iba, r/Iac* × *C*4—43
43. *CKNIacIbaNAbc*
43. RE, RO × 44
44. *CKEacIbaObc*
44. *a/b, b/a* × 45
45. *CKEbcIabOac* (Ferio)
31. *a/c, q/Iab, r/Oac* × *C*45—46
46. *CKEcbIabOac* (Festino)
X. *p/Ebc, q/Iab, r/Oac* × *C*45—47
47. *CCsIabCKEbcsOac*
47. *s/Iba* × C11—48

48. *CKEbcIbaOac* (Ferison)
31. *a/c, q/Iba, r/Oac* × *C*48—49
49. *CKEcbIbaOac* (Fresison)
10. *a/b, b/a* × 50
50. *CAbaIab*
47. *s/Aba* × *C*50—51
51. *CKEbcAbaOac* (Felapton)
31. *a/c, q/Aba, r/Oac* × *C*51—52
52. *CKEcbAbaOac* (Fesapo)

Как результат всех этих выводов заслуживает нашего внимания один примечательный факт: оказывается, возможно вывести двадцать модусов силлогистики, не используя при этом аксиомы 3, модуса Barbara. Даже Barbari может быть доказан без Barbara. Аксиома 3 является важнейшим положением силлогистики, так как это единственный силлогизм, который дает общеутвердительное заключение; однако в системе простых силлогизмов эта аксиома стоит рангом ниже, будучи необходимой для доказательства лишь двух силлогистических модусов, Baroco и Bocardo. Вот эти два доказательства:

XII. *p/Abc, q/Aab, r/Aac* × *C*3—53
53. *CKAbcNAacNAab*
53. RO × 54
54. *CKAbcOacOab*
54. *b/c, c/b* × 55
55. *CKAcbOab Oac* (Baroco)
XIII. *p/Abc, q/Aab, r/Aac* × *C*3—56
56. *CKNAacAabNAbc*
56. RO × 57
57. *CKOacAabObc*
57. *a/b, b/a* × 58
58. *CKObcAbaOac* (Bocardo)

§ 27. Аксиомы и правила для отбрасываемых выражений

Из двух интеллектуальных актов — принятия предложения и его отбрасывания[1] — в современной фор-

[1] Я обязан этим разграничением Францу Брентано, который описывает акты убеждения в чем-либо как принятие (Anerkennen) и отбрасывание (Verwerfen).

мальной логике принимают во внимание лишь первый. Готтлоб Фреге ввел в логику идею принятия и знак принятия ($\vdash$), которые были впоследствии заимствованы авторами «Principia Mathematica». Однако идеей отбрасывания, насколько мне известно, пренебрегают и поныне.

Мы принимаем истинные предложения и отвергаем ложные. Только истинные предложения могут быть приняты, поскольку было бы ошибкой принимать предложение, которое не истинно. Аналогичное свойство не может быть приписано операции отбрасывания: могут подлежать отбрасыванию не только ложные предложения. Верно, конечно, что каждое предложение либо истинно, либо ложно, однако существуют пропозициональные выражения, которые не истинны и не ложны. Пропозициональные выражения такого рода — это так называемые пропозициональные функции, то есть выражения, содержащие свободные переменные и становящиеся истинными для одних значений и ложными для других. Возьмем, например, пропозициональную переменную p: она не истинна и не ложна, потому что при $p/1$ становится истинной, а при $p/0$ — ложной. Далее, из двух противоречащих предложений α и $N\alpha$ одно должно быть истинным, а другое — ложным; следовательно, одно должно быть принято, а другое — отброшено. Но ни одна из двух противоречащих друг другу пропозициональных функций p и Np не может быть принята, поскольку ни одна из них не истинна; они обе должны быть отброшены.

Формы силлогизмов, отвергаемые Аристотелем, — не предложения, а пропозициональные функции. Например, Аристотель говорит, что никакого силлогизма по первой фигуре не получится, если первый термин принадлежит всему среднему, но совсем не принадлежит третьему. Поэтому форма силлогизма

(i) *CKAbcEabIac*

Аристотелем не принимается в качестве правильного силлогизма, а отбрасывается. Аристотель сам дает конкретный пример опровержения вышеприведенной формы: подставим вместо b — «человек», вместо c — «живое существо», вместо a — «камень». Однако существуют другие значения, для которых формула (i)

может быть верифицирована: отождествив переменные *a* и *c*, мы получим истинную импликацию *CKAbaEabIaa*, поскольку ее антецедент ложен, а консеквент истинен. Отрицание формулы *(i)*:

(j) NCKAbcEabIac

должно, следовательно, также быть отброшено, поскольку при *c/a* оно ложно.

Вводя в систему кванторы, мы могли бы обойтись без отбрасывания. Вместо того чтобы отбросить форму *(i)*, мы могли бы принять положение

(k) ΣaΣbΣcNCKAbcEabIac

Это значит: существуют термины *a*, *b* и *c*, которые верифицируют отрицание *(i)*. Следовательно, форма *(i)* неверна для всех *a*, *b* и *c* и не может быть правильным силлогизмом. Таким же образом, вместо того чтобы отбрасывать выражение *(j)*, мы могли бы принять положение

(l) ΣaΣbΣcCKAbcEabIac.

Но Аристотель ничего не знал о кванторах; вместо того чтобы присоединить к своей системе новые положения с кванторами, он употребляет отбрасывание. Так как операция отбрасывания представляется более простой процедурой, чем употребление кванторов, то мы последуем по стопам Аристотеля.

Аристотель отбрасывает большинство неправильных силлогистических форм, поясняя их примерами с конкретными терминами. Это единственный пункт, в котором мы не можем следовать за ним, так как мы не можем вводить в логику такие конкретные термины, как «человек» или «живое существо». Некоторые формы должны быть отброшены аксиоматически. Мною обнаружено [1], что если мы без доказательства отбросим следующие две формы второй фигуры

CKAcbAabIac
CKEcbEabIac,

то все другие неправильные формы силлогизмов могут быть отвергнуты с помощью двух правил отбрасывания:

---

[1] См. параграф 20.

(*c*) Правило отбрасывания через отделение: если импликация «Если α, то β» принята, но консеквент β отбрасывается, то антецедент α также должен быть отброшен.

(*d*) Правило отбрасывания через подстановку: если β подставляется на место α и β отбрасывается, то α также должно быть отброшено.

Оба правила совершенно очевидны.

Число форм силлогизмов равно $4 \times 4^3 = 256$; 24 формы — правильные силлогизмы, 2 формы отбрасываются аксиоматически. Было бы утомительно доказывать, что оставшиеся 230 неправильных форм могут быть отброшены с помощью наших аксиом и правил. Я лишь покажу, на примере форм первой фигуры с посылками *Abc* и *Eab*, как наши правила отбрасывания работают на основе первой аксиомы отбрасывания.

Отбрасываемые выражения я обозначаю, ставя звездочки перед их порядковыми номерами. Так, мы имеем:

*59. *CKAcbAabIac* (аксиома)
*59*a*. *CKEcbEabIac*
I. *p*/*Iac*, *q*/*KAcbAab* × 60
60. *CIacCKAcbAabIac*
60 × *C**61—*59
*61. *Iac*.

Здесь в первый раз применено правило отбрасывания через отделение. Принятая импликация 60 имеет отвергнутый консеквент, *59; следовательно, ее антецедент *61 также должен быть отброшен. Таким же образом я получаю отбрасываемые выражения *64, *67, *71, *74 и *77.

V. *p*/*Iac* × 62
62. *CCNIacIacIac*
62. RE × 63
63. *CCEacIacIac*
63 × *C**64—*61
*64. *CEacIac*
1. *a*/*c* × 65
65. *Acc*
VIII. *p*/*Acc*, *q*/*Eac*, *r*/*Iac* × *C*65—66
66. *CCKAccEacIacCEacIac*
66 × *C**67—*64

*67. *CKAccEacIac*
*67 × *68. *b/c*
*68. *CKAbcEabIac.*

Здесь применено правило отбрасывания через подстановку. Выражение *68 должно быть отброшено, поскольку, подставляя *b* вместо *c* в *68, мы получаем отбрасываемое выражение *67. То же самое правило используется при получении *75.

II. *q/Aab, r/Iab* × *C*8—69
69. *CCpAabCpIab*
69. *p/KAbcEab, b/c* × 70
70. *CCKAbcEabAacCKAbcEabIac*
70 × *C**71—*68
*71. *CKAbcEabAac*
XIV. *p/Acb, q/Iac, r/Aab* × 72
72. *CCKAcbNIacNAabCKAcbAabIac*
72. RE, RO × 73
73. *CCKAcbEacOabCKAcbAabIac*
73 × *C**74*—59
*74. *CKAcbEacOab*
*74 × *75. *b/c, c/b*
*75. *CKAbcEabOac*
38. *p/KAbcEab, b/c* × 76
76. *CCKAbcEabEacCKAbcEabOac*
76 × *C**77 — *75
*77. *CKAbcEabEac.*

Отвергнутые выражения *68, *71, *75 и *77 — это четыре возможные формы первой фигуры, имеющие посылки *Abc* и *Eab*. Из этих посылок по первой фигуре не может быть выведено ни одного правильного заключения. Таким же образом на основе двух аксиоматически отвергнутых форм мы можем доказать, что и все другие неправильные силлогические формы во всех четырех фигурах также должны быть отброшены.

§ 28. Недостаточность наших аксиом и правил

Несмотря на то, что все известные положения аристотелевской логики можно доказать с помощью наших аксиом и правил принятия, а все неправильные формы

силлогизмов можно опровергнуть с помощью наших аксиом и правил отбрасывания, результаты далеки от того, чтобы считаться удовлетворительными. Причина этого состоит в том, что наряду с формами силлогизмов существует много других имеющих смысл выражений аристотелевской логики, в действительности существует даже бесчисленное множество таких выражений, так что мы не можем быть уверенными в том, могут ли быть выведены или нет из нашей системы аксиом и правил все истинные выражения силлогистики и могут ли или нет быть отвергнуты все ложные выражения. Действительно, нетрудно найти ложные выражения, которые не могут быть отвергнуты с помощью наших аксиом и правил отбрасывания. Таким, например, является выражение

(F1) *CIabCNAabAba.*

Оно означает «Если некоторое *a* есть *b*, то если не верно, что всякое *a* есть *b*, то всякое *b* есть *a*». Это выражение не является истинным в аристотелевской логике, и не может быть доказано с помощью аксиом принятия, однако, будучи совместимо с ними и прибавлено к этим аксиомам, оно не порождает какой-либо неправильной формы силлогизма. Оно заслуживает внимания при рассмотрении расширенной системы силлогистики.

Из законов аристотелевской логики

8. *CAabIab* и
50. *CAbaIab*

и закона теории дедукции

(*m*) *CCprCCqrCCNpqr*

мы можем вывести следующее новое положение 78:

(*m*) *p*/*Aab*, *q*/*Aba*, *r*/*Iab* × *C*8 — *C*50—78
78. *CCNAabAbaIab.*

Это положение является обратной импликацией по отношению к (F1) и вместе с (F1) дает эквивалентность. На основе этой эквивалентности мы можем определить функтор *I* через *A*:

(F2) *Iab* = *CNAabAba.*

Это определение гласит: «Некоторое *a* есть *b*» означает то же самое, что «Если неверно, что всякое *a* есть *b*, то всякое *b* есть *a*». Так как выражение «Если не-*p*, то *q*» эквивалентно альтернативе «Или *p*, или *q*», то мы можем также сказать: «Некоторое *a* есть *b*» означает то же самое, что «Или всякое *a* есть *b*, или всякое *b* есть *a*». Не представляет труда найти интерпретацию этой расширенной системы на так называемых кругах Эйлера. Термины *a*, *b* и *c* представляются в виде кругов, как и при обычной интерпретации, но при условии, что никаких два круга не пересекаются друг с другом. Аксиомы 1—4 выполняются, а формы *59 *CKAcbAabIac* и *59a *CKEcbEabIac* отбрасываются, потому что можно нарисовать два круга, лежащих один вне другого и заключенных в третьем круге, что опровергает форму *CKAcbAabIac*, и возможно нарисовать три круга, каждый из которых исключает два других, что опровергает форму *CKEcbEabIac*. Следовательно, все законы аристотелевской логики выполняются и все неправильные формы силлогистики отбрасываются. Тем не менее эта система отличается от аристотелевской силлогистики, потому что формула (F1) ложна, что можно увидеть из следующего примера: верно, что «Некоторые четные числа деляется на 3», однако неверно ни то, что «Все четные числа делятся на 3», ни что «Все числа, делимые на 3, — четные».

В результате этого рассмотрения оказывается, что наша система аксиом и правил не является категорической, иными словами, не все интерпретации нашей системы верифицируют и фальсифицируют одни и те же формулы, не все интерпретации изморфны. Только что изложенная интерпретация верифицирует формулу (F1), которая не выполняется в аристотелевской логике. Поэтому система наших аксиом и правил недостаточна, для того чтобы дать полное и точное описание аристотелевской силлогистики.

Для того чтобы устранить эту трудность, мы могли бы отбросить выражение (F1) аксиоматически. Однако сомнительно, будет ли такое устранение эффективным, ведь могут существовать другие формулы того же рода, что и (F1), возможно даже бесчисленное множество таких формул. Проблема состоит в том, чтобы найти для

аристотелевской силлогистики такую систему аксиом и правил, на основании которой мы могли бы решить, должно ли любое заданное и имеющее смысл выражение этой системы быть принято или отброшено. Этой важнейшей проблеме разрешимости и посвящается следующая глава.

ГЛАВА V

ПРОБЛЕМА РАЗРЕШИМОСТИ

§ 29. Число неразрешимых выражений

В качестве исходного основания моего настоящего исследования я беру следующие основные элементы силлогистики:

(1) Четыре принятые аксиомы 1—4.
(2) Правило (*a*) подстановки и правило (*b*) отделения для принимаемых выражений.
(3) Две аксиомы отбрасывания *59 и *59*a*.
(4) Правило (*c*) отделения и правило (*d*) подстановки для отбрасываемых выражений.

К этой системе аксиом и правил в качестве вспомогательной теории должна быть добавлена теория дедукции. Из аксиом и правил принятия могут быть выведены все известные положения аристотелевской логики, то есть законы квадрата противоположностей, законы обращения и все правильные модусы силлогизма; на основе же аксиом и правил отбрасывания могут быть отвергнуты все неправильные силлогистические формы. Однако, как мы уже видели, эта система аксиом и правил недостаточна для адекватного описания аристотелевской силлогистики, поскольку существуют осмысленные выражения, например *CIabCNAabAba*, которые не могут быть ни доказаны при помощи наших аксиом и правил принятия, ни опровергнуты при помощи наших аксиом и правил отбрасывания. Я называю такие выражения неразрешимыми относительно наших исходных оснований. Неразрешимые выражения в аристотелевской логике могут быть или истинными, или ложными. Выражение *CIabCNAabAba*, конечно, ложно.

В связи с этим мы должны поставить два вопроса, для того чтобы решить проблему разрешимости. Пер-

вый вопрос таков: конечно или нет число неразрешимых выражений? Если оно конечно, проблема разрешимости решается легко: мы можем допустить истинные выражения в качестве новых принятых аксиом, а ложные выражения отбросить аксиоматически. Этот метод, однако, практически неосуществим, если число неразрешимых выражений не конечно. Мы не можем принять или отбросить бесконечное множество аксиом. В этом случае возникает второй вопрос: возможно ли так дополнить нашу систему аксиом и правил, чтобы мы могли решить, должно ли заданное выражение приниматься или отбрасываться? Оба этих вопроса были решены Слупецким: первый — отрицательно, показом того, что число неразрешимых предложений относительно наших исходных оснований не является конечным, второй — утвердительно, посредством добавления нового правила отбрасывания [1].

Начнем с первого вопроса. Каждый, кто изучал традиционную логику, знаком с интерпретацией силлогизмов посредством кругов Эйлера: в соответствии с этой интерпретацией переменные термины a, b и c представляются кругами, посылка Aab будет истинной тогда и только тогда, когда круг a или совпадает, или содержится в круге b, а посылка Iab будет истинной тогда и только тогда, когда круги a и b имеют общую область. Следовательно, посылка Eab, будучи отрицанием Iab, истинна тогда и только тогда, когда круги a и b не имеют общей области, то есть когда они исключают друг друга. Если поэтому a и b совпадают, Iab — истинно, а Eab — ложно.

Я буду теперь исследовать различные предположения относительно числа кругов, принимаемых в качестве «универсума» нашего рассмотрения, то есть в качестве области нашей интерпретации. Очевидно, правила наших оснований остаются законными при всех интерпретациях. Если универсум нашего рассмотрения

---

[1] См. статью Слупецкого, упоминавшуюся на стр. 126, прим. Я попытался упростить аргументы автора, чтобы сделать их доступными читателям, не натренированным в математическом мышлении. Я, конечно, один несу ответственность за нижеследующее изложение идей Слупецкого.

состоит из трех или более кругов, то четыре аксиомы принятия, конечно, выполняются, а аксиоматически отбрасываемое выражение

*59. *CKAcbAabIac*

отбрасывается, так как возможно нарисовать два круга *c* и *a*, исключающие друг друга, но включенные в третий круг *b*. В этом случае посылки *Acb* и *Aab* будут истинными, а заключение *Iac* — ложным. Выражение

*59*a*. *CKEcbEabIac*

также отбрасывается, так как мы можем нарисовать три круга, из которых каждый исключает два других, так что посылки *Ecb* и *Eab* будут истинными, а заключение *Iac* — ложным. Эта интерпретация, следовательно, удовлетворяет условиям наших оснований так же, как и все наши другие интерпретации.

Предположим теперь, что наш универсум состоит только из трех кругов и не более, и рассмотрим следующее выражение:

(F3) *CEabCEacCEadCEbcCEbdIcd*

Это выражение содержит четыре различные переменные, причем каждая из них может принимать только три разных значения, так как мы можем нарисовать лишь три различных круга. Каким бы способом мы ни подставляли эти три значения на место переменных, две переменные должны всегда получать одно и то же значение, то есть должны отождествляться. Но если какая-нибудь одна из пар переменных *a* и *b*, или *a* и *c*, или *a* и *d*, или *b* и *c*, или *b* и *d* состоит из одинаковых элементов, то соответствующая посылка *E* становится ложной, а вся импликация, то есть выражение (F3), верифицируется; если же последняя пара переменных *c* и *d* имеет одинаковые элементы, то заключение *Icd* становится истинным, а вся импликация снова верифицируется. При условии, что можно нарисовать только три круга, выражение (F3) истинно и не может быть опровергнуто с помощью наших аксиом и правил отбрасывания. Если мы, однако, предположим, что наш универсум состоит более чем из трех кругов, то мы можем нарисовать четыре круга, каждый из которых

исключает три других, и (F3) становится ложным. (F3) поэтому не может быть доказано с помощью наших аксиом и правил принятия. Так как (F3) не может быть ни доказано, ни опровергнуто посредством системы наших аксиом и правил, то оно является неразрешимым выражением.

Рассмотрим теперь выражение формы

(F4) $C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_n \beta$,

содержащее n различных переменных:

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots,\ a_n,$$

и предположим, что: (1) каждый антецедент (F4) есть типа $Ea_i a_j$, причем a_i отлично от a_j; (2) консеквент β относится к типу $Ia_k a_l$, причем a_k отлично от a_l; (3) в (F4) встречаются все возможные пары различных переменных. Если наш универсум состоит лишь из $(n-1)$ кругов, то (F4) верифицируется, так как некоторые две переменные должны отождествляться, и тогда или один из антецендентов становится ложным, или консеквент становится истинным. Но если наш универсум состоит более чем из $(n-1)$ кругов, то (F4) не верифицируется, ибо n кругов могут быть изображены так, что каждый круг исключает остальные, иными словами, все антецеденты становятся истинными, а консеквент — ложным. Поэтому (F4) — это неразрешимое выражение.

Таких неразрешимых выражений бесконечное число, поскольку n может быть каким угодно целым числом. Очевидно, что все они ложны в аристотелевской логике и должны быть отброшены, ибо мы не можем ограничить аристотелевскую логику конечным числом терминов, а выражения формы (F4) опровергаются, когда число терминов бесконечно. Это бесконечное число неразрешимых выражений не может быть отброшено иначе, как аксиоматически. Это вытекает из следующего соображения: (F3) не может быть опровергнуто посредством системы наших аксиом и правил, а поэтому должно быть отброшено аксиоматически. Следующее неразрешимое выражение формы (F4), содержащее пять различных терминов, не может быть опровергнуто с помощью нашей системы аксиом и правил вместе с уже отброшенным выражением (F3) и должно

опять-таки быть отброшено аксиоматически. Тот же самый аргумент можно повторить относительно всякого другого неразрешимого выражения формы (F4). Поскольку невозможно аксиоматически отбросить бесконечное множество выражений, мы должны найти другой аппарат, если мы хотим положительно решить проблему разрешимости.

§ 30. Правило отбрасывания Слупецкого

Я начну с двух терминологических замечаний: выражения типа *Aab*, *Iab*, *Eab* и *Oab* я называю простыми выражениями; первые два — простыми утвердительными выражениями, третье и четвертое — простыми отрицательными выражениями. Простые выражения, так же как и выражения типа:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

где все α представляют собой простые выражения, я называю элементарными выражениями. С помощью этой терминологии правило отбрасывания Слупецкого может быть сформулировано следующим образом:

Если α и β — простые отрицательные выражения, а γ — элементарное выражение, в таком случае, если $C\alpha\gamma$ и $C\beta\gamma$ отбрасываются, то и $C\alpha C\beta\gamma$ также должно быть отброшено.

Правило отбрасывания Слупецкого тесно связано со следующим металогическим принципом традиционной логики: «utraque si praemissa neget, nil inde sequitur» [1]. Этот принцип, однако, не является достаточно общим, так как относится лишь к простым силлогизмам, состоящим из трех терминов. Другая формулировка того же принципа: «ex mere negativis nihil sequitur» [2], по-видимому, более общая, является ложной, когда она применяется не только к силлогизмам, но также и к другим выражениям силлогистики. Такие положения, как *CEabEba* или *CEabOab*, ясно показывают, что нечто

---

[1] «Если обе посылки отрицательные, то из них ничего не следует». — *Прим. перев.*

[2] «Из только отрицательного ничего не следует». — *Прим. перев.*

может следовать и из чисто отрицательных посылок. Правило Слупецкого является общим правилом, которое свободно от недостатков традиционных формулировок.

Поясним этот пункт подробнее, для того чтобы сделать ясным правило Слупецкого. Предложение *Aac* не следует ни из посылки *Aab*, ни из посылки *Abc*, однако когда мы соединяем эти посылки, сказав: «*Aab* и *Abc*», то мы получаем заключение *Aac* по модусу Barbara. *Eac* не следует ни из *Ebc*, ни из *Aab*: но из конъюнкции этих посылок «*Ebc* и *Aab*» мы получаем заключение *Eac* по модусу Celarent. В обоих случаях мы получаем из конъюнкции посылок некоторое новое предложение, которое не может быть результатом ни одной из них в отдельности. Если мы, однако, имеем две отрицательные посылки, например *Ecb* и *Eab*, мы можем, конечно, получить из первой заключение *Ocb*, а из второй — *Ocb*, но из конъюнкции этих посылок не может быть выведено ни одного нового предложения, за исключением тех, которые следуют из каждой из них в отдельности. В этом и состоит смысл правила отбрасывания Слупецкого: поскольку из двух отрицательных посылок нельзя вывести ничего, помимо того, что следует из каждой из них в отдельности, постольку если γ не следует ни из α, ни из β, то оно не может следовать и из их конъюнкции. Правило Слупецкого так же очевидно, как и соответствующий принцип традиционной логики.

Я покажу теперь, как это правило может быть применено к отбрасыванию неразрешимых выражений. Для этой цели я использую это правило в его символической форме, обозначая его через RS (правило Слупецкого):

RS. $^{*}C\alpha\gamma,\ ^{*}C\beta\gamma \rightarrow {}^{*}C\alpha C\beta\gamma.$

Здесь, как и повсюду, я употребляю греческие буквы для обозначения переменных выражений, удовлетворяющих определенным условиям: так, α и β должны быть простыми отрицательными выражениями силлогистики, γ должно быть элементарным выражением в том смысле, как это объяснено выше, а все три выражения должны быть такими, чтобы $C\alpha\gamma$ и $C\beta\gamma$ можно было бы отбросить. Стрелка (—>) означает «следовательно».

Я хочу подчеркнуть, что RS — специфическое правило, имеющее силу лишь для отрицательных выражений α и β аристотелевской логики. Как мы уже видели, оно не может быть применено к утвердительным выражениям силлогистики. Оно не применимо и к теории дедукции. Это вытекает из следующего примера: выражения *CNCpqr* и *CNCqpr* — оба не истинные и должны быть отброшены, если операция отбрасывания введена в эту теорию, в то время как *CNCpqCNCqpr* является ее положением. Так же и в алгебре предложение «*a* равно *b*» не следует ни из посылки «*a* не меньше *b*», ни из посылки «*b* не меньше *a*», но оно следует из конъюнкции посылок.

В качестве первого применения нового правила я покажу, что выражение

*59*a*. *CKEcbEabIac*,

которое было отброшено аксиоматически, может быть теперь опровергнуто. Это видно из следующего вывода:

9. *p*/*Eac*, *a*/*c*, *b*/*a* × 79
79. *CCEacIcaCEacIac*
79 × *C**80—*64
*80. *CEacIca*
*80 × *81. *c*/*a*, *b*/*c*, *a*/*c*
*81. *CEcbIac*
*64 × *82. *b*/*c*
*82. *CEabIac*
RS. α/*Ecb*, β/*Eab*, γ/*Iac* × *81, *82 → *83
*83. *CEcbCEabIac*

Правило RS применено здесь впервые, α и β — простые отрицательные выражения, и γ также простое выражение. Из *83 с помощью закона экспортации VII мы получаем формулу *59*a*:

VII. *p*/*Ecb*, *q*/*Eab*, *r*/*Iac* × 84
84. *CCKEcbEabIacCEcbCEabIac*
84 × *C**59*a* — *83
*59*a*. *CKEcbEabIac*

Из вышеизложенного следует, что правило Слупецкого сильнее нашего аксиоматически отброшенного выражения *59*a*. Поскольку *59*a* должно быть вычеркнуто,

формула *59, то есть *CKAcbAabIac*, остается единственным выражением, которое отбрасывается аксиоматически.

Второй раз я применю правило RS, чтобы повторно опровергнуть формулу (F3):

*64 × *85. *d/c, c/a*
*85. *CEadIcd*
*85 × *86. *b/a*
*86. *CEbdIcd*
RS. α/*Ead*, β/*Ebd*, γ/*Icd* × *85, *86 → *87
*87. *CEadCEbdIcd*
*80 × *88. *b/a, d/a*
*88. *CEbcIcd*
RS. α/*Ebc*, β/*Ebd*, γ/*Icd* × *88, *86 → *89
*89. *CEbcCEbdIcd*
RS. α/*Ead*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* × *87, *89 → *90
*90. *CEadCEbcCEbdIcd*
*88 × *91. *a/b*
*91. *CEacIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ebd*, γ/*Icd* × *91, *86 → *92
*92. *CEacCEbdIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* × *92, *89 → *93
*93. *CEacCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eac*, β/*Ead*, γ/*CEbcCEbdIcd* × *93; *90 → *94
*94. *CEacCEadCEbcCEbdIcd*
*85 × *95. *b/d*
*95. *CEabIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Ebd*, γ/*Icd* × *95, *86 → *96
*96. *CEabCEbdIcd*
RS. α/*Ebc*, β/*Ebc*, γ/*CEbdIcd* × *96, *89 → *97
*97. *CEabCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Ead*, γ/*CEbcCEbdIcd* × *97, *90 → *98
*98. *CEabCEadCEbcCEbdIcd*
RS. α/*Eab*, β/*Eac*, γ/*CEadCEbcCEbdIcd* × *98, *94 → *99
*99. *CEabCEacCEadCEbcCEbdIcd*

Правило RS используется в этом выводе 10 раз, α и β всегда являются простыми отрицательными выражениями, а γ повсюду выступает как элементарное выражение. Таким же способом мы могли бы опровергнуть другие формулы формы (F4), а также формулу

(F1) из параграфа 28. Однако производить такие выводы нет необходимости, так как мы можем теперь изложить общую проблему разрешимости.

§ 31. Дедуктивная эквивалентность

Для доказательства разрешимости мы нуждаемся в понятии дедуктивной, или выводной, эквивалентности. Так как, по моему мнению, трактовка этого понятия не свободна от некоторых недоразумений, его значение должно быть точно определено. Я сделаю это на основе теории дедукции.

Обычно говорят, что два выражения α и β дедуктивно эквивалентны по отношению друг к другу, когда возможно вывести β из α, если принято α, и обратно, α — из β, если принято β. Правила вывода всегда предполагаются данными. Но они редко бывают достаточными. Они достаточны, например, в следующем примере. Из принятого закона коммутации *CCpCqrCqCpr* мы можем вывести положение *CqCCpCqrCpr:*

(1) *CCpCqrCqCpr*
  (1) *p*/*CpCqr*, *r*/*Cpr* × *C*(1) — (2)
(2) *CqCCpCqrCpr*,

и снова из этого положения мы можем вывести закон коммутации

  (2) *q*/*CqCCpCqrCpr*, *p*/*s*, *r*/*t* × *C*(2) — (3)
(3) *CCsCCqCCpCqrCprtCst*
  (2) *q*/*CpCqr*, *p*/*q*, *r*/*Cpr* × (4)
(4) *CCpCqrCCqCCpCqrCprCqCpr*
  (3) *s*/*CpCqr*, *t*/*CqCpr* × *C*(4) — (1)
(1) *CCpCqrCqCpr*[1]).

Но мы не можем таким простым способом вывести из принятого выражения *CNpCpq* закон Дунса Скота *CpCNpq*, потому что из первого выражения мы можем выводить новые предложения лишь с помощью подстановки, а все подстановки в *CNpCpq* начинаются с *CN*, а не с *Cp*. Для того чтобы вывести одно из этих выражений из другого, нам потребуются вспомогательные средства. Вообще говоря, отношение дедуктивной экви-

[1] Этот изящный вывод сделан А. Тарским в Варшаве.

валентности редко бывает абсолютным, в большинстве случаев оно соотносительно определенному основанию положений. В нашем случае этим основанием является закон коммутации. Начиная с

(5) *CNpCpq*,

мы получаем посредством коммутации закон Дунса Скота:

(1) *p*/*Np*, *q*/*p*, *r*/*q* × *C* (5) — (6)
(6) *CpCNpq*,

а, начиная с (6), мы вновь получаем посредством коммутации (5)

(1) *q*/*Np*, *r*/*q* × *C* (6) — (5)
(5) *CNpCpq*.

Я говорю поэтому, что *CNpCpq* и *CpCNpq* дедуктивно эквивалентны относительно закона коммутации, и пишу

CNpCpq ~ *CpCNpq* относительно (1).

Знак «~» обозначает отношение дедуктивной эквивалентности. Это отношение отличается от обычного отношения эквивалентности, обозначаемого здесь через *Q*, которое определяется посредством конъюнкции двух взаимно обратных импликаций

Qpq = *KCpqCqp*

и не нуждается в каком-либо основании. Если принимается обычная эквивалентность *Q*αβ и α или подстановка на место α, то мы можем принять β или соответствующую подстановку на место β, и наоборот. Принятая обычная эквивалентность *Q*αβ является, следовательно, достаточным основанием для дедуктивной эквивалентности α ~ β, но она не является для нее необходимым основанием. Этот пункт как раз нуждается в объяснении.

Не только принятые или истинные выражения могут быть дедуктивно эквивалентными, таковыми могут быть и ложные выражения. Для того чтобы решить проблему разрешимости для *C*—*N*-системы, мы должны уметь преобразовать произвольное осмысленное выражение α в выражении *CN*απ, где π — пропозициональная

переменная, не встречающаяся в α. Это может быть сделано с помощью двух положений:

S1. $CpCNpq$
S2. $CCNppp$

Я говорю, что α дедуктивно эквивалентно $CN\alpha\pi$ относительно S1 и S2, и пишу:

I. $\alpha \sim CN\alpha\pi$ относительно S1 и S2.

Все проходит легко, когда α принято. Возьмем в качестве примера $NNCpp$. Это положение легко верифицируется с помощью O—1-метода. В соответствии с формулой I я пишу соотношение

$NNCpp \sim CNNNCppq$ относительно S1 и S2.

Начиная с

(7) $NNCpp$,

мы получаем с помощью S1

S1. $p/NNCpp \times C(7) — (8)$

(8) $CNNNCppq$,

а начиная снова с (8), мы получаем с помощью подстановки и S2:

(8) $q/NNCpp \times (9)$

(9) $CNNNCppNNCpp$

S2. $p/NNCpp \times C(9) — (7)$

(7) $NNCpp$.

Но α — произвольное выражение; оно может быть ложным, например Cpq. В этом случае формула I читается:

$Cpq \sim CNCpqr$ относительно S1 и S2.

Здесь начинаются затруднения: мы можем получить положение $CCpqCNCpqr$ из S1 при помощи подстановки p/Cpq, q/r, — но мы не можем вывести из этого положения консеквент $CNCpqr$, так как Cpq не является положением и не может быть принято. Следовательно, $CNCpqr$ не может быть отделено. Еще бóльшая трудность возникает в другом направлении: мы можем получить из S2 посредством подстановки p/Cpq положение $CCNCpqCpqCpq$, но $CNCpqCpq$ не принимается; не можем мы получить $CNCpqCpq$ и из $CNCpqr$ подстановкой, потому что $CNCpqr$ не является доказуемым положе-

нием. Мы не можем сказать: предположим, что *Cpq* будет принято; тогда будет следовать *CNCpqr*. Принятие ложного выражения — ошибка, и мы не можем рассчитывать что-либо доказать с помощью ошибки. Думается, следовательно, что формула I правильна не для всех выражений, а только для тех, которые приняты.

На мой взгляд, существует лишь один способ устранить эти трудности: ввести операцию отбрасывания в теорию дедукции. Мы аксиоматически отбрасываем переменную *p* и допускаем очевидные правила отбрасывания (*c*) и (*d*). На этой основе можно легко показать, что *Cpq* должно быть отброшено. Ибо мы получаем из аксиомы

(*10) *p*

и положения

(11) *CCCpppp*

посредством правил отбрасывания

(11) × *C* (*12) — (*10)
(*12) *CCppp*
(*12) × (*13) *p*/*Cpp*, *q*/*p*
(*13) *Cpq*.

Теперь мы в состоянии доказать, что если *Cpq* отбрасывается, то *CNCpqr* также должно быть отброшено; и обратно, если *CNCpqr* отбрасывается, то *Cpq* также должно быть отброшено. Начиная с

(*13) *Cpq*,

мы получаем с помощью S2 и правил отбрасывания

S2. *p*/*Cpq* × (14)
(14) *CCNCpqCpqCpq*
(14) × *C* (*15) — (*13)
(*15) *CNCpqCpq*
(*15) × (*16) *r*/*Cpq*
(*16) *CNCpqr*.

В другом направлении мы легко получаем *Cpq* из (*16) с помощью S1:

S1. *p*/*Cpq*, *q*/*r* × (17)
(17) *CCpqCNCpqr*

(17) $\times C$ (*13) — (*16)
(*13) Cpq.

Формула I теперь полностью подтверждена, однако мы должны исправить наше предыдущее определение дедуктивной эквивалентности, сказав:

> Два выражения являются дедуктивно эквивалентными относительно определенных положений, если и только если мы можем доказать с помощью этих положений и правил вывода, что если одно из этих выражений принимается, то и другое также должно приниматься, а если одно из них отбрасывается, то и другое также должно быть отброшено.

Из этого определения следует, что обычная эквивалентность не составляет необходимой основы дедуктивной эквивалентности. Если имеется положение $Q\alpha\beta$, то верно, что α дедуктивно эквивалентно β относительно $Q\alpha\beta$; но если α дедуктивно эквивалентно β относительно определенных положений, то не всегда верно, что имеет место положение $Q\alpha\beta$. Возьмем в качестве примера дедуктивной эквивалентности только что рассмотренную:

$Cpq \sim CNCpqr$ относительно S1 и S2.

Соответствующая обычная эквивалентность $QCpqCNCpqr$ здесь не имеет места, так как она ложна при $p/1$, $q/0$, $r/1$.

Очевидно, что отношение дедуктивной эквивалентности рефлексивно, симметрично и транзитивно. Имеются случаи, когда α дедуктивно эквивалентно двум выражениям β и γ относительно определенных положений. Это значит: если принимается α, то принимается β и принимается γ, а следовательно, принимается их конъюнкция «β и γ»; и обратно, если принимаются и β и γ или их конъюнкция «β и γ», то принимается также α. С другой стороны, если α отбрасывается, то конъюнкция «β и γ» также должна быть отброшена, а в этом случае достаточно, чтобы было отброшено лишь одно из них, β или γ; и обратно, если хотя бы одно из них отброшено, также должно быть отброшено и α.

§ 32. Сведе́ние к элементарным выражениям

Наше доказательство разрешимости основывается на следующей теореме:

(ТА) Каждое осмысленное выражение аристотелевской силлогистики может быть дедуктивно эквивалентным способом, относительно положений теории дедукции, сведено к ряду элементарных выражений, то есть выражений формы:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

где все α — это простые выражения силлогистики, то есть выражения типа *Aab*, *Iab*, *Eab* или *Oab*.

Все известные положения силлогистики являются либо элементарными выражениями, либо выражениями, которые легко могут быть преобразованы в элементарные. Законы обращения, то есть *CIabIba* или *CAabIba*, — это элементарные выражения. Все силлогизмы имеют форму $CK\alpha\beta\gamma$, а выражения этого вида дедуктивно эквивалентны элементарным выражениям формы $C\alpha C\beta\gamma$ относительно законов экспортации и импортации. Однако имеются другие осмысленные выражения силлогистики — некоторые из них истинные, некоторые ложные, — которые не являются элементарными. Мы уже встречали такое выражение: это было положение 78, *CCNAabAbaIab*, антецедент которого — не простое выражение, а импликация. Существует, разумеется, бесконечное множество таких выражений, и все они должны быть приняты во внимание при доказательстве разрешимости.

Теорема (ТА) легко может быть доказана на основе аналогичной теоремы из теории дедукции:

(ТВ) Каждое осмысленное выражение теории дедукции с *C* и *N* в качестве основных терминов может быть сведено дедуктивно эквивалентным способом относительно конечного числа положений к ряду элементарных выражений формы:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

где все α — простые выражения, то есть либо переменные, либо их отрицания.

Доказательство этой теоремы не из легких, но поскольку оно существенно для проблемы разрешимости, его нельзя опустить. Приведенное ниже доказательство (ТВ) предназначено для читателей, интересующихся формальной логикой; те же, кто еще не натренирован в математической логике, могут принять обе теоремы, (ТА) и (ТВ), на веру.

Пусть α будет произвольным осмысленным выражением теории дедукции, отличным от переменной (которое может, хотя и не обязательно, быть преобразовано): каждое такое выражение, как мы уже знаем, может быть преобразовано дедуктивно эквивалентным способом относительно положений S1 и S2

S1. *CpCNpq*
S1. *CCNppp*

в выражение $CN\alpha\pi$, где π — переменная, не встречающаяся в α. Мы имеем, следовательно, в качестве преобразования I:

I. $\alpha \sim CN\alpha\pi$ относительно S1 и S2.

Преобразование I позволяет нам свести все осмысленные выражения к импликациям, имеющим в качестве последнего термина переменную. Теперь мы должны попытаться преобразовать $N\alpha$ — антецедент $CN\alpha\pi$ — в переменную или ее отрицание. Для этой цели мы используем следующие три преобразования:

II. $CNN\alpha\beta \sim C\alpha\beta$ относительно S3 и S4,
III. $CNC\alpha\beta\gamma \sim C\alpha CN\beta\gamma$ „ S5 и S6,
IV. $CC\alpha\beta\gamma \sim CN\alpha\gamma, C\beta\gamma$ „ S7, S8 и S9.

Соответствующие положения таковы: для преобразования II

S3. *CCNNpqCpq*
S4. *CCpqCNNpq*;

для преобразования III

S5. *CCNCpqrCpCNqr*
S6. *CCpCNqrCNCpqr*;

для преобразования IV

S7. *CCCpqrCNpr*
S8. *CCCpqrCqr*
S9. *CCNprCCqrCCpqr*.

Поясним теперь, как мы можем получить с помощью этих преобразований переменную или ее отрицание в антецеденте $CN\alpha\pi$. Выражение α, встречающееся в $CN\alpha\pi$, как и всякое осмысленное выражение C—N-системы, может быть либо переменной, либо отрицанием, либо импликацией. Если α переменная, то не требуется никаких преобразований; если это отрицание, то мы получаем $CNN\alpha\beta$, а два отрицания взаимно уничтожают друг друга согласно преобразованию II; если же α — импликация, то мы получаем из $CNC\alpha\beta\gamma$ эквивалентное выражение $C\alpha CN\beta\gamma$, антецедент которого, α, проще, чем первоначальный антецедент $NC\alpha\beta$. Это новое α может быть опять-таки переменной, и тогда не требуется никаких преобразований, или отрицанием — этот случай уже был рассмотрен, — или импликацией. В этом последнем случае мы получаем из $CC\alpha\beta\gamma$ два выражения — $CN\alpha\gamma$ и $C\beta\gamma$ — с более простыми антецедентами, чем первоначальный антецедент $C\alpha\beta$. Повторными применениями II, III и IV мы должны, наконец, получить в антецеденте переменную или ее отрицание. Посмотрим теперь на примерах, как действуют эти преобразования.

Первый пример: *NNCpp*.

NNCpp ~ *CNNNCppq* с помощью I,
CNNNCppq ~ *CNCppq* „ „ II,
CNCppq ~ *CpCNpq* „ „ III.

Итак, *NNCpp* сводится к выражению *CpCNpq* с переменной *p* в антецеденте. *CpCNpq* представляет собой элементарное выражение.

Второй пример: *CCCpqpp*.

CCCpqpp ~ *CNCCCpqppr* с помощью I,
CNCCCpqppr ~ *CCCpqpCNpr* „ „ III,
CCCpqpCNpr ~ *CNCpqCNpr*, *CpCNpr* „ „ IV.
CNCpqCNpr ~ *CpCNqCNpr* „ „ III.

Итак, *CCCpqpp* сводится к двум выражениям: *CpCNqCNpr* и *CpCNpr*; оба с переменной *p* в антецеденте, оба — элементарные выражения.

Третий пример: *CCCpqqCCqpp*.

CCCpqqCCqpp ~ *CNCCCpqqCCqppr* с помощью I,
CNCCCpqqCCqppr ~ *CCCpqqCNCCqppr* „ „ III,

CCCpqqCNCCqppr ~ *CNCpqCNCCqppr*, *CqCNCCqppr*
с помощью IV,
CNCpqCNCCqppr ~ *CpCNqCNCCqppr* с помощью III.

CCCpqqCCqpp сводится к двум выражениям: *CpCNq CNCCqpppr* и *CqCNCCqppr*; оба с переменной в первом антецеденте. Ни одно из них, однако, не является элементарным, так как первое имеет в качестве своего третьего антецедента сложное выражение *NCCqpp*, а во втором то же самое сложное выражение выступает в качестве второго антецедента.

Как видно из этого последнего примера, наша задача еще не выполнена. С помощью преобразований I — IV мы, правда, получаем импликации с переменной в первом антецеденте, а также выражения формы:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

однако не все антецеденты этой формы, исключая α_1, обязательно бывают простыми выражениями. Для того чтобы избавиться от таких сложных антецедентов, нам необходимо три последующих преобразования:

V. $C\alpha C\beta\gamma \sim C\beta C\alpha\gamma$ относительно S10,
VI. $C\alpha C\beta C\gamma\delta \sim C\alpha C\gamma C\beta\delta$ „ S11,
VII. $C\alpha C\beta\gamma \sim CNC\alpha N\beta\gamma$ „ S12 и S13.

Соответствующие положения таковы: для преобразования V:

S10. *CCpCqrCqCpr*;

для преобразования VI:

S11. *CCpCqCrsCpCrCqs*;

для преобразования VII:

S12. *CCpCqrCNCpNqr*,
S13. *CCNCpNqrCpCpr*.

С помощью S10 мы можем передвинуть сложный антецедент со второго места на первое, а с помощью S11 — с третьего на второе. Применяя эти преобразования

к выражениям *CpCNqCNCCqppr* и *CqCNCCqppr* нашего третьего примера, мы получаем:

(α) *CpCNqCNCCqppr* ~ *CpCNCCqppCNqr* с помощью VI,
CpCNCCqppCNqr ~ *CNCCqppCpCNqr* „ „ V,
CNCCqppCpCNqr ~ *CCqpCNpCpCNqr* „ „ III,
CCqpCNpCpCNqr ~ *CNqCNpCpCNqr*,
CpCNpCpCNqr „ „ IV,

(β) *CqCNCCqppr* ~ *CNCCqppCqr* „ „ V,
CNCCqppCqr ~ *CCqpCNpCqr* „ „ III,
CCqpCNpCqr ~ *CNqCNpCqr*, *CpCNpCqr* „ „ IV.

Итак, *CCCpqqCCqpp* сводится к четырем элементарным выражениям: *CNqCNpCpCNqr*, *CpCNpCpCNqr*, *CNqCNpCqr* и *CpCNpCqr*.

Преобразование VII использовалось во всех тех случаях, когда сложный антецедент встречался на четвертом месте или далее. Это преобразование позволяет нам уменьшить число антецедентов; в действительности *NCpNq* означает то же самое, что *Kpq*, а S12 и S13 являются соответственно другими формами законов импортации и экспортации. Теперь *CNCαNβγ*, подобно *CKαβγ*, имеет только один антецедент, в то время как эквивалентное выражение *CαCβγ* имеет два антецедента. Если поэтому сложное выражение появляется на четвертом месте, как δ в *CαCβCγCδε*, то мы можем передвинуть его на третье место, применяя сначала VII, а затем VI:

CαCβCγCδε ~ *CNCαNβCγCδε* с помощью VII,
CNCαNβCγCδε ~ *CNCαNβCδCγε* „ „ VI.

Из этого последнего выражения с помощью обратного применения VII мы получаем формулу

CNCαNβCδCγε ~ *CαCβCδCγε* с помощью VII.

Теперь легко перенести δ на первое место с помощью VI и V:

CαCβCδCγε ~ *CαCδCβCγε* с помощью VI,
CαCδCβCγε ~ *CδCαCβCγε* „ „ V.

Применяя преобразование VII повторно в обоих направлениях, мы можем передвинуть любой антецедент с *n*-го места на первое и преобразовать его, если он является сложным, с помощью II, III и IV в простое выражение.

Итак, доказательство теоремы (ТВ) завершено. Теперь легко показать, что эта теорема влечет за собой доказательство разрешимости для C—N-системы теории дедукции. Если все элементарные выражения, к которым было сведено данное выражение α, истинны, то есть если они имеют среди своих антецедентов два выражения типа p и Np, то в таком случае α является положением, которое должно быть принято. С другой стороны, если среди элементарных выражений, к которым было сведено α, существует по крайней мере одно такое выражение, что никаких два его антецедента не есть типа p и Np, то тогда α должно быть отброшено. В первом случае мы можем доказать α с помощью положений S1—S13, во втором — мы можем опровергнуть его, добавив к вышеуказанным положениям два новых

S14. *CpCCpqq*,
S15. *NNCpp*

и аксиому отбрасывания

*S16 *p*.

Два примера пояснят это.

Первый пример: доказательство положения *CpCCpqq*.

Это положение должно быть сначала сведено к элементарным выражениям. Это делается посредством следующего анализа (*L*):

CpCCpqq	$\sim$ *CNCpCCpqqr*	с помощью I.
CNCpCCpqqr	$\sim$ *CpCNCCpqqr*	„ „ III,
CpCNCCpqqr	$\sim$ *CNCCpqqCpr*	„ „ V,
CNCCpqqCpr	$\sim$ *CCpqCNqCpr*	„ „ III,
CCpqCNqCpr	$\sim$ *CNpCNqCpr*, *CqCNqCpr*	„ „ IV,

Элементарные выражения, к которым сводится *CpCCpqq*, таковы: *CNpCNqCpr* и *CqCNqCpr*. Оба они, подобно всем выражениям, к которым было применено преобразование I, имеют в качестве своего последнего термина переменную, не встречающуюся в антецедентах. Такие выражения могут быть истинными только при условии, что они имеют два антецедента типа p и Np, а любое выражение этого вида можно свести с помощью преобразований V, VI или VII к подстановке в S1, с кото-

рой всегда должно начинаться доказательство положения. Вот требуемые выводы:

S1. $q/CNqr \times (1)$

(1) $CpCNpCNqr$

S10. $q/Np,\ r/CNqr \times C\,(1) - (2)$

(2) $CNpCpCNqr$

S11. $p/Np,\ q/p,\ r/Nq,\ s/r \times C\,(2) - (3)$

(3) $CNpCNqCpr$

S1. $p/q,\ q/Cpr \times (4)$

(4) $CqCNqCpr.$

Получив в (3) и (4) те же элементарные выражения, до которых мы дошли в конце нашего анализа (L), мы теперь переходим от них к их левым эквивалентам, применяя положения, на которых основывались последовательные преобразования. Так, шаг за шагом с помощью S9, S6, S10 и S2 мы получим наше первоначальное положение

S9. $r/CNqCpr \times C\,(3) - C\,(4) - (5)$

(5) $CCpqCNqCpr$

S6. $p/Cpq,\ r/Cpr \times C\,(5) - (6)$

(6) $CNCCpqqCpr$

S10. $p/NCCpqq,\ q/p \times C\,(6) - (7)$

(7) $CpCNCCpqqr$

S6. $q/CCpqq \times C\,(7) - (8)$

(8) $CNCpCCpqqr,$

(8) $r/CpCCpqq \times (9)$

(9) $CNCpCCpqqCpCCpqq$

S2. $p/CpCCpqq \times C\,(9) - (10)$

(10) $CpCCpqq.$

По этому образцу мы можем доказывать любое положение, какое пожелаем.

Второй пример: опровержение выражения $CCNpqq$.

Сначала мы сводим это выражение к элементарным выражениям на основе следующего анализа:

$CCNpqq \sim CNCCNpqqr$	с помощью	I;
$CNCCNpqqr \sim CCNpqCNqr$	„ „	III;
$CCNpqCNqr \sim CNNpCNqr,\ CqCNqr$	„ „	IV;
$CNNpCNqr \sim CpCNqr$	„ „	II.

Итак, выражение $CCNpqq$ сведено к двум элементарным выражениям $CqCNqr$ и $CpCNqr$. Первое из них — положение, однако второе не является истинным,

поскольку не обладает двумя антецедентами типа p и Np. Поэтому выражение $CCNpqq$, которое ведет к такому неправильному следствию, должно быть отброшено. Мы начинаем опровержение сверху, последовательно применяя, согласно данным преобразованиям, положения S1, S5, S7 и S3:

S1. $p/CCNpqq,\ q/r \times (11)$
(11) $CCCNpqqCNCCNpqqr$
S5. $p/CNpq \times (12)$
(12) $CCNCCNpqqrCCNpqCNqr$
S7. $p/Np,\ r/CNqr \times (13)$
(13) $CCCNpqCNqrCNNpCNqr$
S3. $q/CNqr \times (14)$
(14) $CCNNpCNqrCpCNqr$

Теперь мы должны опровергнуть выражение $CpCNqr$; для этой цели нам потребуются новые положения S14 и S15 и аксиома отбрасывания:

S14. $p/NNCpp,\ q/p \times C$S15 — (15)
(15) $CCNNCpppp$
(15) $\times\ C$ (*16) — *S16
(*16) $CNNCppp$
S14. $p/CpCNpq,\ q/CNNCppp \times C$S1 — (17)
(17) $CCCpCNpqCNNCpppCNNCppp$
(17) $\times\ C$ (*18) — (*16)
(*18) $CCpCNpqCNNCppp$
(*18) $\times$ (*19) $p/CpCNpq,\ q/NCpp,\ r/p$
(*19) $CpCNqr$.

Отбросив $CpCNqr$, мы можем теперь последовательно отбрасывать его антецеденты до тех пор, пока не дойдем до первоначального выражения $CCNpqq$.

(14) $\times\ C$ (*20) — (*19)
(*20) $CNNpCNqr$
(13) $\times\ C$ (*21) — (*20)
(*21) $CCNpqCNqr$
(12) $\times\ C$ (*22) — (*21)
(*22) $CNCCNpqqr$
(11) $\times\ C$ (*23) — (*22)
(*23) $CCNpqq$

Таким же способом можно опровергнуть любое неистинное выражение C—N-системы. Все эти выводы можно

было бы изложить короче, но я очень хотел показать метод, содержащийся в доказательстве разрешимости. Этот метод позволяет нам на основе лишь пятнадцати основных положений (S1—S15) и аксиомы отбрасывания эффективно решить, должно ли данное осмысленное выражение C—N-системы быть принято или отброшено. Поскольку все прочие функторы теории дедукции могут быть определены через импликацию (C) и отрицание (N), то все осмысленные выражения теории дедукции разрешимы на аксиоматической основе. Система аксиом, из которой могут быть выведены пятнадцать основных положений, является в этом смысле полной, так что все истинные выражения системы могут быть в ней выведены. Такого рода системой и является система из трех аксиом, изложенная в § 23, а также система из тех трех аксиом, на которых основывается преобразование IV, а именно *CCCpqrCNpr, CCCpqrCqr* и *CCNprCCqrCCpqr*.

Доказательство теоремы (TA), согласно которой всякое осмысленное выражение аристотелевской логики может быть сведено к элементарным выражениям, в скрытом виде содержится в доказательстве аналогичной теоремы для теории дедукции. Если мы возьмем вместо греческих букв, используемых в наших преобразованиях I—VII (за исключением заключительной переменной в преобразовании I), пропозициональные выражения аристотелевской логики, то мы сможем применить к ним эти преобразования тем же самым способом, что и к выражениям теории дедукции. В этом легко можно убедиться на примере *CCNAabAbaIab*. Мы получаем:

CCNAabAbaIab $\sim$
$\sim$ *CNCCNAabAbaIabp* с помощью I,
CNCCNAabAbaIabp $\sim$
$\sim$ *CCNAabAbaCNIabp* „ „ III,
CCNAabAbaCNIabp $\sim$
$\sim$ *CNNAabCNIabp, CAbaCNIabp* „ „ IV,
CNNAabCNIabp $\sim$ *CAabCNIabp* „ „ II.

Вместо *NAab* мы всегда можем написать *Oab* и вместо *NIab* — *Eab*. В последующем, однако, было бы более удобно употреблять формы с *N*.

Оба элементарных выражения *CAabCNIabp* и *CAbaCNIabp*, к которым было сведено *CCNAabAbaIab*,

имеют в качестве своего последнего термина пропозициональную переменную. Переменная вводится с помощью преобразования I. Мы можем освободиться от нее с помощью следующих дедуктивно эквивалентных преобразований, в которых π является пропозициональной переменной, не встречающейся ни в α, ни в β:

VIII. $C\alpha C\beta\pi \sim C\alpha N\beta$ относительно S17 и S18,
IX. $C\alpha CN\beta\pi \sim C\alpha\beta$ „ S19 и S20.

Положения для преобразования VIII:

S17. *CCpCqNqCpNq*
S18. *CCpNqCpCqr.*

Положения для преобразования IX:

S19. *CCpCNqqCpq*
S20. *CCpqCpCNqr*

Когда принимается $C\alpha C\beta\pi$, мы с помощью подстановки $N\beta$ на место π получаем из него выражение $C\alpha C\beta N\beta$, а затем с помощью S17 получаем $C\alpha N\beta$; и, наоборот, из $C\alpha N\beta$ получаем выражение $C\alpha C\beta\pi$ с помощью S18. Когда $C\alpha C\beta\pi$ отбрасывается, мы получаем с помощью S18 $CC\alpha N\beta C\alpha C\beta\pi$, следовательно, $C\alpha N\beta$ должно быть отброшено; и, наоборот, когда отбрасывается $C\alpha N\beta$, мы получаем с помощью S17 $CC\alpha C\beta N\beta C\alpha N\beta$; следовательно, $C\alpha C\beta N\beta$ должно быть отброшено, а следовательно, и $C\alpha C\beta\pi$. Преобразование IX может быть объяснено таким же путем. Его мы можем применить непосредственно к нашему примеру. Возьмите *Aab* вместо α, *Iab* — вместо β и *p* вместо π; вы получаете *CAbaIab*. Таким же путем из *CAbaCNIabp* получается *CAbaIab*. Если мы имеем выражение с более чем двумя антецедентами, например с *n* антецедентами, то сначала мы должны свести посредством повторного применения преобразования VII *n—1* антецедент к одному антецеденту, а затем применить преобразование VIII или IX. Возьмем следующий пример:

CNIabCAcbCAdcCIadp ~
~ *CNCNIabNAcbCAdcCIadp* с помощью VII;
CNCNIabNAcbCAdcCIadp ~
~ *CNCNCNIabNAcbNAdcCIadp* „ „ VII;
CNCNCNIabNAcbNAdcCIadp ~
~ *CNCNCNIabNAcbNAdcNIad* „ „ VIII

CNCNCNIabNAcbNAdcNIad ~
~ *CNCNIabNAcbCAdcNIad* „ „ VII
CNCNIabNAcbCAdcNIad ~
~ *CNIabCAcbCAdcNIad* „ „ VII

Теорема (TA) теперь полностью доказана; мы можем перейти поэтому к нашей главной теме — к доказательству разрешимости аристотелевской силлогистики.

§ 33. Элементарные выражения силлогистики

Согласно теореме (TA), каждое осмысленное выражение аристотелевской силлогистики может быть дедуктивно эквивалентным способом сведено к ряду элементарных выражений, то есть выражений формы:

$$C\alpha_1 C\alpha_2 C\alpha_3 \ldots C\alpha_{n-1}\alpha_n,$$

где все α — простые выражения силлогистики, то есть выражения типа *Aab, Iab, Eab*, или *NIab, Oab*, или *NAab*. Теперь я покажу, что каждое элементарное выражение силлогистики разрешимо, то есть или принимается, или отбрасывается. Сначала я докажу, что все простые выражения, за исключением выражений типа *Aaa* и *Iaa*, отбрасываются. Мы уже видели (параграф 27, формула *61), что *Iac* отбрасывается. Здесь даются доказательства отбрасывания других выражений:

*61 × *100. *b*/*c*
*100. *Iab*
8 × *C*101 — *100 (8. *CAabIab*)
*101. *Aab*
IV. *p*/*Aaa*, *q*/*Iab* × *C* 1—102 (IV. *CpCNpq*)
102. *CNAaaIab*
102 × *C*103 — *100
*103. *NAaa* (= *Oaa*)
*103 × *104. *b*/*a*
*104. *NAab* (= *Oab*)
IV. *p*/*Iaa*, *q*/*Iab* × *C* 2—105
105. *CNIaaIab*
105 × *C*106 — *100
*106. *NIaa* (=*Eaa*)
*106 × *107. *b*/*a*
*107. *NIab* (=*Eab*).

Обращаясь теперь к сложным элементарным выражениям, последовательно исследуем все возможные случаи, опуская, где это возможно, формальные доказательства и ограничиваясь лишь наметками того, как их можно провести. Необходимо исследовать шесть случаев.

Первый случай. Консеквент α_n отрицателен, а все антецеденты утвердительны. Такие выражения отбрасываются.

Доказательство. При отождествлении всех переменных, встречающихся в выражении с a, все антецеденты оказываются истинными, будучи законами тождества *Aaa* или *Iaa*, а консеквент оказывается ложным. Мы видим, что для решения этого случая существенны законы тождества.

Второй случай. Консеквент отрицателен, вместе с тем отрицателен и только один из антецедентов. Этот случай может быть сведен к случаю с лишь одними утвердительными элементами, а такие случаи, как мы увидим позже, всегда разрешимы.

Доказательство. Выражения формы $C\alpha CN\beta N\gamma$ дедуктивно эквивалентны выражениям формы $C\alpha C\gamma\beta$ относительно положений *CCpCNrNqCpCqr* и *CCpCqrCpCNrNq*. Это верно не только для одного утвердительного антецедента α, но и для любого числа их.

Третий случай. Консеквент отрицателен, отрицателен и более чем один антецедент. Выражения этого рода могут быть сведены к более простым выражениям и в конечном счете ко второму случаю. Разрешение этого случая требует применения правила отбрасывания Слупецкого.

Доказательство. Предположим, что первоначальное выражение имеет форму $CN\alpha CN\beta C\gamma...N\rho$. Это предположение всегда может быть сделано, так как любой антецедент может быть передвинут на какое угодно место. Мы сводим это выражение к двум более простым выражениям $CN\alpha C\gamma...N\rho$ *и* $CN\beta C\gamma...N\rho$, опуская соответственно второй или первый антецедент. Если эти выражения имеют более одного отрицательного антецедента, мы повторяем ту же самую процедуру до тех пор, пока не получим формулы лишь с одним отрицательным антецедентом. Так как такие формулы, согласно второму случаю, дедуктивно эквивалентны разрешимым утвердительным выражениям, они всегда либо прини-

маются, либо отбрасываются. Если же хотя бы одна из них принимается, первоначальное выражение также должно быть принято, так как с помощью закона упрощения мы можем прибавить к этой принятой формуле все другие отрицательные антецеденты, которые были предварительно опущены. Если, однако, все формулы с одним отрицательным антецедентом отбрасываются, мы делаем вывод с помощью повторного применения правила отбрасывания Слупецкого, что первоначальное выражение должно быть отброшено. Два примера вполне пояснят этот вопрос.

Первый пример: *CNAabCNAbcCNlbdClbcNAcd,* положение.

Мы сводим это выражение к (1) и (2):

(1) *CNAabCNlbdClbcNAcd,* (2) *CNAbcCNlbdClbcNAcd.*

Тем же путем мы сводим (1) к (3) и (4):

(3) *CNAabClbcNAcd,* (4) *CNlbdClbcNAcd,*

а (2) — к (5) и (6):

(5) *CNAbcClbcNAcd,* (6) *CNlbdClbcNAcd.*

Теперь последнее выражение является положением; это модус Ferison третьей фигуры. Подставляя в *CpCqp* выражение (6) вместо *p* и *NAbc* вместо *q*, мы получаем (2), а применяя *CpCqp* еще раз с подстановкой (2) вместо *p* и *NAab* вместо *q*, мы доходим до первоначального положения.

Второй пример: *CNAabCNAbcCNlcdClbdNAad,* — не положение. Мы сводим это выражение, как и в предыдущем примере, к

(1) *CNAabCNlcdClbdNAad,* (2) *CNAbcCNlcdClbdNAad;*

затем мы сводим (1) к (3) и (4), а (2) — к (5) и (6):

(3) *CNAabClbdNAad,* (4) *CNlcdClbdNAad,*

(5) *CNAbcClbdNAad,* (6) *CNlcdClbdNAad.*

Ни одна из вышеприведенных формул с одним отрицательным антецедентом не является положением, что может быть доказано сведением их к случаю лишь с утвердительными элементами. Выражения (3), (4), (5) и (6) отбрасываются. Применяя правило Слупецкого, мы из отбрасываемых выражений (5) и (6) умозаключаем, что и (2) должно быть отброшено, а из отбрасываемых выражений (3) и (4) заключаем, что

должно быть отброшено (1). Но если отброшены (1) и (2), то должно быть отброшено также и первоначальное выражение.

Четвертый случай. Консеквент утвердителен, а некоторые (или все) антецеденты отрицательны. Этот случай может быть сведен к третьему.

Доказательство. Выражения формы $C\alpha CN\beta\gamma$ дедуктивно эквивалентны выражениям формы $C\alpha CN\beta CN\gamma NAaa$ на основании положений *CCpCNqrCpCNqCNrNAaa* и *CCpCNqCNrNAaaCpCNqr,* так как *NAaa* всегда ложно.

Все случаи с отрицательными элементами этим исчерпываются.

Пятый случай. Все антецеденты утвердительны, а консеквент — общеутвердительное предложение. При этом надо различать несколько подслучаев.

(*a*) Консеквент имеет вид *Aaa*; это выражение принимается, так как его консеквент истинен.

(*b*) Консеквент имеет вид *Aab*, и *Aab* является также одним из антецедентов. Выражение, конечно, принимается.

Рассмотрим, что следует из предположения, что *Aab* не фигурирует в качестве антецедента.

(*c*) Консеквент имеет вид *Aab,* но ни один антецедент не принадлежит к типу *Aaf* с *f*, отличным от *a* (и, конечно, от *b*). Такие выражения отбрасываются.

Доказательство. С помощью отождествления с *b* всех переменных, отличных от *a* и *b*, мы можем получить лишь следующие антецеденты:

Aaa, Aba, Abb, Iaa, Iab, Iba, Ibb

(Мы не можем получить *Aab*, так как ни один антецедент не принадлежит к типу *Aaf*, где *f* отлично от *a*.) Посылки *Aaa, Abb, Iaa, Ibb* могут быть опущены как истинные. (Если не имеется никаких других посылок, выражение отбрасывается, как в первом случае.) Если имеется *Iba*, кроме *Iab*, то одно из них может быть опущено, так как они эквивалентны друг другу. Если имеется *Aba*, то можно опустить *Iab* и *Iba*, так как *Aba* подразумевает их обоих. После этих сведений в качестве антецедентов могут остаться лишь *Aba* или *Iab*. Теперь можно показать, что обе импликации

CAbaAab и *CIabAab*

отбрасываются на основании нашей аксиомы отбрасывания:

X. p/Acb, q/Aba, r/Iac, $s/Aab \times C27 - 108$

108. $CCAabAbaCKAcbAabIac$ (X. $CCKpqrCCsqCKpsr$; 27. $CKAcbAbaIac$)

$108 \times C^*109 - {}^*59$

*109. $CAabAba$

$^*109 \times {}^*110$. b/a, a/b

*110. $CAbaAab$

Если отбрасывается $CAbaAab$, то должно быть отброшено также и $CIabAab$, поскольку Iab более слабая посылка, чем Aba.

(d) Консеквент имеет вид Aab, и существуют антецеденты типа Aaf с f, отличным от a. Если существует цепь, ведущая от a к b, выражение принимается на основании аксиомы 3, модуса Barbara; если такой цепи нет, выражение отбрасывается.

Доказательство. Под цепью, ведущей от a к b, я понимаю упорядоченный ряд общеутвердительных посылок:

$$Aac_1,\ Ac_1c_2,\ \ldots,\ Ac_{n-1}c_n,\ Ac_nb,$$

где первый термин ряда имеет a в качестве своего первого аргумента, последний термин в качестве своего второго аргумента имеет b и второй аргумент каждого термина, за исключением последнего, совпадает с первым аргументом следующего за ним термина. Очевидно, что Aab получается из ряда таких выражений в результате повторного применения модуса Barbara. Если поэтому имеется цепь, ведущая от a к b, то выражение принимается; если же такой цепи нет, то мы можем освободиться от антецедентов типа Aaf, отождествляя их второй аргумент с a. Таким путем выражение сводится к уже отвергнутому подслучаю (c).

Шестой случай. Все антецеденты утвердительны, а консеквент — частноутвердительное предложение. Здесь мы также должны различать несколько подслучаев.

(a) Консеквент имеет вид Iaa; выражение принимается, так как его консеквент истинен.

(b) Консеквент имеет вид Iab, а в качестве антецедента выступает или Aab, или Aba, или Iab, или Iba; очевидно, что во всех этих случаях выражение должно быть принято.

Рассмотрим, что следует из предположения, что ни одна из вышеприведенных четырех посылок не фигурирует в качестве антецедента.

(*c*) Консеквент имеет вид *Iab* и ни один антецедент не принадлежит к типу *Afa* (*f* отлично от *a*) или типу *Agb* (*g* отлично от *b*). Выражение отбрасывается.

Доказательство. Мы отождествляем все переменные, отличные от *a* и *b*, с *c*; затем мы получаем, кроме истинных посылок типа *Acc* или *Icc*, лишь следующие антецеденты:

$$Aac,\ Abc,\ Iac,\ Ibc.$$

Aac подразумевает *Iac*, а *Abc* подразумевает *Ibc*. Наиболее сильная комбинация посылок является поэтому *Aac* и *Abc*. Однако из этой комбинации не следует *Iab*, так как формула

$$CAacCAbcIab$$

эквивалентна нашей аксиоме отбрасывания.

(*d*) Консеквент имеет вид *Iab*, а среди антецедентов имеются выражения типа *Afa* (*f* отлично от *a*), но не типа *Agb* (*g* отлично от *b*). Если имеются *Abe* или *Ibe* (*Ieb*) и цепь, ведущая от *e* к *a*:

(α) $Abe;\ Aee_1,\ Ae_1e_2,\ \ldots,\ Ae_na,$
(β) $Ibe;\ Aee_1,\ Ae_1e_2,\ \ldots,\ Ae_na,$

то мы получаем из (α) *Abe* и *Aea* и, следовательно, *Iab* с помощью модуса Bramantip; а из (β) получаем *Ibe* и *Aea*, и, следовательно, *Iab* по модусу Dimaris. В обоих случаях выражение принимается. Если, однако, условия (α) и (β) не выполнены, то мы можем освободиться от антецедентов типа *Afa* посредством отождествления их первых аргументов с *a*, и выражение должно быть отброшено, согласно подслучаю (*c*).

(*e*) Консеквент имеет вид *Iab*, и среди антецедентов имеются выражения типа *Agb* (*g* отлично от *b*), но нет выражений типа *Afa* (*f* отлично от *a*). Этот случай можно свести к подслучаю (*d*), так как *a* и *b* симметричны относительно консеквента *Iab*.

(*f*) Консеквент имеет вид *Iab*, и среди антецедентов имеются выражения типа *Afa* (*f* отлично от *a*) и выражения типа *Agb* (*g* отлично от *b*). Мы можем предположить, что условия (α) и (β) не выполняются для *Afa*, или же аналогичные условия — для *Agb*; в про-

тивном случае, как мы уже знаем, первоначальное выражение было бы принято. Теперь, если имеются Aca и цепь, ведущая от c к b:

(γ) Aca; Acc_1, Ac_1c_2, ..., Ac_nb,

или же Adb и цепь, ведущая от d к a:

(δ) Adb; Add_1, Ad_1d_2, ..., Ad_na,

то мы получаем из (γ) Aca и Acb, из (δ) Adb и Ada, и, следовательно, в обоих случаях Iab по модусу Darapti. Далее, если имеются антецедент Icd (или Idc) и две цепи: одна ведущая от c к a, а другая — от d к b:

(ε) $\begin{cases} Icd; Acc_1, Ac_1c_2, \ldots, Ac_na, \\ Icd; Add_1, Ad_1d_2, \ldots, Ad_nb, \end{cases}$

то мы получаем с помощью первой цепи посылку Aca, с помощью второй цепи — посылку Adb, а обе посылки вместе с Icd дают заключение Iab на основе полисиллогизма

$$CIcdCAcaCAdbIab.$$

Мы доказываем полисиллогизм, выводя Iad из Icd и Aca по модусу Disamis, а затем выводя Iab из Iad и Adb по модусу Darii. Во всех этих случаях первоначальное выражение должно быть принято. Если, однако, ни одно из условий (γ), (δ) или (ε) не удовлетворено, то мы можем освободиться от выражений типа Afa и Agb, отождествляя их первые аргументы соответственно с a или с b, а первоначальное выражение должно быть отброшено, согласно подслучаю (c).

Все возможные случаи теперь исчерпаны и доказано, что всякое осмысленное выражение аристотелевской силлогистики либо принимается, либо отбрасывается на основе наших аксиом и правил вывода.

§ 34. Арифметическая интерпретация силлогистики

В 1679 году Лейбниц дал арифметическую интерпретацию аристотелевской силлогистики; интерпретация заслуживает нашего внимания как с исторической, так и с систематической точки зрения[1]. Это изоморфная

[1] См. L. Couturat, Opuscules et fragmentes inédits de Leibniz, Paris, 1903, p. 77 и далее. Ср. также J. Kukasiewicz, O sylogistyce Arystotelesa (Об аристотелевской силлогистике), Comptes Rendus de l'Acad. des Sciences de Cracovie, XLIV, No. 6, 1939, str. 220.

интерпретация. Лейбниц не знал, что аристотелевская силлогистика может быть аксиоматизирована; он ничего не знал и об отбрасывании и его правилах. Он только проверил несколько законов обращения и несколько модусов силлогизма, для того чтобы убедиться в том, что его интерпретация не была ошибочной. Поэтому кажется простым совпадением то обстоятельство, что его интерпретация удовлетворяет нашим принятым аксиомам 1—4, аксиоме отбрасывания *59 и правилу Слупецкого. Приходится только удивляться, что его философская интуиция, руководившая им в его исследованиях, дала такой глубокий результат.

Лейбницевская арифметическая интерпретация основывается на соответствии между переменными силлогистики и упорядоченными парами взаимно простых натуральных чисел [1]. Например, переменной a соответствуют два взаимно простых числа, скажем a_1 и a_2; переменной b соответствуют два других, также взаимно простых числа, скажем b_1 и b_2. Посылка Aab истинна тогда и только тогда, когда a_1 делимо на b_1 и a_2 делимо на b_2. Если хотя бы одно из этих условий не удовлетворяется, то Aab ложно и, следовательно, истинно $NAab$. Посылка Iab истинна тогда и только тогда, когда a_1 и b_2 взаимно просты и a_2 и b_1 взаимно просты. Если хотя бы одно из этих условий не удовлетворяется, то Iab ложно и, следовательно, истинно $NIab$.

Можно легко увидеть, что наши принятые аксиомы 1—4 верифицируются. Аксиома 1, Aaa, верифицируется, так как любое число делимо на самого себя. Аксиома 2, Iaa, верифицируется, так как предполагается, что два числа, соответствующие a, a_1 и a_2, являются взаимно простыми. Аксиома 3, модус Barbara $CKAbcAabAac$ также верифицируется, поскольку отношение делимости транзитивно. Аксиома 4, модус Datisi $CKAbcIbaIac$ также верифицируется, так как если b_1 делимо на c_1, b_2 делимо на c_2, b_1 и a_2 взаимно просты, так же как b_2 и a_1, тогда a_1 и c_2 должны быть взаимно простыми, так же как и a_2 и c_1. Ибо если a_1 и c_2 имеют общий множитель, больший чем 1, a_1 и b_2 также должны иметь тот же самый общий множитель, поскольку b_2

---

[1] То есть не имеющих других положительных общих делителей, кроме 1. — *Прим. перев.*

делится без остатка на c_2. Однако это противоречит предположению, что a_1 и b_2 взаимно простые. Тем же самым путем мы доказываем, что a_2 и c_1 должны быть взаимно простыми.

Легко также показать, что аксиома *59 *CKAcbAabIac* должна быть отброшена. Возьмем в качестве примера следующие числа:

$$a_1 = 15, \quad b_1 = 3, \quad c_1 = 12,$$
$$a_2 = 14, \quad b_2 = 7, \quad c_2 = 35.$$

Acb истинно, так как c_1 делимо на b_1, а c_2 делимо на b_2; *Aab* также истинно, так как a_1 делимо на b_1, а a_2 делимо на b_2; но заключение *Iac* не истинно, так как a_1 и c_1 не являются взаимно простыми числами.

Более сложна проверка выполнимости правила отбрасывания Слупецкого. Поясним этот вопрос с помощью примера. Возьмем в качестве отбрасываемых положений

(*1) *CNAabCNIcdCIbdNAad*

и

(*2) *CNIbcCNIcdCIbdNAad.*

Из них мы получаем, по правилу Слупецкого,

$$*CN\alpha\gamma,\ *CN\beta\gamma \rightarrow *CN\alpha CN\beta\gamma,$$

третье отбрасываемое выражение:

(*3) *CNAabCNIbcCNIcdCIbdNAad.*

Выражение (1) опровергается, например, с помощью следующего набора чисел:

$$(4)\ \begin{cases} a_1 = 4, & b_1 = 7, & c_1 = 3, & d_1 = 4, \\ a_2 = 9, & b_2 = 5, & c_2 = 8, & d_2 = 3. \end{cases}$$

Легко можно показать, что, согласно этой интерпретации, *Aab* ложно (так как 4 не делится на 7) и, следовательно, *NAab* истинно; *Icd* ложно (так как c_2 и d_2 не являются взаимно простыми) и, следовательно, *NIcd* истинно; *Ibd* истинно (так как обе пары чисел — b_1 и d_2, b_2 и d_1 — взаимно простые); но *NAad* ложно, потому что *Aad* истинно (a_1 делимо на d_1 и a_2 делимо на d_2). Все антецеденты истинны, а консеквент ложен; следовательно, выражение (1) опровергается.

Тот же набор чисел не опровергает выражение (2), потому что *Ibc* истинно (так как обе пары чисел b_1 и c_2, и b_2 и c_1 взаимно простые), а следовательно, *NIbc* ложно. Но если антецедент импликации ложен, вся

импликация истинна. Для того чтобы опровергнуть выражение (2), мы должны взять другой набор чисел, например следующий:

$$(5)\quad \begin{cases} a_1 = 9, & b_1 = 3, & c_1 = 8, & d_1 = 3, \\ a_2 = 2, & b_2 = 2, & c_2 = 5, & d_2 = 2. \end{cases}$$

В соответствии с этой интерпретацией все антецеденты выражения (2) истинны, а консеквент ложен; выражение поэтому опровергается. Но этот второй набор чисел не опровергает выражения (1), потому что *Aab* истинно, а следовательно, *NAab* ложно, а ложный антецедент обеспечивает истинность импликации. Поэтому ни (4), ни (5) набор не опровергает выражения (3), которое содержит как *NAab*, так и *NIbc*.

Существует общий метод, позволяющий нам опровергнуть выражение (3), когда опровергнуты выражения (1) и (2) [1]. Во-первых, мы выписываем все простые числа, которые составляют наборы чисел, опровергающие (1) и (2). Мы получаем для (1) серию 2, 3, 5 и 7, а для (2) — серию 2, 3 и 5. Во-вторых, мы замещаем числа второй серии новыми простыми числами, отличными от простых чисел первой серии, например 2 на 11, 3 на 13, 5 на 17. Таким образом, мы получаем новый набор чисел:

$$(6)\quad \begin{cases} a_1 = 13.13, & b_1 = 13, & c_1 = 11.11.11, & d_1 = 13, \\ a_2 = 11, & b_2 = 11, & c_2 = 17, & d_2 = 11. \end{cases}$$

Этот набор также опровергает (2), поскольку отношение делимости и свойство быть простым числом сохраняются и после описанных замещений. В-третьих, мы перемножаем числа соответствующих переменных, встречающиеся в наборах (4) и (6). Таким образом, мы получаем новый набор:

$$(7)\quad \begin{cases} a_1 = 4.13.13, & b_1 = 7.13, & c_1 = 3.11.11.11, & a_1 = 4.13, \\ a_2 = 9.11, & b_2 = 5.11, & c_2 = 8.17, & a_2 = 3.11 \text{ [2]}. \end{cases}$$

Этот набор опровергает (3). Так как, очевидно, во-первых, что если посылке *Aef* или *Ief* соответствует набор чисел

---

[1] Этот метод был открыт Слупецким (op. cit., p. 28—30).

[2] Если имеется переменная, встречающаяся в одном из опровергаемых выражений, но не встречающаяся в другом, то мы просто берем соответствующие ей числа после возможного замещения.

e_1, e_2, f_1, f_2; e_1 взаимно простое с e_2, f_1 взаимно простое с f_2,

и найдется другой набор чисел:

e'_1, e'_2, f'_1, f'_2; e'_1 взаимно простое с e'_2, f'_1 взаимно простое с f'_2,

каждое из которых является простым числом, отличным от чисел первого набора, — тогда произведение e_1 на e'_1, то есть $e_1 \cdot e'_1$, должно быть взаимно простым с произведением e_2 на e'_2, то есть с $e_2 \cdot e'_2$, а $f_1 \cdot f'_1$ должно быть взаимно простым с $f_2 \cdot f'_2$. Во-вторых, если *Aef* верифицируется с помощью первого набора, то есть если e_1 делимо на f_1, а e_2 делимо на f_2, и то же самое верно относительно второго набора, так что e'_1 делимо на f'_1, а e'_2 делимо на f'_2, то тогда $e_1 \cdot e'_1$ должно быть делимо на $f_1 \cdot f'_1$, и $e_2 . e'_2$ должно быть делимо на $f_2 \cdot f'_2$. Если же *Ief* верифицируется с помощью первого набора, то есть e_1 взаимно простое с f_2, а e_2 взаимно простое с f_1, и то же самое верно относительно второго набора, так что e_1 взаимно простое с f'_2 и e'_2 взаимно простое с f'_1, то тогда $e_1 \cdot e'_2$ должно быть взаимно простым с $f_2 \cdot f'_2$, и $e_2 \cdot e'_2$ должно быть взаимно простым с $f_1 \cdot f'_1$, поскольку все числа второго набора взаимно просты числам первого набора. . Напротив, если хотя бы одно из условий делимости либо простоты не удовлетворено, то соответствующие посылки должны быть ложными. На нашем примере можно убедиться, что *Aad* и *NIcd* верифицируются с помощью (7), так как они верифицируются с помощью (4) и (6), а *Ibc* опровергается с помощью (4) и (6), а следовательно, также и с помощью (7). *Aab* опровергается лишь с помощью (4) (но этого достаточно, чтобы опровергнуть его с помощью (7)), а *Ibc* опровергается только с помощью (6) (но этого также достаточно, чтобы опровергнуть его с помощью (7). Эта процедура может быть применена к любому случаю такого рода, и, следовательно, правило Слупецкого верифицируется с помощью лейбницевской интерпретации.

Лейбниц однажды сказал, что научные и философские споры могли бы всегда разрешаться с помощью вычисления. Мне представляется, что его знаменитое

«вычислим» (calculemus) связано скорее с арифметической интерпретацией силлогистики, чем с его идеями математической логики.

§ 35. Заключение

Результаты, которые мы получили на основе исторического и систематического исследования аристотелевской силлогистики, в ряде пунктов отличны от обычных представлений. Аристотелевская логика была искажена не только логиками, исходившими из философии, поскольку они ошибочно отождествляли ее с традиционной силлогистикой, но также и логиками, исходившими из математики. В учебниках по математической логике постоянно подчеркивается, что закон обращения посылок вида *A* и некоторые модусы силлогизма, выводимые с помощью этого закона, такие, как Darapti или Felapton, ложны. Эта критика основывается на ошибочном мнении, что аристотелевская общеутвердительная посылка «Всякое *a* есть *b*» означает то же самое, что и импликация с квантором «Для всякого *c*, если *c* есть *a*, то *c* есть *b*», где *c* — единичный термин, *a* — частноутвердительная посылка «Некоторое *a* есть *b*» означает то же самое, что и конъюнкция с квантором «Для некоторого *c* *c* есть *a* и *c* есть *b*», где *c* — снова единичный термин. Если кто-либо принимает такую интерпретацию, он может, конечно, сказать, что закон *CAabIba* ошибочен, потому что *a* может быть пустым термином, так что ни одно *c* не есть *a*, и вышеприведенная квантифицированная импликация становится истинной (так как ее антецедент ложен), а вышеприведенная квантифицированная конъюнкция становится ложной (так как один из ее множителей ложен). Но все это — прискорбное непонимание аристотелевской логики. В «Аналитиках» нет ни одного места, которое могло бы оправдать такую интерпретацию. Аристотель не вводит в свою логику ни единичных, ни пустых терминов, ни кванторов. Он применяет свою логику только к общим терминам, таким, как «человек» или «живое существо». И даже эти термины принадлежат лишь к сфере применения его системы, а не к самой системе. В самой системе мы имеем лишь выражения с пере-

менными аргументами: *Aab* или *Iab*, — и их отрицания, причем два из этих выражений являются первоначальными терминами и не могут быть определены; они имеют только те свойства, которые формулируются аксиомами. По той же причине спор о том, является ли аристотелевская силлогистика теорией классов или нет, носит, по моему мнению, бесплодный характер. Силлогистика Аристотеля не является ни теорией классов, ни теорией предикатов; она существует отдельно от других дедуктивных систем, имея свою собственную аксиоматику и свои собственные проблемы.

Я попытался изобразить эту систему свободной от чужеродных элементов. Я не ввожу в нее единичных, пустых или отрицательных терминов, так как их не вводил и Аристотель. Я не ввожу в нее кванторов; я только пытался разъяснить некоторые идеи Аристотеля с помощью кванторов. В формальных доказательствах я применяю положения теории дедукции, поскольку Аристотель интуитивно пользуется ими в своих доказательствах; я применяю отбрасывание, поскольку сам Аристотель отбрасывает некоторые формулы и даже формулирует правило отбрасывания. Поскольку аристотелевское изложение было кое в чем не вполне правильно, я был вынужден исправить эти упущения, например некоторую неудовлетворительность доказательств посредством reductio per impossibile или отбрасывания посредством конкретных терминов. Мое намерение состояло в том, чтобы построить оригинальную систему аристотелевской силлогистики на тех основах, которые заложил он сам, и в согласии с требованиями современной формальной логики. Венцом системы является решение проблемы разрешимости, а оно оказалось возможным благодаря правилу отбрасывания Слупецкого, неизвестного ни Аристотелю, ни другим логикам.

Силлогистика Аристотеля является системой, точность которой превосходит даже точность математической теории, и в этом ее непреходящее значение. Но это узкая система, неприменимая ко всем видам рассуждений, например к математическим доказательствам. Возможно, Аристотель сам чувствовал, что его система не была пригодна для всякой задачи, так как он позднее к теории ассерторических силлогизмов добавил

теорию модальных силлогизмов[1]. Это было, конечно, расширением логики, но, по-видимому, не в надлежащем направлении. Логика стоиков — изобретателей античной формы пропозиционального исчисления — имела гораздо более важное значение, чем все силлогизмы Аристотеля. В настоящее время мы понимаем, что теория дедукции и теория кванторов являются наиболее фундаментальными отраслями логики.

Аристотель не ответствен за то, что в течение многих столетий его силлогистика, или, точнее говоря, искаженная форма его силлогистики, была единственной логикой, известной философам. Он не несет ответственности и за то влияние его логики на философию, которое, как мне кажется, было губительным. В основе этого отрицательного влияния лежит, по моему мнению, предрассудок, что каждое предложение имеет субъект и предикат, наподобие посылок аристотелевской логики. Этот предрассудок вместе с критерием истины, известным как adaequatio rei et intellectus[2], явился основой некоторых знаменитых, однако совершенно фантастических философских спекуляций. Кант разделил все предложения (он называет их «суждениями») на аналитические и синтетические, согласно отношению предиката предложения к его субъекту. Его «Критика чистого разума» главным образом содержит попытку объяснить проблему: как возможны истинные синтетические предложения a priopi. Между тем уже некоторые перипатетики, например Александр[3], по-видимому, знали о том, что существует большой класс предложений, не имеющих ни субъекта, ни предиката, — таковы импликации, дизъюнкции, конъюнкции и т. д. Все они могут

---

[1] Я подчеркиваю, что теория модальных силлогизмов, изложенная Аристотелем в главах восьмой и двадцать второй книги первой «Первой аналитики», была присоединена позднее, поскольку глава двадцать третья, очевидно, является непосредственным продолжением главы седьмой.

[2] Соответствие понятия вещи. — *Перев.*

[3] В связи с тем определением, какое Аристотель дает «посылке», Александр пишет (11, 17): «Это термины не всякой посылки, а только простой и так называемой категорической. Ее особенностью является то, что нечто содержится в чем-то или во всем, или в части, или в чем-то неопределенном. При гипотетическом предложении нельзя утверждать, что в нем нечто содержится в чем-то, но его содержание состоит в том, что следование одного предложения из другого или борьба их бывает или истинным, или ложным».

быть названы функториальными предложениями, поскольку во всех них встречается пропозициональный функтор — «если... то», «или», «и». Эти функториальные предложения — неотъемлемая принадлежность любой научной теории, и к ним неприменимы ни кантовское различение аналитических и синтетических суждений, ни обычный критерий истинности, так как предложения без субъекта и предиката нельзя непосредственно сравнивать с фактами. Проблема Канта теряет свою значительность и должна быть заменена гораздо более важной проблемой: каким образом возможны истинные функториальные предложения? Мне представляется, что именно здесь лежит исходный пункт как новой философии, так и новой логики.

ГЛАВА VI

АРИСТОТЕЛЕВСКАЯ МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА ПРЕДЛОЖЕНИЙ

§ 36. Введение

Существует две причины, почему аристотелевская модальная логика так мало известна. Первую можно отнести за счет самого автора: в противоположность ассерторической силлогистике, которая совершенно ясна и почти свободна от ошибок, аристотелевская модальная силлогистика почти непостижима вследствие содержащихся в ней многих дефектов и противоречий. Аристотель посвящает этому вопросу несколько интересных глав своего трактата «Об истолковании», однако система его модальной силлогистики изложена в книге первой (главы третья и восьмая — двадцать вторая) «Первой аналитики». Гольке[1] выдвинул гипотезу, что эти главы были, вероятно, включены позже, поскольку глава двадцать третья была, очевидно, непосредственным продолжением главы седьмой. Если он прав, то модальная силлогистика была последней работой Аристотеля по логике и должна рассматриваться в качестве первоначального наброска, еще окончательно не обработанного автором. Это объясняет как дефекты системы, так и поправки Теофраста и Евдема, сделанные, возможно, в свете указаний, данных самим Аристотелем.

Вторая причина заключается в том, что современные логики не были в состоянии построить общепринятую систему модальной логики, которая давала бы твердую основу для интерпретации и оценки исследования Аристотеля. Я попытался построить такую систему, отличную от ранее известных, и построил ее, исходя из ари-

---

[1] Paul Gohlke, Die Entstehung der Aristotelischen Logik. Berlin, 1936. S. 88—94.

стотелевских идей [1]. Настоящая монография по модальной логике Аристотеля написана с точки зрения именно этой системы.

Модальная логика терминов предполагает модальную логику предложений. Это не было достаточно ясно Аристотелю, чья модальная силлогистика является логикой терминов; тем не менее можно говорить и об аристотелевской модальной логике предложений, так как некоторых теорем Аристотеля вообще достаточно для того, чтобы охватить все виды предложений, а некоторые другие специально сформулированы им с пропозициональными переменными. Я начну с аристотелевской модальной логики предложений, которая с точки зрения логики и философии гораздо более существенна, чем его модальная силлогистика терминов.

§ 37. Модальные функции и их соотношения

Аристотелем используются четыре модальных термина: ἀναγκαῖον «необходимо», ἀδύνατον — «невозможно» δυνατόν — «возможно» и ἐδοχομενον — «случайно». Последний термин двусмыслен: в трактате «Об истолковании» он означает то же самое, что и δυνατόν; в «Первой аналитике» он имеет, кроме этого, более сложное значение, которое я буду рассматривать ниже.

Согласно Аристотелю, только предложения являются необходимыми, невозможными, возможными или случайными. Вместо того чтобы сказать: «Предложение «*p*» необходимо», где «*p*» есть наименование предложения *p*, — я буду употреблять выражение «Необходимо, что *p*», где *p* есть предложение. Так, например, вместо того, чтобы сказать: «Предложение «человек есть живое существо» — необходимо», — я скажу: «Необходимо, чтобы человек был живым существом». Подобным же образом я буду выражать и другие модальности. Выражения типа: «Необходимо, что *p*», обозначаемые здесь через *Lp*, или «Возможно, что *p*», обозначаемое через *Mp*, — я называю «модальными функциями»; *L* и *M*,

[1] Jan Lukasiewicz, A System of Modal Logic, «The Journal of Computing Systems», vol. I, St. Paul, 1953, p. 111—149. Резюме этой статьи появилось под тем же заголовком в «Proceedings of the XI-th International Congress of Philosophy», vol. XIV, Brussels, 1953, p. 82—87. Краткое изложение системы дано ниже, в параграфе 49.

которые соответствуют выражениям «необходимо, что» и «возможно, что», суть «модальные функторы», p — их «аргумент». Так как модальные функции являются предложениями, я говорю, что L и M представляют собой образующие предложение функторы от одного пропозиционального аргумента. Предложения, начинающиеся с L, или их эквиваленты называются «аподиктическими»; начинающиеся же с M, или их эквиваленты — «проблематическими». Немодальные предложения называются «ассерторическими». Эта современная терминология и символика помогут нам дать ясное изложение аристотелевской пропозициональной модальной логики.

Два модальных термина «необходимо» и «возможно» и их соотношения имеют в ней основное значение. В своем сочинении «Об истолковании» Аристотель ошибочно утверждал, что возможность подразумевает отсутствие необходимости, то есть в нашей терминологии:

(a) Если возможно, что p, то не необходимо, что p [1]. Однако позднее он увидел, что это не может быть правильно, потому что он допускает, что необходимость содержит в себе возможность, то есть:

(b) Если необходимо, что p, то возможно, что p, а из *(b)* и *(a)* при помощи гипотетического силлогизма следует, что:

(c) Если необходимо, что p, то не необходимо, что p, а это нелепо [2]. После дальнейшего изучения проблемы Аристотель правильно констатирует, что:

(d) Если возможно, что p, то не необходимо, что не p [3], однако он не исправляет своей прежней ошибки в тексте сочинения «Об истолковании». Эта поправка дана в «Первой аналитике», где отношение возможности к необходимости имеет форму эквивалентности:

---

[1] «Об истолковании», 13, 22a15. «Из положения «быть возможным» вытекает положение «быть допустимым», и одно противопоставляется другому, так что из положения «быть не невозможным» вытекает положение «быть не необходимым».

[2] Там же, 22b11. «Быть необходимым» значит «быть возможным»... 14. «Из положения «быть возможным» вытекает положение «быть не невозможным», а из последнего — «быть не необходимым». Но, таким образом, получается одновременно «быть необходимым» и «быть не необходимым», что нелепо.

[3] Там же, 22b22. «Таким образом, остается, что из положения «не быть не необходимым» вытекает положение «быть возможным».

(*e*) *Возможно, что p, если и только если не необходимо, что не p*[1].

Из этого я делаю вывод, что другое отношение — отношение необходимости к возможности, которое излагается в сочинении «Об истолковании» в виде импликации[2], также означает эквивалентность и может быть дано в форме:

(*f*) *Необходимо, что p, если и только если не возможно, что не p.*

Если мы обозначим функтор «если и только если» через *Q*[3], ставя этот знак перед его аргументами, и «не» — через *N*, то мы сможем символически выразить отношения (*e*) и (*f*) так:

1. *QMpNLNp*, то есть *Mp — если и только если — NLNp*,
2. *QLpNMNp*, то есть *Lp — если и только если — NMNp*.

Вышеприведенные формулы являются основными в любой системе модальной логики.

§ 38. Основная модальная логика

Два известных схоластических принципа модальной логики: Ab oportere ad esse valet consequentia и Ab esse ad posse valet consequentia[4] — были известны Аристотелю, однако явно им не были сформулированы. Первый принцип в нашей системе символики гласит (*C* — знак функтора «если — то»):

3. *CLpp*, то есть *Если необходимо, что p, то p.*

Второй читается:

4. *CpMp*, то есть *Если p, то возможно, что p.*

---

[1] «Первая аналитика», I, 13, 32a25 «⟨Выражения⟩» допустимо быть присущим» и «не невозможно быть присущим» или тождественны, или сопутствуют друг другу».

[2] «Об истолковании». 13, 22a20. «Из предложений «не возможно не быть» и «недопустимо не быть» вытекают предложения «необходимо быть» и «невозможно не быть».

[3] Обычно я обозначаю эквивалентность через *E*, но так как эта буква имеет уже другое значение в силлогистике, то я ввожу (стр. 163) для обозначения эквивалентности букву *Q*.

[4] Правильно заключать от должного к тому, что есть, и от того, что есть, к возможному. — *Прим. перев.*

Согласно отрывку из «Первой аналитики»[1], Аристотель знает, что из ассерторического отрицательного заключения «не *p*», то есть *Np*, вытекает проблематическое следствие «Возможно, что не *p*», то есть *MNp*. Мы имеем, следовательно, *CNpMNp*. Александр, комментируя этот отрывок, формулирует в качестве общего правила, что существование подразумевает возможность, то есть *CpMp*, но не наоборот, то есть *CMpp* должно быть отброшено[2]. Если обозначим отбрасываемые выражения звездочкой, то получим формулу[3]:

*5. *CMpp*, то есть *Если возможно, что p, тогда p* — отбрасывается.

Соответствующие формулы для необходимости также излагаются Александром, который говорит, что необходимость подразумевает существование, то есть *CLpp*, а не наоборот, то есть *CpLp* должно быть отброшено[4]. Мы получаем, таким образом, другое отбрасываемое выражение:

*6. *CpLp*, то есть *Если p, то необходимо, что p* — отбрасывается.

Формулы 1—6 допускаются традиционной логикой и, насколько мне известно, всеми современными логиками. Однако они недостаточно характеризуют *Mp* и *Lp* как модальные функции, потому что все вышеуказанные формулы выполняются, если мы интерпретируем *Mp* как всегда истинное высказывание, то есть как *«p-истина»* («verum of *p*»), а *Lp* — как всегда ложное, то есть как *«p-ложь»* («falsum of *p*»). В этой интерпретации система, построенная на формулах 1—6, перестает быть модальной логикой. Мы не можем, следовательно, принять *Mp*, то есть допустить, что все проблематические

---

[1] «Первая аналитика», I. 16, 36a15. «Очевидно, однако, что здесь получится заключение и о том, что, *возможно* не присуще, поскольку выводится заключение о том, что не присуще». Здесь ἐνδεχέσθαι обозначает «возможно», а не «случайно».

[2] Александр, 209, 2. «Из присущего вытекает в качестве истинного и возможное, но из возможного не всегда вытекает присущее».

[3] Принимаемые выражения на протяжении глав VI—VIII отмечаются арабскими цифрами без звездочек.

[4] Александр, 152, 32. «Из необходимого вытекает присущее, но из присущего уже не вытекает необходимое».

предложения истинны, или же принять *NLp*, то есть допускать, что все аподиктические предложения ложны; оба выражения должны быть отброшены, поскольку любое выражение, которое не может быть принято, должно быть отброшено. Мы получаем, таким образом, две дополнительные отбрасываемые формулы:

*7. *Mp*, то есть *Возможно, что p*—отбрасывается, и
*8. *NLp*, то есть *Не необходимо, что p*—отбрасывается.

Обе формулы могут быть названы аристотелевскими, так как они представляют собой следствия из допускаемого Аристотелем предположения, согласно которому существуют принимаемые аподиктические предложения. Так, если принимается *Lα*, то *LNNα* также должно быть принято, а из принципа Дунса Скота *CpCNpq* мы получаем с помощью подстановки и отделения принимаемые формулы *CNLαp* и *CNLNNαp*. Так как *p* отбрасывается, то *NLα* и *NLNNα* также отбрасываются, а следовательно, *NLp и NLNp*, то есть *Mp*, должны быть отброшены.

Я называю систему «основной модальной логикой», если только она удовлетворяет формулам 1—8. Я показал, что основная модальная логика может быть аксиоматизирована на базе классического исчисления предложений [1]. Из двух модальных функторов, *M* и *L*, один может быть взят как первичный термин, а другой может быть определен. Взяв *M* в качестве первичного термина и формулу 2 в качестве определения *L*, мы получаем следующий независимый ряд аксиом основной модальной логики:

4. *CpMp* *5. *CMpp* *7. *Mp* 9. *QMpMNNp*,

где формула 9 дедуктивно эквивалентна формуле 1 на основании определения 2 и исчисления предложений. Взяв *L* в качестве первичного термина и формулу 1 в качестве определения *M*, мы получаем соответствующий ряд аксиом:

3. *CLpp* *6. *CpLp* *8. *NLp* 10. *QLpLNNp*,

где формула 10 дедуктивно эквивалентна формуле 2 на основании определения 1 и исчисления предложений.

[1] См. стр. 114—117 моей статьи по модальной логике.

Выводимые формулы 9 и 10 обязательны в качестве аксиом.

Основная модальная логика является фундаментом любой системы модальной логики и всегда должна включаться в любую такую систему. Формулы 1—8 согласуются с интуициями Аристотеля и лежат у истоков наших понятий необходимости и возможности; однако они не исчерпывают всего запаса допустимых модальных законов. Например, мы полагаем, что если возможна конъюнкция, то должен быть возможен и каждый ее сомножитель, то есть в символах:

11. *CMKpqMp* и 12. *CMKpqMq*,

а если конъюнкция необходима, то каждый ее сомножитель должен быть необходим, то есть в символах:

13. *CLKpqLp* и 14. *CLKpqLq*.

Ни одна из этих формул не может быть выведена из законов 1—8. Основная модальная логика является неполной модальной системой и нуждается в добавлении к ней некоторых новых аксиом. Давайте посмотрим, как она была дополнена самим Аристотелем.

§ 39. Законы экстенсиональности

Наиболее важная и, как мне представляется, наиболее удачная попытка Аристотеля выйти за пределы основной модальной логики заключается в допущении им определенных принципов, которые могут быть названы «законами экстенсиональности для модальных функторов». Эти принципы можно найти в главе пятнадцатой книги первой «Первой аналитики»; они сформулированы в трех местах. Вначале мы читаем:

«Прежде всего мы должны сказать, что если β необходимо должно быть, когда есть α, то необходимо, чтобы β было возможно, когда возможно α» [1].

Несколькими строками дальше Аристотель говорит, имея в виду свои силлогизмы:

«...если предположить, что обе посылки суть α, а заключение есть β, то ⟨отсюда вытекает⟩, что не только

---

[1] «Первая аналитика», I, 15, 34a5.

если α необходимо, необходимо и β, но и также, что если возможно $\langle\alpha\rangle$, то возможно и $\langle\beta\rangle$»[1].

И в конце параграфа он опять повторяет:

«...было уже доказано, что так как когда есть α, есть и β, то когда возможно α, возможно и β»[2].

Проанализируем сначала эти модальные законы, начав со второго отрывка, относящегося к силлогизмам.

Все аристотелевские силлогизмы представляют собой импликации формы $C\alpha\beta$, где α — это конъюнкция двух посылок, а β — заключение. Возьмем, например, модус Barbara:

15. $\underbrace{CKAbaAcb}_{\alpha}\ \underbrace{Aca}_{\beta}$.

Согласно второму отрывку, мы получаем две модальные теоремы в форме импликаций, имеющих $C\alpha\beta$ в качестве антецедента и $CL\alpha L\beta$ или $CM\alpha M\beta$ в качестве консеквента, в символах:

16. $CC\alpha\beta CL\alpha L\beta$ и 17. $CC\alpha\beta CM\alpha M\beta$.

Буквы α и β символизируют здесь посылки и заключение аристотелевского силлогизма. Так как в конце отрывка нет ссылки на силлогизмы, то мы можем трактовать эти теоремы как особые случаи общих принципов, которые мы получаем, замещая греческие буквы пропозициональными переменными:

18. $CCpqCLpLq$ и 19. $CCpqCMpMq$.

Обе формулы могут быть названы «законами экстенсиональности» в широком смысле: первая — для L, вторая — для M. Слова «в широком смысле» требуют пояснения.

Общий закон экстенсиональности, взятый sensu stricto[3], является формулой классического исчисления предложений, расширенного за счет введения переменных функторов, и имеет форму:

20. $CQpqC\delta p\delta q$.

Грубо говоря, это означает: Если p эквивалентно q, в таком случае если δ есть функция от p, то δ выполняется

---

[1] «Первая аналитика», I, 15 34a22.

[2] Там же, 34a29.

[3] В строгом смысле. — *Прим. перев.*

и для q, где δ — любой образующий предложение функтор от одного пропозиционального аргумента, например N. Соответственно строгие законы экстенсиональности для L и M будут иметь форму:

21. $CQpqCLpLq$ и 22. $CQpqCMpMq$.

Эти две формулы имеют более сильные антецеденты, чем формулы 18 и 19, и легко выводимы из них (21 — из 18, а 22 — из 19) посредством положения $CQpqCpq$ и принципа гипотетического силлогизма. Однако на базе исчисления предложений и основной модальной логики может быть доказано и обратное: формула 18 выводима из 21, а 19 — из 22. Я даю здесь полный вывод L-формулы:

Посылки:

23. $CCQpqrCpCCpqr$
24. $CCpqCCqrCpr$
25. $CCpCqCprCqCpr$
3. $CLpp$.

Вывод:

23. $r/CLpLq \times C21 - 26$
26. $CpCCpqCLpLq$
24. $p/Lp,\ q/p,\ r/CCpqCLpLq \times C3 - C26 - 27$
27. $CLpCCpqCLpLq$
25. $p/Lp,\ q/Cpq,\ r/Lq \times C27 - 18$
18. $CCpqCLpLq$

Подобным же образом формула 19 выводима из 22 посредством посылок $CCQpqrCNqCCpqr$, $CCpqCCqrCpr$ $CCNpCqCrpCqCrp$ и транспозиции $CNMpNp$ модального положения $CpMp$.

Из вышеизложенного мы видим, что если даны исчисление предложений и основная модальная логика, то формула 18 дедуктивно эквивалентна строгому закону экстенсиональности 21, а формула 19 — строгому закону экстенсиональности 22. Мы вправе поэтому назвать эти формулы «законами экстенсиональности в широком смысле». Конечно, логичнее не делать различия между тем, завершаем ли мы L-систему основной модальной логики посредством добавления $CCpqCLpLq$ или же добавления $CQpqCLpLq$; то же самое имеет силу для аль-

тернативных добавлений к *M*-системе *CCpqCMpMq* или же *CQpqCMpMq*. Интуитивно, однако, различие велико. Формулы 18 и 19 не столь очевидны, как формулы 21 и 22. Если *p* имплицирует *q*, но не эквивалентно ему, то не всегда верно, что если δ выполняется для *p*, то δ выполняется и для *q*; например, *CNpNq* не следует из *Cpq*. Однако если *p* эквивалентно *q*, то всегда, если δ выполняется для *p*, оно выполняется и для *q*, то есть если *p* истинно, то и *q* истинно, а если *p* ложно, то и *q* ложно; аналогично, если *p* необходимо, то и *q* необходимо, а если *p* возможно, то и *q* возможно. Это, кажется, должно быть совершенно очевидным, если модальные функции не рассматриваются как интенсиональные функции, то есть как функции, чьи значения истинности *не* зависят исключительно от значений истинности их аргументов. Но что́ должны означать в этом случае необходимость и возможность, — для меня до сих пор тайна.

§ 40. Аристотелевское доказательство *M*-закона экстенсиональности

В вышеприведенном последнем отрывке Аристотель говорит, что он доказал закон экстенсиональности для возможности. По существу, он аргументирует так: Пусть α возможно, а β невозможно; тогда, когда α, как возможное, произошло бы, а β, поскольку оно невозможное, не произошло бы, и, следовательно, α может произойти без β, однако это противно посылке, что если есть α, то есть и β[1]. Трудно придать этому аргументу логическую форму, так как термин «происходить» имеет скорее онтологическое, чем логическое значение. Однако комментарий, данный к этому аргументу Александром, заслуживает тщательного рассмотрения.

Аристотель определяет случайное как то, что не является необходимым и предполагаемое существование чего не заключает в себе ничего невозможного[2].

---

[1] «Первая аналитика», I, 15, 34a8. «Если же возможное, поскольку оно возможно, произошло бы, а невозможное, поскольку оно невозможно, не произошло бы и если в то же самое время α возможно, а β невозможно, то α может произойти без β, а раз произойти, то и быть...»

[2] См. ниже, стр. 218.

Александр усваивает это аристотелевское определение случайности применительно к возможности, опуская слова «что не необходимо». Он говорит: «что β, которое невозможно, не может следовать из α, которое возможно, может также быть доказано из самого определения возможности... возможно то, предполагаемое существование чего не заключает в себе ничего невозможного»[1]. Слова «невозможно» и «ничего» требуют здесь осторожной интерпретации. Мы не можем интерпретировать «невозможное» как «то, что не возможно», потому, что таковое определение будет с кругом; мы должны или взять «невозможное» в качестве основного термина, или, взяв «необходимое» в качестве основного, определить «невозможное» как «то, что не возможно», потому, что не *p*». Я предпочитаю второй путь и буду обсуждать новое определение на базе *L*-основной модальной логики. Слово «ничего» должно быть представлено с помощью квантора общности, так как в противном случае определение не будет правильным. Мы получаем, таким образом, эквивалентность:

28. *QMpΠqCCpqNLNq*.

В словесном выражении это означает: «Возможно, что *p* — если и только если — для всякого *q*, если (если *p*, то *q*), то не необходимо, что не *q*». Эта эквивалентность должна быть добавлена к *L*-основной модальной логике как определение *Mp* вместо эквивалентности 1, которая должна быть теперь доказана в качестве теоремы.

Эквивалентность 28 состоит из двух импликаций:

29. *CMpΠqCCpqNLNq* и 30. *CΠqCCpqNLNqMp*.

Из 29 мы получаем посредством теоремы *CΠqCCpqNLNqCCpqNLNq* и гипотетического силлогизма следствие:

31. *CMpCCpqNLNq*;

а из 31 с помощью подстановки *q/p*, *Cpp*, коммутации и отделения легко вывести импликацию *CMpNLNp*. Обратная импликация *CNLNpMp*, которая, будучи объединена с исходной импликацией, дает эквивалентность 1, не может быть доказана иначе, чем посредством закона экстенсиональности для *L*: *CCpqCLpLq*. Так как

[1] Александр, 177, 11.

это доказательство довольно сложное, даем его полностью.

Посылки:

18. $CCpqCLpLq$
24. $CCpqCCqrCpr$
30. $C\Pi qCCpqNLNqMp$
32. $CCpqCNqNp$
33. $CCpCqrCqCpr$

Вывод:

18. $p/Nq,\ q/Np \times 34$
34. $CCNqNpCLNqLNp$
24. $p/Cpq, q/CNqNp, r/CLNqLNp \times C32—C34—35$
35. $CCpqCLNqLNp$
32. $p/LNq,\ q/LNp \times 36$
36. $CCLNqLNpCNLNpNLNq$
24. $p/Cpq,\ q/CLNqLNp,\ r/CNLNpNLNq \times C35— — C36 — 37$
37. $CCpqCNLNpNLNq$
33. $p/Cpq,\ q/NLNp,\ r/NLNq \times C37 — 38$
38. $CNLNpCCpqNLNq$
38. $\Pi 29 \times 39$
3*. $CNLNp\Pi qCCpqNLNq$
24. $p/NLNp,\ q/\Pi qCCpqNLNq,\ r/Mp \times C39 — — C30—40$
40. $CNLNpMp$

Теперь мы можем доказать и закон экстенсиональности для M, что было целью рассуждения Александра. Этот закон легко получается из эквивалентности 1 и положения 37. Мы видим, кроме того, что доказательство посредством определения с кванторами без необходимости усложнено. Оно достаточно, чтобы сохранить определение 1 и добавить к L-системе L-закон экстенсиональности, для того чтобы получить M-закон экстенсиональности. Таким же путем мы можем получить L-закон экстенсиональности, если мы добавим M-закон экстенсиональности к M-системе и определению 2. L-система дедуктивно эквивалентна M-системе как с законами экстенсиональности, так и без них.

Конечно, в высшей степени невероятно, чтобы античный логик мог придумать такое точное доказательство, как данное выше. Однако сам факт, что доказательство

правильно, проливает яркий свет на аристотелевские идеи относительно возможности. Я полагаю, что он интуитивно чувствовал то, что может быть кратко выражено следующим образом: что возможно сегодня — скажем, морское сражение, — может осуществиться или стать действительным завтра; но то, что невозможно, никогда не может стать действительным. Эта идея, по-видимому, лежит в основе доказательств Аристотеля и Александра.

§ 41. Необходимые связи между предложениями

L-закон экстенсиональности был сформулирован Аристотелем только один раз, вместе с *M*-законом, в том месте, где он обращается к силлогизмам [1].

Согласно Аристотелю, между посылками α правильного силлогизма и его заключением β существует необходимая связь. Нам представляется поэтому, что законы экстенсиональности, сформулированные выше в форме

16. $CC\alpha\beta CL\alpha L\beta$ и 17. $CC\alpha\beta CM\alpha M\beta$,

должны быть выражены с необходимыми антецедентами:

41. $CLC\alpha\beta CL\alpha L\beta$ и 42. $CLC\alpha\beta CM\alpha M\beta$,

а соответствующие общие законы экстенсиональности должны читаться:

43. $CLCpqCLpLq$ и 44. $CLCpqCMpMq$.

Это подтверждается для *M*-закона первым вышеприведенным отрывком, где мы читаем: «...если β необходимо должно быть, когда есть α, то необходимо, чтобы β было возможно, когда возможно α».

Формулы 43 и 44 слабее, чем соответствующие формулы с ассерторическими антецедентами (18 и 19), и могут быть из них получены с помощью аксиомы $CLpp$ и гипотетического силлогизма 24. Невозможно, однако, обратное: вывести более сильные формулы из более слабых. Проблема состоит в том, можем ли мы отбросить более сильные формулы 18 и 19 и заменить их более слабыми формулами 43 и 44. Решить эту про-

---

[1] См. стр. 199.

блему мы должны, для того чтобы выяснить аристотелевское понимание необходимости.

Аристотель допускает, что некоторые необходимые, то есть аподиктические, предложения истинны и должны быть приняты. В «Аналитиках» можно найти трактовку двоякого рода принимаемого аподиктического предложения: к одному роду принадлежат необходимые связи предложений, к другому — необходимые связи терминов. В качестве примера первого рода может быть взят любой правильный силлогизм, например модус Barbara:

(g) Если всякое b есть a и всякое c есть b, то необходимо, чтобы всякое c было a.

Здесь слово «необходимо» не означает, что заключение есть аподиктическое предложение, но обозначает необходимую связь между посылками силлогизма и его ассерторическим заключением. Это и есть так называемая «силлогистическая необходимость». Аристотель очень хорошо видит различие, существующее между силлогистической необходимостью и аподиктическим заключением, когда говорит, рассматривая силлогизм с ассерторическим заключением, что его заключение — это не «просто» (ἁπλῶς) необходимость, то есть необходимость сама по себе, но «условная» необходимость, то есть по отношению к его посылкам (τούτων ὄντων)[1]. Имеются места, где Аристотель указывает в заключение два признака необходимости, говоря, например, что из посылок «пусть *a* будет необходимо присуще всякому *b*, а *b* ⟨присуще⟩ некоторому *c*... с необходимостью следует, что *a* необходимо присуще всякому *b*»[2]. Первое слово «необходимо» здесь относится к силлогистической связи, второе — обозначает, что заключение есть аподиктическое предложение.

Попутно должна быть отмечена курьезная ошибка Аристотеля: он говорит, что ничего не следует с необходимостью из одной посылки, но лишь по крайней мере из двух, как в силлогизме[3].

---

[1] «Первая аналитика», I, 10, 30b32. «...заключение здесь выражает необходимость не безусловно, но только при указанных условиях».

[2] Там же, 9, 30a37.

[3] Там же, 15, 34a17. «...из того, что нечто одно есть, ничего необходимо не вытекает, но должны по меньшей мере быть два, как, например: когда ⟨две⟩ посылки находятся в таком отношении, как было указано для силлогизма».

Во «Второй аналитике» он утверждает, что это уже было установлено [1], но нигде даже и не пытается доказать это. В то же время сам Аристотель констатирует: «Ибо если *a* присуще некоторому *b*, то и *b* необходимо будет присуще некоторому *a*», выводя, таким образом, необходимое заключение только из одной посылки [2].

Я показал, что силлогистическая необходимость может быть сведена к кванторам общности [3]. Когда мы говорим, что в правильном силлогизме заключение необходимо следует из посылок, то этим мы хотим сказать, что силлогизм правилен при любом содержании, то есть для всех значений входящих в него переменных. Это объяснение, как я ниже обосновываю, подтверждается Александром, который утверждает, что «силлогистические сочетания — это те, из которых нечто необходимо следует; таковыми являются те, из которых одно и то же следует при всякой материи» [4]. Силлогистическая необходимость, сводимая к квантору общности, может быть элиминирована из законов силлогистики, что и будет явствовать из последующего рассмотрения.

Силлогизм (*g*), правильно переведенный на «язык» символов, будет иметь форму:

(*h*) *LCKAbaAcbAca*,

которая в словесном выражении означает:

(*i*) *Необходимо, что (если каждое b есть a и каждое c есть b, то каждое c должно быть a).*

Знак необходимости перед силлогизмом показывает, что необходимо не заключение, а сама связь между посылками и заключением. Аристотель принял бы (*h*). Формула же

(*j*) *CKAbaAcbLAca*,

которая буквально соответствует словесному выражению (*g*), ошибочна. Аристотель отбросил бы ее, как он

---

[1] «Первая аналитика», I, 3, 73a7. «...когда берется только что-нибудь одно, то доказано, что в таком случае никогда не бывает необходимым, чтобы было что-нибудь другое. Я говорю ⟨о том случае⟩, когда берется или один термин, или одно положение, а что-нибудь вывести, если только ⟨вообще⟩ возможно выводить заключение, можно по меньшей мере из двух первичных положений».

[2] Там же, I, 2, 25a20.

[3] См. параграф 5.

[4] Александр, 208, 16.

отбрасывает формулу с более сильными посылками, а именно:

(*k*) *CKAbaLAcbLAca*,

то есть *«Если каждое b есть a и необходимо, что каждое c должно быть b, то необходимо, что каждое c должно быть a»* [1].

С помощью сведе́ния необходимости к кванторам общности формула (*h*) может быть преобразована в выражение

(*l*) *ΠaΠbΠcCKAbaAcbAca*,

то есть «Для всякого *a*, для всякого *b*, для всякого *c* (если каждое *b* есть *a* и каждое *c* есть *b*, то каждое *c* есть *a*)». Это последнее выражение эквивалентно модусу Barbara без кванторов:

(*m*) *CKAbaAcbAca*,

поскольку квантор общности может быть опущен, когда он стоит в начале принимаемой формулы.

Формулы (*h*) и (*m*) не эквивалентны. Очевидно, что (*m*) может быть выведена из (*h*) с помощью принципа *CLpp*, но обратный вывод невозможен без сведе́ния необходимости к кванторам общности. Этого, однако, вообще нельзя сделать, если вышеприведенные формулы применяются к конкретным терминам. Подставим, например, в (*h*) «птица» на место *b*, «ворона» — на место *a* и «живое существо» — на место *c*; мы получаем аподиктическое предложение:

(*n*) *Необходимо, что (если каждая птица — ворона и каждое живое существо — птица, то каждое живое существо должно быть вороной.*

Из (*n*) получается силлогизм (*o*):

(*o*) *Если каждая птица есть ворона и каждое живое существо есть птица, то каждое живое существо есть ворона.*

Но из (*o*) мы не можем получить (*n*), преобразуя необходимость в кванторы, так как (*n*) не содержит переменных, которые можно было бы связывать квантором.

И здесь мы встречаемся с первой трудностью. Легко

---

[1] «Первая аналитика», 1, 9, 30a23. «Если же ⟨посылка⟩ *AB* не выражает необходимости, а *BC* выражает необходимость, то не будет заключения о необходимо ⟨присущем⟩.

понять значение необходимости, когда функтор L стоит впереди принимаемого предложения, содержащего свободные переменные. В этом случае мы имеем общий закон и можем сказать: этот закон мы рассматриваем как необходимость, поскольку он верен для всех объектов определенного рода и не допускает исключения. Но как мы должны интерпретировать необходимость, когда мы имеем необходимое предложение без свободных переменных и, в частности, когда это предложение есть импликация, состоящая из ложного антецедента и ложного консеквента, как в нашем примере *(n)*? Я вижу только один резонный ответ: мы могли бы сказать, что если кто-либо допускает посылки такого силлогизма, то он необходимо вынужден принять и его заключение. Но это скорее относилось бы к области психологической необходимости, которая совершенно чужда логике. Кроме того, крайне сомнительно, чтобы кто-либо пожелал принять очевидно ложные предложения за истинные. Я не знаю лучшего средства устранить эту трудность, чем опустить функтор L всюду, где он стоит в начале принимаемой импликации. Эта процедура уже допускалась Аристотелем, который иногда опускал знак необходимости в правильных силлогистических модусах[1].

§ 42. «Материальная» или «строгая» импликация?

Согласно Филону из Мегары, импликация «Если p, то q», то есть Cpq, истинна если и только если она не начинается с истинного антецедента, и кончается ложным консеквентом[2]. Это и есть так называемая «материальная» импликация, ныне общепринятая в классическом исчислении предложений. «Строгая» импликация: «Необходимо, что если p, то q», то есть $LCpq$, является необходимой материальной импликацией и была введена в символическую логику Льюисом (C. I. Lewis). Посредством этой терминологии обсуждаемая нами проблема может быть поставлена следующим образом: должны ли мы интерпретировать антецендент аристотелевских законов экстенсиональности как материальную или же как строгую импликацию? Иными словами,

---

[1] См. стр. 46, прим. 2.
[2] См. стр. 134, прим.

должны ли мы допустить более сильные формулы 18 и 19 (я называю это «сильной интерпретацией») или же мы должны отвергнуть их, приняв более слабые формулы 43 и 44 (слабая интерпретация)?

Аристотель, конечно, не осознавал различия между этими двумя интерпретациями и их важности для модальной логики. Он не мог знать определения материальной импликации, данного Филоном. Но комментатор Аристотеля, Александр, был очень хорошо знаком с логикой стоическо-мегарской школы и с горячими спорами о смысле импликации между последователями этой школы. Обратимся к комментариям Александра, касающимся нашей проблемы.

Комментируя аристотелевский отрывок «...если β необходимо должно быть, когда есть α, то необходимо, чтобы β было возможно, когда возможно α», Александр подчеркивает необходимый характер посылки «...β необходимо должно быть, когда есть α». Представляется, следовательно, что он принимает более слабую интерпретацию $CLC\alpha\beta CM\alpha M\beta$ и более слабый M-закон экстенсиональности $CLCpqCMpMq$. Но то, что он подразумевает под необходимой импликацией, отличается от строгой импликации в смысле Льюиса. Он говорит, что в необходимой импликации консеквент должен всегда, то есть в любой момент, следовать из антецедента, так что предложение «Если Александр существует, то ему столько-то лет» не является истинной импликацией, даже если Александру в действительности столько-то лет в тот момент, когда произносится это предложение [1]. Мы можем сказать, что это предложение не точно выражено и нуждается в дополнительной временно́й квалификации, для того чтобы быть всегда истинным. Истинная материальная импликация, конечно, должна быть всегда истинной, и если она содержит переменные, то должна быть истинной для всех

---

[1] Александр, 176, 2. «Необходимое следование — это такое, которое носит не временно́й характер, но в котором выражение «данная посылка следует» обозначает всегда то же самое, что и выражение «данная посылка есть консеквент». Так, если мы скажем «если Александр существует, то говорится об Александре», или «если Александр существует, то ему столько-то лет», это не будет истинной импликацией, если даже в тот момент, когда мы высказываем это предложение, ему столько-то лет».

значений переменных. Комментарий Александра несовместим со строгой интерпретацией, он не проливает света на нашу проблему.

Проблема несколько более прояснится, если в доказательстве Александром *M*-закона экстенсиональности, изложенном в параграфе 40, мы заменим материальную импликацию *Cpq* строгой импликацией *LCpq*. Преобразуя таким образом формулу

31. *CMpCCpqNLNq*,

мы получаем:

45. *CMpCLCpqNLNq*.

Из формулы 31 мы можем легко вывести *CMpNLNp* посредством подстановки *q*/*p*, получая *CMpCCppNLNp*, из которого наше предложение следует с помощью коммутации и отделения, так как *Cpp* — принятая импликация. Та же самая процедура, однако, не может быть применена к формуле 45. Мы получаем *CMpCLCppNLNp*; но если хотим отделить *CMpNLNp*, мы должны принять аподиктическую импликацию *LCpp*. И здесь мы сталкиваемся с той же трудностью, что и описанная в предшествующем параграфе. Каково значение выражения *LCpp*? Это выражение может быть интерпретировано как общий закон, касающийся всех предложений, если мы преобразуем его в *ПрCpp*; однако такое преобразование становится невозможным, если мы применим *LCpp* к конкретным терминам, например к предложению «дважды два пять». Ассерторическая импликация: «Если дважды два пять, то дважды два пять» понятна и истинна, будучи следствием закона тождества *Cpp*; но каково значение аподиктической импликации: «Необходимо, что если дважды два пять, тогда дважды два должно быть пять»? Это странное выражение не является общим законом, касающимся всех чисел, оно может быть, самое большее, следствием некоторого аподиктического закона; однако неверно, что следствие аподиктического предложения также должно быть аподиктическим. *Cpp* является следствием *LCpp*, согласно *CLCppCpp*, подстановке *CLpp*, но не аподиктическим.

Из вышеизложенного следует, что, конечно, проще интерпретировать доказательство Александра, истолковывая слово συμβαίνει в его тексте скорее в смысле

материальной, чем строгой, импликации. Тем не менее наша проблема все еще определенно не решена. Давайте поэтому обратимся к другому роду принимаемого аподиктического предложения, который допускается Аристотелем, то есть к необходимым связям терминов.

§ 43. Аналитические предложения

Аристотель приводит предложение: «Человек необходимо есть живое существо»[1]. Он констатирует здесь необходимую связь между субъектом «человек» и предикатом «живое существо», то есть необходимую связь между терминами. Он, по-видимому, считает само собою разумеющимся, что предложение «Человек есть живое существо» или, лучше, «Каждый человек есть живое существо» должно быть аподиктическим предложением, потому что оно определяет «человека» как «живое существо», так что предикат «живое существо» содержится в субъекте «человек». Предложения, в которых предикат содержится в субъекте, называются «аналитическими». Мы будем, вероятно, правы, предполагая, что Аристотель рассматривал все основанные на определениях аналитические предложения как аподиктические, поскольку он говорит во «Второй аналитике», что существенные предикаты принадлежат вещам по необходимости[2], а эти предикаты следуют из определений.

Наиболее яркие примеры аналитических предложений — это те, в которых субъект тождествен предикату. Если необходимо, что всякий человек должен быть животным, то, a fortiori, необходимо, что всякий человек должен быть человеком. Закон тождества «Каждое *a* есть *a*» является аналитическим предложением, а следовательно, также и необходимым. Мы получаем, таким образом, формулу:

(*p*) *LAaa,* то есть *Необходимо, что каждое a должно быть a.*

Аристотель не формулирует закона тождества *Aaa* в качестве принципа своей ассерторической силлогистики;

---

[1] «Первая аналитика», I, 9, 30a30.

[2] «Вторая аналитика», I, 6, 74b6. «...то, что само по себе присуще предметам, является необходимым».

имеется только одно место, найденное Томасом (Ivo Thomas), где он использует этот закон в доказательстве [1]. Мы не можем поэтому считать, что он знал модальное положение *LAaa*.

Аристотелевский закон тождества *Aaa*, где *A* означает «каждое — есть» и *a* есть переменный общий термин, отличен от принципа тождества *Jxx*, где *J* означает «тождественно *c*» и *x* есть переменный индивидуальный термин. Последний принцип принадлежит к теории тождества, которая может быть основана на следующих аксиомах:

(*q*) *Jxx*, то есть *x тождественно x*,

(*r*) *CJxyCφxφy*, то есть *Если x тождественно y, то если x удовлетворяет φ, то и y удовлетворяет φ*,

где φ является переменным, образующим предложение фунтором от одного индивидуального аргумента. Теперь, если все аналитические предложения необходимы, а таким является (*q*), то мы и получаем аподиктический принцип:

(*s*) *LJxx*, то есть *Необходимо, что x должно быть тождественно x*.

Куайном (W. V. Quine) было обнаружено, что принцип (*s*), если он принят, ведет к неудобным следствиям [2]. Ибо если *LJxx* принято, мы можем вывести (*t*) из (*r*) посредством подстановки *φ/LJx' — LJx* работает здесь подобно образующему предложение функтору от одного аргумента:

(*t*) *CJxyCLJxxLJxy*

и в силу коммутации

(*u*) *CLJxxCJxyLJxy*,

откуда следует предложение:

(*v*) *CJxyLJxy*.

Это означает, что любые два индивидуума необходимо тождественны, если они вообще тождественны.

---

[1] Ivo Thomas O. P., Farrago Logica, «Dominican Studies», vol. IV, 1951, p. 71. Это следующее место («Первая аналитика», II, 22, 68a19): «...*B* высказывается и о самом себе...»

[2] W. V. Quine, Three Grades of Modal Involvement. «Proceedings of the XI-th International Congress of Philosophy», vol. XIV, Brussels, 1953. Я один ответствен за нижеследующую аргументацию.

Отношение равенства обычно трактуется математиками как тождество и основывается на тех же аксиомах: (q) и (r). Мы можем поэтому интерпретировать J как равенство, x и y — как индивидуальные числа и сказать, что равенство имеет место в качестве необходимого, если оно вообще имеется.

Формула (v) очевидно ложна. Куайн приводит пример, показывающий ее ложность. Пусть x обозначает число планет, а y — число 9. Фактически верно, что число (больших) планет равно 9, однако вовсе не необходимо, чтобы оно равнялось 9. Куайн пытается преодолеть эту трудность, возражая против подстановки на место переменных таких единичных терминов. Однако, с моей точки зрения, его возражения неосновательны.

Имеется и другое неудобное следствие формулы (v), не упомянутое Куайном. Мы получаем из (v) с помощью определения L и закона транспозиции следствие:

(w) $CMNJxyNJxy.$

Это означает: «Если возможно, что x не равно y, то x (действительно) не равно y». Ложность этого следствия можно усмотреть в следующем примере: предположим, что при бросании кости выпало число x. Возможно, что число y, выпавшее при следующем бросании кости, будет отлично от x. Но если возможно, что x будет отлично от y, то есть не равно y, то, согласно (w), x будет действительно отлично от y. Это заключение очевидно ложно, так как возможно выпадение одного и того же числа дважды.

С моей точки зрения, существует только один путь решения вышеупомянутых трудностей: мы не должны допускать, чтобы формула $LJxx$ была принята, то есть чтобы принцип тождества Jxx считался необходимым. Так как Jxx есть типичное аналитическое предложение и так как нет основания трактовать этот принцип отлично от других аналитических предложений, то мы вынуждены принять, что ни одно аналитическое предложение не является необходимым.

Прежде чем рассматривать дальше этот важный вопрос, закончим сначала наше исследование аристотелевских понятий модальности.

§ 44. Аристотелевский парадокс

Принцип необходимости, установленный Аристотелем, в высшей степени дискуссионный. Он говорит в своем сочинении «Об истолковании», что «сущему, поскольку оно существует, необходимо существовать, точно так же и не сущему, поскольку оно не существует, необходимо не быть». Это не означает, добавляет он, ни того, что все существующее необходимо, ни того, что все несуществующее невозможно: поскольку не одно и то же сказать, что нечто существующее необходимо, когда оно существует, и сказать, что оно просто необходимо [1]. Надо заметить, что в этом отрывке временно́й союз «когда» (ὅταν) употребляется вместо условного союза «если». Подобное же положение выдвигает Теофраст. Когда он определяет роды вещей, которые необходимы, он говорит, что третьим родом (каковы первых два, мы не знаем) является наличное бытие, когда оно наличествует, ибо тогда невозможно, чтобы оно не наличествовало [2]. Здесь мы снова находим временны́е частицы «когда» (ὅτε) и «тогда» (τότε). Нет сомнения, что аналогичный принцип, встречающийся в средневековой логике и у схоластов, мог быть почерпнут отсюда. Вспомните формулировку, приведенную Лейбницем в его «Теодицее»: Unumquodque, quando est, oportet esse [3]. В этом предложении, заметьте, снова временно́й союз «quando».

Что означает этот принцип? По моему мнению, его значение двусмысленно. Его первое значение представляется родственным силлогистической необходимости, которая является необходимой связью предложений, а не терминов. Александр, комментируя аристотелевское различение между простой и условной необходимостью [4], говорит, что сам Аристотель отдавал себе отчет в этом различении, которое было проведено до конца его друзьями (то есть Теофрастом и Евдемом), и приводит в качестве дополнительного аргумента вышеупо-

---

[1] «Об истолковании», 9, 19a23.

[2] Александр, 156, 29. «Теофраст в книге первой «Первой аналитики», говоря о вещах, которые обозначаются как необходимые, пишет так: «Третий род — это наличное бытие, когда оно наличествует, ибо тогда невозможно, чтобы оно не наличествовало».

[3] «Philosophische Schriften», ed. Gerhardt, Bd. VI, S. 131.

[4] См. стр. 205, прим. 1.

мянутый отрывок из своего сочинения «Об истолковании». Он знает, что это место формулируется Аристотелем в связи с анализом единичных предложений о будущих событиях, и считает, что необходимость включает в себя «гипотетическую необходимость» (ἀναγκαῖονἐξ ὑποθέσεως)[1].

Эта гипотетическая необходимость не отличается от условной необходимости, за исключением тех случаев, когда она применяется не к силлогизмам, а к единичным предложениям о событиях. Такие предложения всегда содержат временну́ю квалификацию. Но если мы включим эту квалификацию в содержание предложения, мы можем заменить временну́ю частицу на условную. Так, например, вместо того чтобы неопределенно сказать: «Необходимо, что морское сражение должно быть, когда оно есть», — мы можем сказать: «Необходимо, что завтра должно быть морское сражение, если оно будет завтра». Помня, что гипотетическая необходимость есть необходимая связь предложений, мы можем интерпретировать эту последнюю импликацию как эквивалентную предложению: «Необходимо, что если морское сражение будет завтра, оно должно быть завтра», — которое есть подстановка в формулу *LCpp*.

Принцип необходимости, который мы обсуждаем, не вызовет споров, если только он имеет объясненный выше смысл. Но он может иметь еще и другое значение: мы можем интерпретировать необходимость, включая в нее необходимую связь не предложений, а терминов. Это другое значение, по-видимому, должно быть таким, каким оно имеется у самого Аристотеля, когда он предпринимает детерминистическое рассуждение о том, что все будущие события необходимы. В этой связи заслуживает нашего внимания одно его общее положение. В сочинении «Об истолковании» мы читаем:

---

[1] Александр, 141, 1. «Аристотелю самому было известно о различии между разными родами необходимости, которое проводилось его друзьями. Это стало более ясно благодаря прибавлению к тому месту сочинения «Об истолковании», где он предвосхищает такое толкование. Аристотель имеет в виду будущие единичные события, когда пишет о возможности противоречия так: «Сущему, поскольку оно существует, необходимо существовать, точно так же и не сущему, поскольку оно не существует, необходимо не быть». Это и есть гипотетическая необходимость».

«...если справедливо утверждать что нечто бело или не бело, то необходимо, чтобы оно было белым или небелым»[1]. По-видимому, здесь необходимая связь констатируется между «вещью» как субъектом и «белым» как предикатом. Используя пропозициональную переменную вместо предложения «Нечто — белое», мы получаем формулу «Если истинно, что *p*, то необходимо, что *p*». Я не знаю, допускал ли Аристотель эту формулу или нет, но, во всяком случае, она представляет интерес ввиду тех следствий, которые из нее выводятся.

В двузначной логике любое предложение либо истинно, либо ложно. Отсюда выражение «Истинно, что *p*» эквивалентно «*p*». Применяя эту эквивалентность к нашему случаю, мы видим, что формула «Если истинно, что *p*, то необходимо, что *p*» будет эквивалентна более простому выражению: «Если *p*, то необходимо, что *p*», которое в символах читается так: *CpLp*. Мы знаем, однако, что эта формула была отвергнута Александром и, конечно, самим Аристотелем. Она должна быть отброшена, так как, если ее принять, пропозициональная модальная логика будет разрушена. Любое ассерторическое предложение *p* было бы эквивалентно своему аподиктическому аналогу *Lp*, так как имели бы силу обе формулы, *CLpp* и *CpLp*, и можно было бы доказать, что любое ассерторическое предложение *p* эквивалентно также своему проблематическому аналогу *Mp*. При этих условиях бесполезно было бы строить пропозициональную модальную логику.

Однако мысль, заключенную в формуле «Если истинно, что *p*, то необходимо, что *p*» все же возможно выразить в символической формуле: нам нужно только заменить слова «истинно, что *p*» выражением «α принимается». Эти два выражения не означают одно и то же. Мы можем предлагать для рассмотрения не только истинные, но также и ложные предложения, не делая при этом ошибки. Но было бы ошибкой принять предложение, которое не является истинным. Поэтому недостаточно сказать «*p* истинно», если мы хотим передать мысль о том, что *p* действительно истинно; *p* может быть ложно, а «*p* истинно» — ложно вместе с ним. Мы должны сказать: «α принимается», заменяя «*p*» на «α»,

---

[1] «Об истолковании», 9, 18a39.

так как p, будучи подстановочной переменной, не может быть принята, в то время как «α» может быть интерпретирована как истинное предложение. Мы можем теперь сформулировать отнюдь не теорему, но правило:

$$(x)\ \alpha \rightarrow L\alpha.$$

В словесном выражении: «α, следовательно, необходимо, что α». Стрелка означает «следовательно», а формула (x) есть правило вывода, имеющее силу только тогда, когда α принимается. Такое правило, ограниченное (в своем применении) «тавтологическими» предложениями, допускается некоторыми современными логиками [1].

Из правила (x) и принятого принципа тождества Jxx следует принимаемая аподиктическая формула $LJxx$, которая, как мы видели, приводит к неудобным следствиям. Правило, по-видимому, должно вызывать сомнение, даже если его применение ограничено логическими теоремами или аналитическими предложениями. Без этого ограничения правило (x) будет давать, как это видно из примера, приведенного Аристотелем, аподиктические утверждения просто фактических истин — результат, противоположный интуиции. На этом основании аристотелевский принцип вполне заслуживает названия парадокса.

§ 45. Случайность у Аристотеля

Я уже упоминал, что аристотелевский термин ἐνδεχόμενον является двусмысленным. В сочинении «Об истолковании», а иногда и в «Первой аналитике» он означает то же самое, что и δυνατόν, но иногда он имеет другое, более сложное значение, которое я, следуя сэру Дэвиду Россу, буду переводить как «случайный» [2]. Заслуга указания на эту двусмысленность принадлежит А. Беккеру [3].

---

[1] См., например, G. H. Wright, An Essay in Modal Logic, Amsterdam, 1951, p. 14—15.

[2] W. D. Ross, op. cit., p. 296.

[3] См. A. Becker, Die Aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse, Berlin, 1933. Я согласен с сэром Дэвидом Россом (op. cit., предисловие), что книга Беккера «весьма проницательна», но я не согласен с выводами Беккера.

Аристотелевское определение случайности гласит: «...случайным»[1] я называю то, что хотя и не является необходимым, но если принято, что оно присуще, то из этого не следует ничего невозможного»[2]. Мы уже могли однажды убедиться, что определение Александром возможности получается из аристотелевского определения случайности при помощи опускания слов «что, хотя и не является необходимым». Поэтому, если мы добавим символическое выражение этих слов к нашей формуле 28 и обозначим новый функтор через «*T*», то получим следующее определение:

46. *QTpKNLpΠqCCpqNLNq.*

Это определение может быть сокращено, так как *ΠqCCpqNLNq* эквивалентно *NLNp*. Импликация

39. *CNLNpΠqCCpqNLNq*

была уже доказана раньше; обратная импликация

47. *CΠqCCpqNLNqNLNp*

легко получается из положения *CΠqCCpqNLNqCCpqNLNq* посредством подстановки *p/q*, коммутации, *Cpp* и отделения. Подставляя в 46 более простое выражение *NLNp* на место *ΠqCCpqNLNq*, получаем:

48. *QTpKNLpNLNp.*

Это в словах означает: «Случайно, что *p* если и только если не необходимо, что *p* и не необходимо, что не *p*». Так как фраза «не необходимо, что не *p*» означает то же самое, что и «не невозможно, что *p*», то, грубо говоря, мы можем сказать: «Нечто случайно, если и только если оно не является необходимым и не является невозможным». Александр кратко говорит: «Случайное не необходимо и не невозможно»[3].

Мы получаем другое определение *Tp*, если преобразовываем *NLNp*, согласно нашему определению 1, в *Mp*, а *NLp* преобразовываем в *MNp*:

49. *QTpKMNpMp* или 50. *QTpKMpMNp.*

---

[1] В русском издании «Аналитик» 1952 года переведено не «случайным», а «возможным», см. примечания в конце книги. — *Прим. ред.*

[2] «Первая аналитика», I, 13, 32a18.

[3] Александр, 158, 20.

Формула 50 гласит: «Случайно, что *p* если и только если возможно, что *p* и возможно, что не *p*». Она определяет случайность как «двувалентную возможность», то есть как возможность, которая может как осуществиться в действительности, так и не осуществиться. Мы увидим, что следствия из этого определения, вместе с другими утверждениями Аристотеля о случайности, порождают новые значительные трудности.

В известном рассуждении о будущих случайных событиях Аристотель пытается защищать индетерминистскую точку зрения. Он предполагает, что вещи, которые не всегда осуществляются в действительности, имеют равную возможность быть или не быть. Например, плащ может быть разрезан на куски, но также может быть и не разрезан [1]. Подобным же образом морское сражение завтра может состояться и в равной степени может не состояться. Он говорит: «не необходимо, чтобы из двух противоречащих суждений — утверждения или отрицания — одно было истинно, а другое — ложно, ибо относительно существующего дело обстоит не так, как относительно несуществующего, но могущего быть или не быть, а так, как было сказано» [2].

Несмотря на то, что эти аргументы не вполне ясно выражены или не до конца продуманы, в них заключена важная и исключительно плодотворная мысль. Обратимся к примеру с морским сражением и предположим, что сегодня ничего не решено об этом сражении. Я считаю, что сегодня реально нет ничего: ни того, что могло бы вызвать завтра морское сражение, ни того, что могло бы его не вызвать. Следовательно, если истина заключается в соответствии мысли с действительностью, то предложение «Морское сражение состоится завтра» сегодня не истинно и не ложно. Именно в этом смысле я понимаю слова Аристотеля «не необходимо, чтобы... одно было истинно, а другое — ложно». А это приводит к заключению, что на сегодня нет ни необходимости, ни невозможности того, что завтра будет морское сражение, — иными словами, что предложения «Возможно, что завтра будет морское сражение»

---

[1] «Об истолковании», 9, 19a9.
[2] «Об истолковании», 19a36.

и «Возможно, что завтра не будет морского сражения» сегодня оба истинны, и это будущее событие является случайным.

Из вышеизложенного следует, что, согласно Аристотелю, существуют истинные случайные предложения, то есть что формула Tp и ее эквивалент $KMpMNp$ верны для некоторых значений p, скажем α. Например, если α означает «Завтра будет морское сражение», то как $M\alpha$, так и $MN\alpha$ были бы приняты Аристотелем в качестве истинных, так что он мог бы принять конъюнкцию:

(A) $KM\alpha MN\alpha$.

В классическом исчислении предложений, расширенном с помощью переменного функтора δ, существует, однако, следующее положение, относящееся к прототетике Лесневского:

51. $C\delta pC\delta Np\delta q$.

В словесном выражении: «Если δ выполняется для p, то если δ выполняется для отрицания p, то δ выполняется для q», или, грубо говоря: «Если нечто истинно для предложения p и также истинно для отрицания p, то оно истинно для произвольного предложения «q». Положение 51 эквивалентно выражению

52. $CK\delta p\delta Np\delta q$

на основе законов импортации и экспортации $CCpCqrCKpqr$ и $CCKpqrCpCqr$. Из (A) и 52 мы получаем следствие:

52. $\delta/M,\ p/\alpha,\ q/p \times C\,(\mathrm{A}) — (\mathrm{B})$

(B) Mp.

Итак, если имеется некоторое случайное предложение, которое мы приняли в качестве истинного, то мы вынуждены допустить в качестве возможного некоторое другое предложение. Но это послужило бы причиной крушения модальной логики; Mp должно быть отброшено и, следовательно, $KM\alpha MN\alpha$ не может быть принято.

Мы закончили наш анализ аристотелевской пропозициональной модальной логики. Этот анализ привел нас к двум значительным трудностям: первая трудность связана с аристотелевским допущением истинных апо-

диктических предложений, вторая — с его допущением истинных случайных предложений. Обе трудности дадут о себе знать в аристотелевской модальной силлогистике: первая — в его теории силлогизмов с одной ассерторической и одной аподиктической посылкой, вторая — в его теории случайных силлогизмов. Если мы хотим преодолеть эти трудности и по достоинству оценить его модальную силлогистику, мы должны прежде всего создать прочную и логически последовательную систему модальной логики.

ГЛАВА VII

СИСТЕМА МОДАЛЬНОЙ ЛОГИКИ

§ 46. Матричный метод

Для полного понимания системы модальной логики, излагаемой в настоящей главе, необходимо познакомиться с матричным методом. Этот метод может быть применим ко всем логическим системам, в которых встречаются функции истинности, то есть функции, значения истинности которых зависят только от значений истинности их аргументов. Классическое исчисление предложений является двузначной системой, то есть предполагает два значения истинности: «истину», обозначаемую здесь через *1*, и «ложь», обозначаемую через *0*. Согласно Филону из Мегары, импликация истинна всегда, кроме того случая, когда она начинается с истины, а заканчивается ложью. Символически это означает, что: $C11 = C01 = C00 = 1$ и только $C10 = 0$. Очевидно, что отрицание истинного предложения ложно, то есть $N1 = 0$, а отрицание ложного предложения истинно, то есть $N0 = 1$. Обычно эти символические равенства представляют с помощью «таблиц истинности», или, как их еще называют, «матриц». Двузначная матрица *M1* для *C* и *N* может быть описана следующим образом: значения истинности *C* располагаются в строках и колонках, образующих квадрат, и отделяются прямыми линиями, идущими от левой и от верхней сторон. Значения истинности первого аргумента помещаются слева, значения истинности второго — у верхней стороны квадрата, а значения истинности *C* можно найти в квадрате в месте пересечения воображаемых прямых, идущих от значений истинности

аргументов к противолежащим сторонам матрицы. Матрица для N легко понятна:

		q		
	C	1	0	N
p	1	1	0	0
	0	1	1	1

M1

С помощью такой матрицы любое выражение классического исчисления предложений, то есть C—N—p-исчисления, может быть механически верифицировано, то есть доказано, когда оно принимается, и опровергнуто, когда оно отбрасывается. Для этой цели достаточно подставить значения *1* и *0* во все возможные комбинации из переменных, и если каждая комбинация сводится согласно равенствам, сформулированным в матрице, в конечном счете к *1*, то выражение доказано, если же нет, то оно опровергнуто. Например, $CCpqCNpNq$ опровергается с помощью M1, поскольку, когда $p=0$ и $q=1$, мы имеем $CC01CN0N1 = C1C10 = C10 = 0$. Напротив, $CpCNpq$ — одна из аксиом нашей C—N—p-системы [1] — доказывается с помощью M1, так как мы имеем:

Для $p=1$, $q=1$: $C1CN11 = C1C01 = C11 = 1$,
» $p=1$, $q=0$: $C1CN10 = C1C00 = C11 = 1$,
» $p=0$, $q=1$: $C0CN01 = C0C11 = C01 = 1$,
» $p=0$, $q=0$: $C0CN00 = C0C10 = C00 = 1$.

Таким же способом можем проверить выполнимость двух других аксиом C—N—p-системы, $CCpqCCqrCpr$ и $CCNppp$. Так как M1 построена таким образом, что свойство всегда давать *1* наследственно относительно правил подстановки и отделения для принимаемых выражений, то все принимаемые формулы C—N—p-системы могут быть доказаны с помощью матрицы M1. А так как аналогично свойство не всегда давать *1*

[1] См. стр. 130—131.

наследственно относительно правил вывода для отбрасываемых выражений, то все отбрасываемые формулы C—N—p-системы могут быть опровергнуты с помощью M1, если p отбрасывается аксиоматически. Матрица, которая верифицирует все формулы системы, то есть доказывает принимаемые и опровергает отбрасываемые формулы, называется «адекватной» этой системе. Матрица M1 адекватна классическому исчислению предложений.

M1 — не единственная адекватная матрица C—N—p-системы. Мы получаем другую адекватную матрицу, M3, посредством «умножения» M1 на саму себя. Процедура получения M3 может быть описана следующим образом:

Во-первых, мы образуем упорядоченные пары значений *1* и *0*, а именно: (*1,1*), (*1,0*), (*0,1*), (*0,0*); они составляют элементы новой матрицы. Во-вторых, мы определяем значения истинности C и N с помощью равенств:

$$(y)\ C(a, b)(c, d) = (Cac, Cbd),$$
$$(z)\ N(a, b) = (Na, Nb).$$

Затем мы строим матрицу M2 согласно этим равенствам; и, наконец, преобразуем M2 в M3 с помощью сокращений: (*1,1*) = *1*, (*1,0*) = *2*, (*0,1*) = *3* и (*0,0*) = *0*.

C	*1,1*	*1,0*	*0,1*	*0,0*	N
(*1,1*)	(*1,1*)	(*1,0*)	(*0,1*)	(*0,0*)	(*0,0*)
(*1,0*)	(*1,1*)	(*1,1*)	(*0,1*)	(*0,1*)	(*0,1*)
(*0,1*)	(*1,1*)	(*1,0*)	(*1,1*)	(*1,0*)	(*1,0*)
(*0,0*)	(*1,1*)	(*1,1*)	(*1,1*)	(*1,1*)	(*1,1*)

M2

C	*1*	*2*	*3*	*0*	N
1	*1*	*2*	*3*	*0*	*0*
2	*1*	*1*	*3*	*3*	*3*
3	*1*	*2*	*1*	*2*	*2*
0	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*

M3

Символ *1* в M3 также обозначает истину, а *0* — ложь. Новые символы *2* и *3* могут быть интерпретированы как дополнительные знаки истинности и ложности.

В этом можно убедиться, отождествляя один из них, безразлично какой именно, с *1*, а другой — с *0*.

C	*1*	*1*	*0*	*0*	*N*
1	*1*	*1*	*0*	*0*	*0*
1	*1*	*1*	*0*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*
0	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*

M4

C	*1*	*0*	*1*	*0*	*N*
1	*1*	*0*	*1*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*
1	*1*	*0*	*1*	*0*	*0*
0	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*

M5

Взгляните на M4, где $2 = 1$, а $3 = 0$. Вторая строка M4 идентична первой строке, а четвертая строка — третьей; аналогично, вторая колонка в M4 идентична первой колонке, а четвертая колонка — третьей. Вычеркивая излишние промежуточные строки и колонки, мы получаем M1. Таким же способом мы получаем M1 из M5, где $2 = 0$ и $3 = 1$.

M3 — четырехзначная матрица. Умножая M3 на M1, мы получаем возьмизначную матрицу, дальше умножая полученное на M1 — шестнадцатизначную матрицу и в общем случае $2n$-значную матрицу. Все эти матрицы адекватны C—N—p-системе и продолжают быть адекватными ей, если мы расширим систему введением в нее переменных функторов.

§ 47. *C*—*N*—δ—*p*-система

Мы уже встречали два положения с переменным функтором δ: принцип экстенсиональности $CQpqC\delta p\delta q$ и положение $C\delta pC\delta Np\delta q$. Так как последнее положение есть аксиома нашей системы модальной логики, то необходимо до конца объяснить расширенную с помощью δ C—N—p-систему, которую я называю, следуя Мередиту (C. A. Meredith), C—N—δ—p-системой. Это тем более необходимо, что системы с δ почти неизвестны даже логикам.

Введению в пропозициональную логику переменных функторов мы обязаны польскому логику Лесневскому. Посредством модификации его правила подстановки для переменных функторов я смог дать простые и

элегантные доказательства [1]. Прежде всего необходимо объяснить это правило.

Через δ я обозначаю переменный функтор от одного пропозиционального аргумента и допускаю, что δP — осмысленное выражение, если только P есть осмысленное выражение. Рассмотрим же, в чем состоит значение простейшего осмысленного выражения с переменным функтором, то есть δp.

Переменная — это отдельная буква, рассматриваемая по отношению к области тех значений, которые могут быть подставлены на ее место. На практике подстановка означает написание вместо переменной одного из ее значений, притом одного и того же значения для каждого вхождения той же самой переменной. В C—N—p-системе область значений пропозициональных переменных, таких, как p или q, составляется из всех пропозициональных выражений, которые имеют смысл в данной системе; кроме них, могут быть введены две константы, 1 и 0, то есть константа истинного и константа ложного предложения. Какова же область значений функториальной переменной δ?

Очевидно, что вместо δ мы можем подставить любое значение, которое совместно с p дает осмысленное выражение в нашей системе. Таковыми являются не только постоянные функторы от одного пропозиционального аргумента, как, например, N, но также и сложные выражения, работающие подобно функторам от одного аргумента, такие, как Cq или $CCNpp$. С помощью подстановки δ/Cq мы получаем из δp выражение Cqp, а с помощью подстановки $\delta/CCNpp$ — выражение $CCNppp$. Очевидно, однако, что этот вид подстановки не охватывает всех возможных случаев. Мы не можем получить этим путем из δp ни Cpq, ни $CpCNpq$, потому что ни одной подстановкой на место δ не может быть p передвинуто из его конечного положения. Тем не менее нет сомнения, что два последних выражения представляют собой почти что подстановку на место δp, как и Cqp или $CCNppp$, поскольку δp, как я это понимаю,

---

[1] См. Jan Lukasiewicz, On Variable Functors of Propositional Arguments, «Proceedings of the Royal Irish Academy», Dublin, 1951, 54A2.

представляет все осмысленные выражения, содержащие p, включая p и самое δp.

Я был в состоянии преодолеть эту трудность следующим путем, который сначала объясню на примерах. Для того чтобы получить Cpq из δp с помощью подстановки на место δ, я пишу $\delta/C'q$ и совершаю подстановку, опуская δ и заполняя отмеченное апострофом пустое место аргументом δ, то есть p. Таким же путем я получаю из δp выражение $CpCNpq$ при помощи подстановки $\delta/C'CN'q$. Если в выражении встречается более чем одно δ, как это имеет место в $C\delta pC\delta Np\delta a$, и я хочу совершить в этом выражении подстановку $\delta/C'r$, то я должен повсюду опустить δ и написать на их месте $C'r$, заполняя пустые места соответствующими аргументами δ. Таким образом, я получаю из δp — Cpr, из δNp — $CNpr$, из δa — Cqr, а из всего выражения получаю $CCprCCNprCqr$. Из того же выражения $C\delta pC\delta Np\delta q$ следует при подстановке δ/C'' формула $CCppCCNpNpCqq$. Подстановка $\delta/'$ означает, что δ должно быть опущено; с помощью этой подстановки мы, например, получаем из $C\delta pC\delta Np\delta q$ принцип Дунса Скота $CpCNpq$. Подстановка δ/δ' является «тождественной» подстановкой и ничего не изменяет. Вообще говоря, из выражения, содержащего функторы δ, мы получаем новое выражение с помощью подстановки на место δ, написав вместо δ осмысленное выражение по крайней мере с одним пустым местом и заполнив пустые места соответствующими аргументами δ. Это не новое правило подстановки, а просто описание того, как должна совершаться подстановка на место переменного функтора.

C—N—δ—p-система может быть построена на единственной принимаемой аксиоме, уже нам известной:

51. $C\,\delta p\,C\delta\,Np\,\delta q$,

к которой должно быть добавлено аксиоматически отбрасываемое выражение p, для того чтобы выявить все отбрасываемые выражения. Мередит в своей неопубликованной статье показал, что все принимаемые формулы C—N—δ—p-системы [1] могут быть выведены из

[1] В оригинале напечатано «C—N—p-системы», что является, по-видимому, опечаткой — *Прим. перев.*

аксиомы 51 [1]. Правилами вывода являются обычное правило отделения и правила подстановки на место пропозициональных и функториальных переменных. Для того чтобы показать на примере, как действуют эти правила, я выведу из аксиомы 51 закон тождества *Cpp*. Сравните этот вывод с доказательством *Cpp* в *C—N—p*-системе [2].

51. $\delta/'$, $q/p \times 53$
53. *CpCNpp*
51. $\delta/CpCNp'$, $q/Np \times C53-54$
54. *CCpCNpNpCpCNpNp*
51. $\delta/'$, $q/Np \times 55$
55. *CpCNpNp*
55. $p/CpCNpNp \times C55-56$
56. *CNCpCNpNpNCpCNpNp*
51. δ/C'', $p/CpCNpNp$, $q/p \times C54-C56-57$
57. *Cpp*

Мне бы хотелось подчеркнуть, что система, основанная на аксиоме 51, значительно богаче, чем *C—N—p*-система. Среди принимаемых следствий, содержащих δ, имеются такие логические законы, как *CCpqCCqpC$\delta p\delta q$*, *CδCpqC$\delta p\delta q$*, *CδCpqCpδq*, — все очень важные, но неизвестные подавляющему большинству логиков. Например, первый закон есть принцип экстенсиональности, эквивалентный *COpqC$\delta p\delta q$*; второй может быть взят в качестве единственной аксиомы так называемой «импликативной» системы; третий — в качестве аксиомы так называемой «позитивной» логики. Все эти законы могут быть верифицированы матричным методом согласно данному ниже правилу.

---

[1] Мередит в своей статье «On an Extended System of the Propositional Calculus» («Proceedings of the Royal Irish Academy», Dublin, 1951, 54A3) доказал, что *C—O—*δ*—p*-исчисление, то есть исчисление с *C* и *O* в качестве основных терминов и с функториальными и пропозициональными переменными, может быть полным образом построено из аксиомы *C$\delta\delta$Oδp*. Его метод доказательства полноты может быть применен к *C—N—*δ*—p*-системе с выражением *CδpCδNpδq* в качестве аксиомы. В моей статье по модальной логике, упомянутой на стр. 193, прим., я вывел из аксиомы 51 три принимаемые аксиомы *C—N—p*-системы, то есть *CCpqCCqrCpr*, *CCNppp*, *CpCNpq*, а также некоторые важные положения, в которых встречается δ, и среди них принцип экстенсиональности.

[2] См. стр 132.

В двузначной логике существуют четыре и только четыре различных функтора от одного аргумента, обозначаемых здесь как V, S, N и F (см. матрицу M6).

p	V	S	N	F
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

M6

Для верификации δ-выражений достаточно следующего практического правила, которым мы обязаны, в сущности, Лесневскому: последовательно пишите вместо δ функторы V, S, N и F, затем опустите S, преобразуйте $V\alpha$ в Cpp, а $F\alpha$ — в $NCpp$. Если вы получите во всех случаях истинную C—N-формулу, то выражение должно быть принято, в противном случае оно должно быть отброшено. Пример: $C\delta CpqC\delta p\delta q$ должно быть принято, потому что мы имеем

$$CSCpqCSpSq = CCpqCpq, \quad CNCpqCNpNq,$$
$$CVCpqCVpVq = CCppCCppCpp, \quad CFCpqCFpFq = CNCppCNCppNCpp.$$

Выражение $CCpqC\delta p\delta q$ должно быть отброшено, так как $CCpqCNpNq$ не является истинной C—N-формулой. Таким образом, мы видим, что все выражения C—N—δ—p-системы легко доказываются или опровергаются с помощью матричного метода.

§ 48. δ-определения

Функтор δ может быть успешно применен для выражения определений. Авторы «Principia Mathematica» выражают определения с помощью специального символа, состоящего из знака равенства «=», который связывает *определяющее с определяемым,* и букв «Df», помещаемых после определения. Согласно такому методу, определение альтернативы будет выглядеть следующим образом:

$$CNpq = Hpq \qquad \text{Df},$$

где *CNpq* («Если не *p*, то *q*») является *определяющим*, а *Hpq* («или *p*, или *q*») — *определяемым*[1]. Символ «.=.Df» связан со специальным правилом вывода, разрешающим замещать определяемое на определяющее, и обратно. Достоинство этого вида определения в том, что результат дается непосредственно. Но это же связано с тем недостатком, что при этом увеличивается число основных символов и правил вывода, которых должно быть как можно меньше.

Лесневский записал бы то же самое определение как эквивалентность без введения в свою систему нового основного термина для выражения определений, потому что для этой цели он выбрал эквивалентность в качестве основного термина своей логики предложений, расширенной посредством функториальных переменных и кванторов и названной им «протетикой». В этом преимущество его точки зрения. С другой же стороны, он не может непосредственно заменить определяемое определяющим или наоборот, потому что эквивалентность имеет свои собственные правила, которые позволяют делать такие замещения.

В нашей *C—N—δ—p*-системе эквивалентность не является основным термином; следовательно, она должна быть определена, но во избежание круга она не может быть определена с помощью эквивалентности. Мы увидим, однако, что возможно выражать определения посредством *C* и *δ* способом, который, сохраняя преимущества обеих точек зрения, в то же время лишен их недостатков.

Целью определения является введение нового термина, который, как правило, является сокращением некоторого сложного выражения, содержащего уже известные нам термины. Обе части определения — как *определяющее*, так и *определяемое* — должны удовлетворять некоторым условиям, для того чтобы образовать правильно построенное определение. Следующие четыре условия необходимы и достаточны для определения новых функций, вводимых в нашу систему:

(*a*) Как определяющее, так и определяемое должны быть пропозициональными выражениями.

---

[1] Обычно я обозначаю альтернативу через *A*, но эта буква уже приняла другое значение в моей силлогистике.

(*b*) Определяющее должно состоять из основных терминов или из терминов, уже определенных через них.

(*c*) Определяемое должно содержать новый термин, введенный с помощью определения.

(*d*) Любая свободная переменная, встречающаяся в определяющем, должна встречаться и в определяемом, и vice versa[1]. Легко видеть, что, например, *CNpq* в качестве определяющего и *Hpq* в качестве определяемого подчиняются четырем вышеприведенным условиям.

Обозначим теперь через *P* и *R* два выражения, которые удовлетворяют условиям (*a*) — (*d*) так, чтобы одно из них, безразлично какое именно, могло бы быть взято как определяющее, а другое — как определяемое. Предполагается, что ни одно из них не содержит δ. Я утверждаю, что принимаемое выражение *CδPδR* представляет собой определение. Например, выражение:

58. *Cδ CNpq δHpq*

представляет собой определение альтернативы. Согласно 58, любое выражение, содержащее *CNpq*, может быть непосредственно преобразовано в другое выражение, в котором *CNpq* замещено на *Hpq*. В качестве примера мы можем взять принцип Дунса Скота:

59. *CpCNpq*,

из которого мы можем получить закон *CpHpq*, то есть «Если *p*, то или *p* или *q*», посредством следующего вывода:

58. δ/*Cp'* × *C*59 — 60

60. *CpHpq*.

Если мы хотим применить наше определение к принципу Клавия

61. *CCNppp*,

мы должны сначала поставить *p* вместо *q* в 58, получая таким образом

58. *q*/*p* × 62

62. *Cδ CNpp δHpp*

62. δ/*C'p* × *C*61—63

63. *CHppp*.

---

[1] Наоборот. — *Прим. ред.*

(Формула 63 читается: «Если или p или p, то p» и является одним из «основных предложений» или аксиом, принимаемых авторами «*Principia Mathematica*». Они правильно называют эту аксиому «принципом тавтологии», так как она констатирует, что сказать то же самое (ταὐτό λέγειν) дважды, «p или p», все равно, что сказать просто «p». Принцип же Дунса Скота, например, не является тавтологией в любом разумном смысле.)

Импликация, обратная 58. $C\delta Hpq\delta CNpq$, которая создает нам возможность заменять Hpq на $CNpq$, дана вместе с первой. Мы действительно можем доказать следующую общую теорему, пользуясь только правилами подстановки и отделения:

(C) Если P и R суть любые осмысленные выражения, не содержащие δ, и $C\delta P\delta R$ принимается, то должно быть также принято и $C\delta R\delta P$.

Доказательство:

(D) $C\delta P\delta R$

(D) $\delta/C\delta'\delta P \times$ (E)

(E) $CC\delta P\delta PC\delta R\delta P$

(D) $\delta/CC\delta P\delta'C\delta R\delta P \times$ (F)

(F) $CCC\delta P\delta PC\delta R\delta PCC\delta P\delta RC\delta R\delta P$

(F) $\times C(E) - C(D) - (G)$

(G) $C\delta R\delta P$

Если, следовательно, P и R не содержат δ и одно из них может быть интерпретировано как *определяющее*, а другое — как *определяемое*, то ясно, что любое принимаемое выражение формы $C\delta P\delta R$ представляет собой определение, так как P может быть повсюду заменено на R, а R — на P, а это как раз и есть характерное свойство определения.

§ 49. Четырехзначная система модальной логики

Каждая система модальной логики должна включать в качестве собственной части основную модальную логику, то есть должна иметь среди своих положений обе M-аксиомы: $CpMp$, $*CMpp$ и $*Mp$ и L-аксиомы: $CLpp$, $*CpLp$ и $*NLp$. Легко видеть, что как M, так и L отличаются от любого из четырех функторов V, S, N и

F двузначного исчисления. M не может быть V, так как Mp отбрасывается, в то время как $Vp = Cpp$ принимается; оно не может быть S, так как $CMpp$ отбрасывается, в то время как $CSpp = Cpp$ принимается, оно, наконец, не может быть ни N, ни F, так как $CpMp$ принимается, в то время как $CpNp$ и $CpFp = CpNCpp$ отбрасываются. То же самое верно и для L. Функторы M и L не имеют интерпретации в двузначной логике. Следовательно, любая система модальной логики должна быть многозначной.

Существует еще другая идея, которая приводит к тому же самому следствию. Если мы вместе с Аристотелем допустим, что некоторые будущие события, например морское сражение, случайны, то предложения о таких событиях, высказанные сегодня, не могут быть ни истинными, ни ложными, а поэтому следует иметь третье значение истинности, отличное от *1* и *0*. На основе этой идеи и с помощью матричного метода, с которым я познакомился через Пирса и Шредера, я построил в 1920 году трехзначную систему модальной логики, развитую позднее в статье 1930 года [1]. Сегодня я вижу, что эта система не удовлетворяет всем нашим интуитивным пониманиям модальностей и должна быть заменена описанной ниже системой.

Я стою на той точке зрения, что в любой модальной логике должно быть сохранено классическое исчисление предложений. До сих пор это исчисление продемонстрировало свою надежность и полезность, и оно не должно быть отвергнуто без достаточно веских оснований. К счастью, классическому исчислению предложений удовлетворяют не только двузначная матрица, но также и многозначные адекватные матрицы. Я пытался применить к модальной логике простейшую многозначную матрицу, адекватную C—N—δ—p-системе, то есть четырехзначную матрицу, и мне удалось получить желаемый результат.

---

[1] Jan Lukasiewicz, O logice trójwartościowej, «Ruch Filozoficzny», vol. V. Lwów, 1920; см. также мою работу «Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls», «Comptes Rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie», vol. XXIII, cl 3, 1930.

Как мы уже видели в параграфе 46, матрица M2, элементами которой являются пары значений *1* и *0*, следует за *N* из равенства

(*z*) $N(a, b) = (Na, Nb)$.

Выражение «(Na, Nb)» представляет собой частный случай общей формы $(\varepsilon a, \zeta b)$, где ε и ζ имеют в качестве значений функторы *V*, *S*, *N* и *F* двузначного исчисления. Так как каждое из четырех значений ε может сочетаться с каждым из четырех значений ζ, мы получаем 16 комбинаций, которые определяют 16 функторов от одного аргумента четырехзначного исчисления. Я нашел среди них два функтора, каждый из которых может представлять *M*. Здесь я определю один из них, другой же буду рассматривать позднее.

(α) $M(a, b) = (Sa, Vb) = (a, Cbb)$.

На базе (α) я получил матрицу M7 для *M*, которую преобразовал в матрицу M8 посредством тех же сокращений, что и в параграфе 46, а именно: $(1,1) = 1$, $(1,0) = 2$, $(0,1) = 3$ и $(0,0) = 0$.

p	*M*
(*1,1*)	(*1,1*)
(*1,0*)	(*1,1*)
(*0,1*)	(*0,1*)
(*0,0*)	(*0,1*)

M7

p	*M*
1	*1*
2	*1*
3	*3*
0	*3*

M8

Получив, таким образом, матрицу для M, я выбираю *C*, *N* и *M* в качестве основных терминов и базирую свою систему модальной логики на следующих четырех аксиомах:

51. $C\delta pC\delta Np\,\delta q$ 4. $CpMp$ *5. $CMpp$ *7. Mp.

Правила вывода являются правилами подстановки и отделения для принимаемых и отбрасываемых выражений.

Lp вводится посредством δ-определения:

64. $C\delta NMNp\,\delta Lp$.

Это означает: «*NMNp*» может быть всюду заменено на «*Lp*», и обратно, «*Lp*» может быть всюду заменено на «*NMNp*».

Та же система модальной логики может быть создана употреблением *C*, *N* и *L* в качестве основных терминов с аксиомами:

51. *CδpCδNpδq*. 3. *CLpp* *6. *CpLp* *8. *NLp*,

и δ-определением *M*:

65. *CδNLNpδMp*.

M9 представляет собой вполне адекватную матрицу системы:

C	*1*	*2*	*3*	*0*	*N*	*M*	*L*
1	*1*	*2*	*3*	*0*	*0*	*1*	*2*
2	*1*	*1*	*3*	*3*	*3*	*1*	*2*
3	*1*	*2*	*1*	*2*	*2*	*3*	*0*
0	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*3*	*0*

M9

Я надеюсь, что после вышеприведенных разъяснений каждый читатель будет в состоянии верифицировать с помощью этой матрицы любую формулу, принадлежащую к системе, то есть доказать принимаемые формулы и опровергнуть отбрасываемые.

Я могу доказать, что система полна (complete) в том смысле, что любое принадлежащее ей осмысленное выражение разрешимо, будучи либо принимаемым, либо отбрасываемым. Она также консистентна, то есть непротиворечива, в том смысле, что ни одно осмысленное выражение не может одновременно и приниматься и отбрасываться. Система аксиом удовлетворяет требованию независимости.

Мне хотелось бы подчеркнуть, что аксиомы системы совершенно очевидны. Аксиома с δ должна быть признана всеми логиками, которые принимают классическое исчисление предложений; аксиомы с *M* также должны быть приняты в качестве истинных; наконец, правила вывода также очевидны. Все правильно выведенные следствия системы должны допускаться теми,

кто принял аксиомы и правила вывода. Нельзя придумать ни одного серьезного возражения против этой системы. Мы увидим, что эта система опровергает все ложные выводы, полученные в связи с модальной логикой, объясняет трудности аристотелевской модальной силлогистики и открывает ряд неожиданных логических фактов, имеющих большое значение для философии.

§ 50. Необходимость и четырехзначная система модальной логики

В конце главы VI были отмечены две значительные трудности: первая связана с допущением Аристотелем принимаемых аподиктических предложений, вторая — с допущением им принимаемых случайных предложений. Давайте решим сначала первую трудность.

Если рассматривать все аналитические предложения как необходимо истинные, то тогда наиболее типичное аналитическое предложение — принцип тождества Jxx — также должно рассматриваться как необходимо истинное. Это ведет, как мы видели, к ложному заключению о том, что два любых индивидуума необходимо тождественны, если они вообще тождественны.

Это заключение не может быть получено из нашей системы модальной логики, так как может быть доказано, что в этой системе ни одно аподиктическое предложение не истинно. Поскольку это доказательство основывается на законе экстенсиональности $CCpqCLpLq$, мы должны сначала показать, что этот закон следует из нашей системы.

Следствие аксиомы 51 гласит:

66. $C\delta CpqC\delta p\delta q$.

Из 66 с помощью подстановки δ/M' следует формула

67. $CMCpqCMpMq$,

а из 67 мы получаем с помощью $CCpqMCpq$, подстановки аксиомы 4 и посредством гипотетического силлогизма сильный M-закон экстенсиональности:

19. $CCpqCMpMq$.

Сильный L-закон экстенсиональности $CCpqCLpLq$ выводим из 19 посредством транспозиций. Проблема, оставшаяся неразрешенной в параграфе 42: какую следует принять, сильную или слабую интерпретацию аристотелевских законов экстенсиональности, разрешается в пользу сильной интерпретации. Доказательство того, что ни одно аподиктическое предложение не истинно, теперь будет дано с полной четкостью.

Посылки:

*6. $CpLp$
18. $CCpqCLpLq$
33. $CCpCqrCqCpr$
68. $CCCpqrCqr$

Вывод:

68. $r/CLpLq \times C18—69$
69. $CqCLpLq$
33. $p/q,\ q/Lp,\ r/Lq \times C69—70$
70. $CLpCqLq$
70. $p/\alpha,\ q/p \times C*71 — *6$
*71. $L\alpha$

Употребление греческой переменной α требует пояснения. Консеквент формулы 70, $CqLq$, который означает то же самое, что и отбрасываемое выражение $CpLp$ разрешает в соответствии с нашими правилами отбрасывание антецедента Lp и любую подстановку в Lp. Это, однако, не может быть выражено посредством $*Lp$, потому что из отбрасываемого выражения с помощью подстановки ничего не может быть получено; так, например, Mp отбрасывается, а $MCpp$ — подстановка в Mp — принимается. Для того чтобы выразить, что антецедент 70 отбрасывается при любом аргументе L, я употребляю греческие буквы, называя их «интерпретационными переменными» в противоположность «подстановочным переменным», обозначаемым латинскими буквами. Так как предложению α может быть дана любая интерпретация, $*L\alpha$ представляет собой общий закон и означает, что любое выражение, начинающееся с L, то есть любое аподиктическое предложение, должно быть отброшено.

Этот результат, $*L\alpha$, подтверждается матрицей для L, которая строится из матриц для N и M, согласно

определению L. Каждый может обнаружить, взглянув на M9, что L в качестве своих значений истинности имеет лишь *2* и *0*, но никогда не имеет *1*.

Проблема ложных следствий, получающихся при применении модальной логики к теории тождества, теперь легко решается. Так как $LJxx$, будучи аподиктическим предложением, не может быть принято, то невозможно получить с помощью отделения из посылок

$$(t)\ CJxyCLJxxLJxy \quad \text{или} \quad CLJxxCJxyLJxy$$

следствие: $(v)\ CJxyLJxy$. Действительно, матричным способом можно доказать, что (t) должно быть принято, поскольку оно всегда дает *1*, а (v) должно быть отброшено. Поскольку принцип тождества Jxx истинен, то есть $Jxx = 1$, то мы получаем $LJxx = 2$ и $CJxyCLJxxLJxy = CJxyC2LJxy$. Выражение Jxy может иметь одно из четырех значений: *1*, *2*, *3* или *0*.

Если $Jxy = 1$, то $CJxyC2LJxy = C1C2L1 = C1C22 = C11 = 1$,

» $Jxy = 2$, » $CJxyC2LJxy = C2C2L2 = C2C22 = C21 = 1$,

» $Jxy = 3$, » $CJxyC2LJxy = C3C2L3 = C3C20 = C33 = 1$,

» $Jxy = 0$, » $CJxyC2LJxy = C0C2L0 = C0C20 = C03 = 1$.

Следовательно, (t) доказано, поскольку конечный результат его матричной редукции всегда равен *1*. Напротив, (v) опровергнуто, потому что для $Jxy = 1$ мы имеем: $CJxyLJxy = C1L1 = C12 = 2$.

Хороший и поучительный пример вышеупомянутой трудности был дан Куайном, который спрашивает, в чем ошибка следующего умозаключения [1]:

(a) Утренняя звезда необходимо тождественна утренней звезде.

(b) Но Вечерняя звезда не необходимо тождественна Утренней звезде (будучи просто тождественна ей в действительности).

---

[1] Я нашел этот пример в гектографированных «Logic Notes» (параграф 160), изданных факультетом философии Кентерберийского университетского колледжа (Christchurch, N. Z.) и присланных мне проф. Приором (A. N. Prior).

(*c*) Но один и тот же объект не может обладать противоречащими свойствами (не может быть и A и не быть A).

(*d*) Следовательно, Утренняя звезда и Вечерняя звезда — различные предметы.

Разрешить это затруднение очень просто, приняв мою систему. Умозаключение ошибочно, потому что посылки (*a*) и (*b*) не истинны и не могут быть приняты, так что заключение (*d*) не может быть выведено из (*a*) и (*b*), несмотря на тот факт, что импликация $C(a)C(b)(d)$ правильна (третья посылка может быть опущена, поскольку она истинна). Вышеупомянутая импликация может быть доказана следующим путем.

Обозначим через x Утреннюю звезду, а через J — Вечернюю звезду, тогда (*a*) есть $LJxx$, (*b*) есть $NLJyx$, которое эквивалентно $NLJxy$, так как тождество является симметричным отношением, а (*d*) есть $NJxy$. Мы получаем, таким образом, формулу $CLJxxCNLJxyNJxy$, которая является правильным преобразованием истинного положения (*t*).

Пример, приведенный Куайном, может теперь быть верифицирован с помощью нашей четырехзначной матрицы следующим образом: если «x» и «y» имеют то же самое значение, как и прежде, то тогда $Jxx = Jxy = 1$; отсюда $LJxx = LJxy = L1 = 2$, $NLJxy = N2 = 3$ и $NJxy = N1 = 0$, так что мы имеем, согласно $CLJxxCNLJxyNJxy$, $C2C30 = C22 = 1$. Импликация истинна, но так как ни один из ее двух антецедентов не истинен, то заключение может быть ложным.

Мы увидим в следующей главе, что подобная же трудность была причиной полемики между Аристотелем и его друзьями Теофрастом и Евдемом. Философские выводы из этого важного открытия, что *ни одно аподиктическое предложение не истинно*, будут изложены в параграфе 62.

§ 51. Парные возможности

Я упоминал в параграфе 49, что имеется два функтора, любой из которых может представлять возможность. Один из них я обозначил через M и определил посредством равенства

(α) $M(a, b) = (Sa, Vb) = (a, Cbb)$,

другой я определяю посредством равенства

(β) $W(a, b) = (Va, Sb) = (Caa, b)$,

обозначая его через W, которое выглядит как перевернутое M. Согласно этому определению, матрица W есть M10 и может быть сокращена в M11. Хотя W отлично от M, оно верифицирует аксиомы той же самой структуры, что и M, потому что $CpWp$ доказывается с помощью M11, подобно тому как $CpMp$ с помощью M8, а $*CWpp$ и $*Wp$ опровергаются с помощью M11, как и $*CMpp$ и $*Mp$ опровергаются с помощью M8. Я могу обозначить матрицу для W через M:

p	W
$(1,1)$	$(1,1)$
$(1,0)$	$(1,0)$
$(0,1)$	$(1,1)$
$(0,0)$	$(1,0)$

M10

p	W
1	1
2	2
3	1
0	2

M11

В дальнейшем может быть показано, что различие между M и W не является реальным различием, а просто получается из различия обозначения. Было бы желательно вспомнить, что я получил M3 из M2 посредством обозначения пары значений $(1,0)$ через 2, а $(0,1)$ — через 3. Так как это обозначение было совершенно произвольным, то я мог с таким же правом обозначить $(1,0)$ через 3, а $(0,1)$ — через 2, или же выбрать любые другие цифры или знаки. Давайте поменяем значения 2 и 3 в M9, всюду записывая 3 вместо 2 и 2 вместо 3. Мы получаем из M9 матрицу M12, а посредством перераспределения в M12 средних строк и колонок — матрицу M13:

C	1	2	3	0	N	M	L
1	1	2	3	0	0	1	2
2	1	1	3	3	3	1	2
3	1	2	1	2	2	3	0
0	1	1	1	1	1	3	0

M9

C	1	3	2	0	N	—	—
1	1	3	2	0	0	1	3
3	1	1	2	2	2	1	3
2	1	3	1	3	3	2	0
0	1	1	1	1	1	2	0

M12

$=$

C	1	2	3	0	N	—	—
1	1	2	3	0	0	1	3
2	1	1	3	3	3	2	0
3	1	2	1	2	2	1	3
0	1	1	1	1	1	2	0

M13

Если мы сравним M9 с M13, то увидим, что матрицы для *C* и *N* остались без изменений, а матрицы, соответствующие *M* и *L*, стали различными, так что я не могу обозначить их через *M* и *L*. Матрица в M13, соответствующая *M* в M9, и есть как раз матрица *W*. Тем не менее M13 есть та же самая матрица, что и M9, просто записанная в другой системе обозначения. *W* представляет тот же функтор, что и *M* и должно иметь те же, что и *M*, свойства. Если *M* обозначает возможность, то и *W* также обозначает возможность, и между этими двумя возможностями не может быть никакого различия.

Несмотря на их тождество, *M* и *W* ведут себя различно, когда они встречаются в одной и той же формуле. Они подобны одинаковым близнецам, которых нельзя различить, когда встречаешь их порознь, но которых тотчас же признают двумя людьми, когда видят их вместе. Чтобы понять это, рассмотрим выражения *MWp, WMp, MMp* и *WWp*. Если *M* тождественно с *W*, то эти четыре выражения также должны быть между собой тождественны. Однако они не тождественны. С помощью наших матриц может быть доказано, что следующие формулы принимаются:

72. *MWp* и 73. *WMp*,

ибо *Wp* имеет в качестве своих значений истинности только *1* или *2*, а *M1* так же, как и *M2* $=$ *1*; аналогично *Mp* имеет в качестве своих значений истинности только *1* или *3*, а оба *W1* $=$ *1* и *W3* $=$ *1*. С другой стороны, может быть доказано, что формулы

74. *CMMpMp* и 75. *CWWpWp*

принимаются, а так как и Mp и Wp отбрасываются, то MMp и WWp также должны быть отброшены, так что мы имеем

*76. MMp и *77. WWp,

поэтому мы не можем в 72 или 73 заменить M на W или W — на M, потому что мы должны тогда получить отбрасываемые формулы из принятых.

Любопытный логический факт существования парных возможностей (и связанных с ними парных необходимостей), до сих пор никем не замеченный, является другим важным открытием, которым я обязан моей четырехзначной модальной системе. Он слишком тонок и требует весьма высокого развития формальной логики, чтобы мог быть известен античным логикам. Существование этих близнецов объяснит как ошибки Аристотеля, так и трудности в теории проблематических силлогизмов и оправдывает его интуитивные представления о случайности.

§ 52. Случайность и четырехзначная система модальной логики

Мы уже знаем, что вторая значительная трудность аристотелевской модальной логики связана с его предположением об истинности некоторых случайных предложений. На основании положения

52. $CK\delta p\,\delta Np\,\delta q$,

которое является преобразованием нашей аксиомы 51, мы получаем следующие следствия:

52. δ/M, p/L, $q/p \times 78$
78. $CKM\alpha MN\alpha Mp$
78. C*79 — *7
*79. $KM\alpha MN\alpha$

Это означает, что выражение 79 отбрасывается при любом предложении α, так как α является здесь интерпретационной переменной. Следовательно, не существует такого α, которое бы верифицировало оба предложения «Возможно, что α» и «Возможно, что не α», то есть не существует истинного случайного предложения $T\alpha$, если

Tp определяется, вслед за Аристотелем, при помощи конъюнкции Mp и MNp, то есть посредством

80. $C\delta KMpMNp\,\delta Tp.$

Этот результат подтверждается с помощью матричного метода. Принимая обычное определение Kpq:

81. $C\delta NCpNq\,\delta Kpq,$

мы получаем для K матрицу M14 и имеем:

K	1	2	3	0
1	1	2	3	0
2	2	2	0	0
3	3	0	3	0
0	0	0	0	0

M14

При $p=1$: $KMpMNp = KM1MN1 = K1M0 = K13 = 3$
» $p=2$: » $= KM2MN2 = K1M3 = K13 = 3$
» $p=3$: » $= KM3MN3 = K3M2 = K31 = 3$
» $p=0$: » $= KM0MN0 = K3M1 = K31 = 3.$

Мы видим, что конъюнкция $KMpMNp$ имеет постоянное значение 3 и поэтому никогда не истинна. Отсюда $Tp = 3$, то есть не существует ни одного истинного случайного предложения в смысле, установленным определением 80.

Аристотель, однако, думает, что предложения «Возможно, что завтра будет морское сражение» и «Возможно, что завтра не будет морского сражения» сегодня оба могут быть истинными. Таким образом, согласно его идее случайности, случайные предложения могут быть истинными.

Существует два пути устранения этого противоречия между аристотелевским пониманием и нашей системой модальной логики: мы должны или отрицать, что предложения могут быть одновременно и случайными и истинными, или же видоизменить аристотелевское определение случайности. Я избираю второй путь, используя открытые выше парные типы возможности.

Бросая монету, мы можем получить выпадение либо герба, либо решки; другими словами, возможно выпадение герба и возможно, что герб не выпадет. Мы склонны рассматривать оба предложения как истинные. Но они не могут быть оба истинными, если первая «возможность» обозначается тем же функтором, что и вторая. Первая возможность в такой же мере справедлива, как и вторая, но из этого не следует, что она должна быть обозначена таким же образом. Возможность выпадения герба отлична от возможности его невыпадения. Мы можем обозначить одну через *M*, а другую — через *W*. Предложение с утвердительным аргументом «Возможно, что *p*» может быть передано как *Mp*; предложение с отрицательным аргументом «Возможно, что не *p*», как *WNp*; или же первое как *Wp*, а второе как *MNp*. Так мы получаем два функтора случайности, скажем *X* и *Y*, определенных следующим образом:

82. $C\delta KMpWNp\delta Xp$ и 83. $C\delta KWpMNp\delta Yp$.

Перевести эти определения на обыкновенный язык невозможно, так как у нас нет наименований для двух видов возможности и случайности. Назовем их «*M*-возможное» и «*W*-возможное», «*X*-случайное» и «*Y*-случайное». Тогда, грубо говоря, мы можем сказать, что «*p* есть *X*-случайное» означает «*p* есть *M*-возможное и *Np* есть *W*-возможное», а «*p* есть *Y*-случайное» означает «*p* есть *W*-возможное и *Np* есть *M*-возможное».

Из определений 82 и 83 мы можем вывести матрицы для *X* и *Y*. Мы получаем:

Для $p=1$:

$$X1=KM1WN1=K1W0=K12=2;$$
$$Y1=KW1MN1=K1M0=K13=3.$$

Для $p=2$:

$$X2=KM2WN2=K1W3=K11=1;$$
$$Y2=KW2MN2=K2M3=K23=2.$$

Для $p=3$:

$$X3=KM3WN3=K3W2=K32=0;$$
$$Y3=KW3MN3=K1M2=K11=1.$$

Для $p=0$:

$$X0=KM0WN0=K3W1=K31=3;$$
$$Y0=KW0MN0=K2M1=K21=2.$$

p	X	Y
1	2	3
2	1	0
3	0	1
0	3	2

M15

Матрица M15 показывает, что как Xp, так и Yp, оказывается, должны быть истинными для некоторых значений p: Xp — при $p=2$, Yp — при $p=3$. Теперь доказано, что $KMpMNp$ имеет постоянное значение 3; аналогично может быть показано, что $KWpWNp$ имеет постоянное значение 2. Мы получаем, таким образом, две принимаемые формулы:

84. $XKWpWNp$ и 85. $YKMpMNp$.

Это означает, что в нашей системе существует истинное X-случайное и истинное Y-случайное предложение. Мы смогли согласовать случайность в смысле Аристотеля с нашей четырехзначной модальной логикой.

Из M15 также следует, что X-случайность и Y-случайность являются близнецами. Если мы в M15 заменим 2 на 3, и 3 — на 2, то X станет Y, а Y станет X. Тем не менее X отлично от Y, и притом отлично в большей мере, чем M от W, потому что предложения Xp и Yp являются противоречащими. С помощью M15 легко усмотреть, что имеют силу следующие равенства:

(γ) $Xp=YNp=NYp$ и (δ) $Yp=XNp=NXp$.

Законы противоречия и исключенного третьего истинны для Xp и Yp, то есть мы имеем:

86. $NKXpYp$ и 87. $HXpYp$.

Это означает: ни одно предложение не может быть сразу и X-случайно и Y-случайно, и любое предложение является или X-случайным или Y-случайным. Отрицание X-случайного предложения есть Y-случайное предложение,

и, обратно, отрицание *Y*-случайного предложения есть *X*-случайное предложение. Это звучит как парадокс, так как мы привыкли думать, что то, что не является случайным, либо невозможно, либо необходимо, соотнося невозможность и необходимость с одним и тем же видом возможности. Однако неверно говорить, что то, что не является *X*-случайным, есть либо *M*-невозможное, либо *M*-необходимое; скорее надо сказать, что то, что не является *X*-случайным, есть либо *M*-невозможное, либо *W*-необходимое, а то, что либо *M*-невозможно, либо *W*-необходимо является эквивалентным существованию *Y*-случайного.

То же самое недоразумение лежит в основе полемики вокруг положения:

88. *CKMpMqMKpq*,

которое принимается в нашей системе. Льюис в некоторых своих модальных системах принимает формулу:

89. *CMKpqKMpMq*,

но отбрасывает обратную ей формулу, то есть 88, с помощью следующего аргумента [1]: «Если возможно, что *p* и *q* оба истинны, то *p* возможно и *q* возможно. Эта импликация необратима. Например, возможно, что читатель увидит это сразу. Так же возможно, что он не увидит этого сразу. Однако невозможно, чтобы он и увидел это сразу и не увидел этого сразу». Убедительность этого аргумента иллюзорна. Что здесь имеется в виду под словом «читатель»? Если имеется в виду индивидуальный читатель, скажем *R*, это означает, что либо *R* увидит это сразу, либо *R* не увидит этого сразу. В первом случае первая посылка «Возможно, что *R* увидит это сразу» истинна, но вторая посылка ложна, а как может ложное предложение быть возможно истинным? Во втором случае вторая посылка истинна, но первая — ложна, а ложное предложение не может быть возможно истинным. Две посылки формулы 88 обе вместе недоказуемы, и формула этим путем не может быть опровергнута.

---

[1] C. I. Lewis and C. H. Landford, Symbolic Logic, New York and London, 1932, p. 167.

Если же под «читателем» имеется в виду некоторый читатель, то посылки «Возможно, что некоторый читатель увидит это сразу» и «Возможно, что некоторый читатель не увидит этого сразу» могут быть обе истинными, но в этом случае заключение «Возможно, что некоторый читатель увидит это сразу, а некоторый читатель не увидит этого сразу» также, очевидно, истинно. Конечно, один и тот же читатель не сможет увидеть и не увидеть это одновременно. Пример, данный Льюисом, не опровергает формулы 88, напротив, он подтверждает ее правильность.

Однако, по-видимому, этот пример не следовало бы выбирать. С прибавлением слова «сразу» посылка утрачивает свой характер случайности. Говоря, что читатель увидит это или нет «сразу», мы относим это к чему-то, что решается в момент, когда он смотрит. Истинная же случайность относится к неразрешимым [в данный момент. — *Перев.*] событиям. Обратимся к примеру с монетой, который является аналогичным примеру Аристотеля с морским сражением. Оба примера касаются событий, которые неразрешимы в настоящем, но будут разрешимыми в будущем. Поэтому посылки «Возможно, что выпадет герб» и «Возможно, что герб не выпадет» могут быть обе истинными в настоящем, в то время как заключение «Возможно, что герб и выпадет и не выпадет» никогда не истинно. Мы знаем, однако, что случайность не может быть определена с помощью конъюнкции Mp и MNp, но либо с помощью Mp и WNp, либо с помощью Wp и MNp, так что приведенный выше пример не подпадает под положение 88. Он, следовательно, не может его опровергнуть. Это не было известно Льюису и другим логикам, и, исходя из ошибочного понимания случайности, они отбросили обсуждаемое положение.

§ 53. Некоторые дальнейшие проблемы

Хотя аксиомы и правила вывода нашей четырехзначной системы модальной логики совершенно очевидны, некоторые следствия этой системы могут выглядеть парадоксальными. Мы уже встретили парадоксальное положение, что отрицание случайного предложения также случайно; в качестве другого положения этого рода

я могу привести закон «двойной случайности», согласно которому истинны следующие формулы:

90. *QpXXp* и 91. *QpYYp*.

Проблема состит в том, чтобы найти такую интерпретацию этим формулам, которая была бы интуитивно удовлетворительна и объясняла бы их кажущуюся необычность. Вскоре после того, как стало известно классическое исчисление предложений, возникла горячая оппозиция, направленная против некоторых его принципов, особенно против *CpCqp* и *CpCNpq*, которые воплощают два логических закона, известных еще средневековым логикам и сформулированных ими в следующих словах: «Verum sequitur ad quodlibet u Ad falsum sequitur quodlibet» [1]. Как мне представляется, эти принципы теперь общеизвестны.

Во всяком случае, наша модальная система не находится в этом смысле в худшем положении, чем другие системы модальной логики. Некоторые из них содержат такие интуитивно неочевидные формулы, как:

*92. *QMNMpNMp*,

где проблематическое предложение «Возможно, что *p* невозможно» эквивалентно аподиктическому предложению «Невозможно, что *p*». Вместо этой странной формулы, которая должна быть отброшена, мы имеем в нашей системе положение

93. *QMNMpMNp*,

которое вместе с

94. *QMMpMp*

позволяет нам свести все комбинации модальных функторов, состоящие из *M* и *N*, к четырем несводимым комбинациям, известным Аристотелю, а именно *M* = возможно, *NM* = невозможно, *MN* = ненеобходимо и *NMN* = необходимо.

Вторая проблема касается расширения четырехзначной модальной логики в более высшие системы. В качестве примера может служить восьмизначная система.

[1] Истина следует откуда угодно; из лжи следует все что угодно. — *Прим. перев.*

Мы получаем матрицу M16 этой системы, умножая матрицу M9 на матрицу M1. В качестве элементов новой матрицы мы образуем пары значений: $(1,1) = 1$, $(1,0) = 2$, $(2,1) = 3$, $(2,0) = 4$, $(3,1) = 5$, $(3,0) = 6$, $(0,1) = 7$, $(0,0) = 0$, а затем определяем значения истинности C, N и M согласно равенствам (y), (z) и (α).

C	1	2	3	4	5	6	7	0	N	M
1	1	2	3	4	5	6	7	0	0	1
2	1	1	3	3	5	5	7	7	7	1
3	1	2	1	2	5	6	5	6	6	3
4	1	1	1	1	5	5	5	5	5	3
5	1	2	3	4	1	2	3	4	4	5
6	1	1	3	3	1	1	3	3	3	5
7	1	2	1	2	1	2	1	2	2	7
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7

M16

Цифра *1* обозначает, как обычно, истину, *0* — ложь, а другие цифры составляют промежуточные значения между истиной и ложью. Если мы внимательно рассмотрим матрицу M16, то обнаружим, что вторая строка колонки C идентична колонке M. Следовательно, эта строка представляет матрицу возможности. Таким же образом все другие строки колонки C, за исключением первой и последней, представляют некоторые виды возможностей. Если мы обозначим их символами от M_2 до M_7 включительно, мы сможем констатировать, что M_i при $2 \leqslant i \leqslant 7$ удовлетворяет всем аксиомам возможности, а именно:

95. CpM_ip, *96. CM_ipp, *97. M_ip.

Среди этих различных видов возможности имеются некоторые «более сильные» и некоторые «более слабые», потому что мы имеем, например, CM_2pM_4p или CM_3pM_6p, но не обратно. Поэтому мы можем сказать, что в восьмизначной модальной логике существуют возможности разных степеней. Я всегда думал, что только две модальные системы обладают возможным фило-

софским и научным значением: простейшая модальная система, в которой возможность рассматривается как вообще не имеющая степеней, то есть наша четырехзначная модальная система, и $\aleph_0$-значная система, в которой имеется бесконечно много степеней возможности. Было бы интересно исследовать дальше эту проблему, так как мы можем найти здесь связующее звено между модальной логикой и теорией вероятностей.

ГЛАВА VIII

МОДАЛЬНАЯ СИЛЛОГИСТИКА АРИСТОТЕЛЯ

С моей точки зрения, модальная силлогистика Аристотеля имеет меньшее значение, чем его ассерторическая силлогистика или его вклад в пропозициональную модальную логику. Эта система похожа на логическое упражнение, которое, несмотря на свою кажущуюся утонченность, полно небрежных ошибок и лишено какого бы то ни было полезного приложения к научным проблемам. Тем не менее два спорных вопроса этой силлогистики заслуживают своего изучения, главным образом в силу исторических соображений: это вопрос о силлогизмах с одной ассерторической и одной аподиктической посылкой и вопрос о силлогизмах со случайными посылками.

§ 54. Модусы с двумя аподиктическими посылками

Аристотель рассматривает модальную силлогистику по образцу своей ассерторической силлогистики. Силлогизмы подразделяются на фигуры и модусы; некоторые модусы принимаются как совершенные и не нуждающиеся в доказательстве в силу их самоочевидности; несовершенные модусы доказываются посредством обращения, reductio ad absurdum или же посредством так называемого «выделения». Неправильные модусы отбрасываются с помощью их интерпретации на конкретных терминах. Кажется странным, что, за единственным исключением, Аристотель не применял теорем пропозициональной модальной логики. Мы увидим, что это привело бы в ряде случаев к более изящным и простым доказательствам, нежели те, которые им даны.

Закон обращения для аподиктических предложений аналогичен тому же закону для ассерторических

предложений. Соответственно этому истинны следующие положения: «Если необходимо, что ни одно *b* не должно быть *a*, то необходимо, что ни одно *a* не должно быть *b*», — или в символическом выражении:

98. *CLEbaLEab*,

и «Если необходимо, что всякое *b* или некоторое *b* должно быть *a*, то необходимо, что некоторое *a* должно быть *b*», или в символическом выражении:

99. *CLAbaLIab* и 100. *CLIbaLIab*[1].

Данные Аристотелем доказательства неудовлетворительны [2]. Он не заметил, что законы 98—100 могут быть непосредственно выведены из аналогичных законов ассерторической силлогистики с помощью теоремы

18. *CCpqCLpLq*.

Например, из 18 подстановкой *Eba* на место *p*, а *Eab* — на место *q* мы получаем в антецеденте ассерторический закон обращения, отсюда мы можем отделить консеквент, то есть закон 98.

Согласно Аристотелю, силлогизмы с двумя аподиктическими посылками тождественны ассерторическим силлогизмам, за исключением того, что у них должен быть добавлен как к посылкам, так и к заключению признак необходимости [3]. В соответствии с этим формула для модуса Barbara будет гласить:

101. *CKLAbaLAcbLAca*.

Аристотель молчаливо допускает, что модусы первой фигуры совершенны и не нуждаются в доказательстве. Модусы других фигур, которые не являются совершенными, должны быть доказаны соответственно доказательствам

---

[1] «Первая аналитика», I, 3, 25a29. «...если *A* необходимо не присуще ни одному *B*, то *B* необходимо не присуще ни одному *A*». 32. «Если же *A* необходимо присуще всем или некоторым *B*, то и *B* необходимо присуще некоторым *A*».

[2] Ср. A. Becker, op. cit., p. 90.

[3] «Первая аналитика», 8, 29b35. «С необходимо ⟨присущим⟩ дело обстоит почти так же, как с присущим, так как, при одинаковом положении терминов ⟨в посылках⟩ о присущем и необходимо присущем или не присущем, силлогизм получится и не получится с тем лишь различием, что к терминам прибавляется «необходимо присуще» или «необходимо не присуще».

ассерторических силлогизмов, за исключением Baroco и Bocardo, которые в ассерторической силлогистике доказываются посредством reductio ad absurdum, а здесь должны быть доказаны с помощью выделения [1]. Отметим еще раз: для всех этих доказательств было бы проще применить теорему 18, как это будет явствовать из следующего примера.

С помощью законов экспортации и импортации *CCKpqrCpCqr* и *CCpCqrCKpqr* может быть показано, что 15, ассерторический модус Barbara, эквивалентен формуле

102. *CAbaCAcbAca.*

Эта чисто импликативная форма более удобна для выведения следствий, чем конъюнктивная форма. Согласно положению 3*CLpp*, мы имеем:

103. *CLAbaAba,*

а из 103 и 102 с помощью гипотетического силлогизма получаем:

104. *CLAbaCAcbAca.*

С другой стороны, мы имеем в результате подстановки в 18:

105. *CCAcbAcaCLAcbLAca,*

а из 104 и 105 вытекает следствие:

106. *CLAbaCLAcbLAca,*

которое эквивалентно 101. Все остальные силлогистические модусы с двумя аподиктическими посылками могут быть доказаны таким же путем, без новых аксиом, законов обращения, reductio ad absurdum или же аргументов, использующих выделение.

§ 55. Модусы с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой [2]

Силлогистические модусы первой фигуры с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой

---

[1] «Первая аналитика», I, 8, 30a3—14.

[2] Ср. J. Lukasiewicz, On a Controversial Problem of Aristotle's Modal Syllogistic, «Dominican Studies», vol. VII, 1954, p. 114—128.

рассматриваются Аристотелем раздельно, в зависимости от того, какая из посылок — бо́льшая или меньшая — является аподиктической. Аристотель говорит, что когда бо̀льшая посылка аподиктическая, а меньшая — ассерторическая, мы получаем аподиктическое заключение; когда же меньшая — аподиктическая, а бо̀льшая — ассерторическая, мы можем иметь только ассерторическое заключение [1].

Это различие сделается ясным с помощью следующих примеров модуса Barbara. Аристотель формулирует силлогизм: «Если необходимо, что всякое *b* должно быть *a*, то если всякое *c* есть *b*, тогда необходимо, что всякое *c* должно быть *a*». Однако он отбрасывает силлогизм «Если всякое *b* есть *a*, то если необходимо, что всякое *c* должно быть *b*, тогда необходимо, что всякое *c* должно быть *a*». В символическом выражении

(ε) *CLAbaCAcbLAca* принимается,
(-) *CAbaCLAcbLAca* отбрасывается.

Аристотель рассматривает силлогизм (ε) как самоочевидный. Он говорит: «Поскольку всякое *b* необходимо есть *a* или не *a* и *c* есть одно из *b*, то очевидно (θανερόν), что *c* также необходимо будет *a* или не *a*» [2]. По причинам, которые будут разъяснены позже, затруднительно показать это на примерах. Однако следующая иллюстрация, возможно, сделает силлогизм (ε) более приемлемым для интуиции. Представим себе, что выражение *LAba* означает: «Всякое *b* связано проволокой с *a*». Отсюда очевидно, что всякое *c* (поскольку всякое *c* есть *b*) также связано проволокой с *a*, то есть *LAca*. В самом деле, все, что истинно некоторым образом отно-

---

[1] «Первая аналитика», I, 9, 30a15—25: «Бывает и так, что заключение будет о необходимо присущем, когда необходимость выражает одна из посылок, но не любая, а та, в которой содержится больший крайний ⟨термин⟩. Например, если принять, что *A* необходимо присуще или не присуще *B*, а *B* ⟨просто⟩ присуще *C*, и если взять посылки именно так, то *A* будет необходимо присуще или не присуще *C*». (Далее следует фраза, которую мы приводим в следующем примечании.) «Если же посылка *AB* не выражает необходимость, а *BC* выражает ⟨необходимость⟩, то не будет заключения о необходимо присущем».

[2] Там же, 30a21. «... в самом деле, так как *A* необходимо присуще или не присуще всем *B*, а *C* есть часть *B*, то очевидно, что и *C* будет необходимо присуще или не присуще ⟨*A*⟩».

сительно всякого b, таким же образом истинно также и для всякого c, если всякое c есть b. Очевидность последнего предложения вне всякого сомнения.

Однако мы знаем от Александра, что очевидность силлогизма (ε), как ее трактовал Аристотель, не была достаточно убедительной для его друзей — учеников Теофраста и Евдема [1]. В противоположность Аристотелю, они придерживались взгляда, что если одна из посылок ассерторическая, то и заключение должно быть таким же; точно так же как если одна из посылок отрицательная, то и заключение должно быть отрицательно, и если одна из посылок частная, то и заключение должно быть частное; иными словами, соответственно общему правилу, сформулированному позднее схоластами: Peiorem sequitur semper conclusio partem [2].

Этот аргумент может быть легко опровергнут. Силлогизм (ε) дедуктивно эквивалентен проблематическому модусу Bocardo третьей фигуры: «Если возможно, что некоторое c не будет a, то если всякое c есть b, тогда возможно, что некоторое b не будет a». В символическом выражении:

(η) *CMOcaCAcbMOba.*

Силлогизм (η) так же очевиден, как и (ε). Его очевидность может быть проиллюстрирована на примерах. Предположим, что урна содержит бюллетени, пронумерованные от 1 до 90, и пусть c означает «номер, извлеченный из урны», b — «четный номер, извлеченный из урны», а a — «номер, делимый на 3». Мы допускаем, что в некотором случае из урны было вынуто пять четных номеров, так что посылка «Всякий номер, извлеченный из урны, есть четный номер, извлеченный из урны», то есть Acb, является фактически истинной. Из этого мы можем с уверенностью заключить, что если в нашем

---

[1] Комментируя отрывок, цитированный на стр. 254, прим. 1, Александр говорит (124, 8): «Так утверждает этот. Но друзья его, то есть ученики Евдем и Теофраст, не согласны с ним. Они говорят, что во всех сочетаниях, где одна посылка выражает необходимость, а другая имеет дело с просто присущим, то, если рассуждать силлогистически, заключение будет говорить только о просто присущем... (17) просто присущее хуже, чем необходимое».

[2] Заключение всегда определяется более слабой частью. — *Прим. перев.*

случае возможно, что некоторый извлеченный из урны номер не будет делим на 3, то есть *MOca*, то в нашем случае также возможно, что некоторый четный номер, извлеченный из урны, не будет делим на 3, то есть *MOba*.

Аристотель допускает силлогизм (η) и доказывает его посредством reductio ad absurdum из силлогизма (ε) [1]. Он, однако, не выводил (ε) из (η), хотя и определенно знал, что это может быть сделано. Александр заметил это и дает явное доказательство (ε) из (η) посредством reductio ad absurdum, говоря, что такой аргумент нужно рассматривать как самое основательное доказательство в пользу учения Аристотеля [2]. Так как в согласии с ним друзья Аристотеля приняли силлогизм (η), который удовлетворяет правилу слабейшей части, и так как (ε) выводим из (η), они уже не могут отбросить (ε) на основании этого правила [3], которое становится ложным, когда применяется к модальностям.

В следующем параграфе мы увидим, что был еще и другой аргумент, выдвинутый Теофрастом и Евдемом против силлогизма (ε), который не мог быть опровергнут Александром, так как он остается или же снимается вместе с аргументом Аристотеля. Несмотря на то, что Александр говорит о «самом основательном доказательстве», все же чувствуется, что у него остается некоторая неуверенность, так как он, приведя ряд аргументов в поддержку мнения Аристотеля (приведенный выше аргумент является последним), замечает в заключении, что в других своих работах он с большей строгостью показал, какие из этих аргументов основательны, а какие

---

[1] «Первая аналитика», I, 21, 39b33—39. «Действительно, пусть *B* будет присуще всем *C*, а *A*, возможно, не присуще некоторым *C*, тогда необходимо, чтобы *A* было, возможно, не присуще некоторым *B*. Ибо если бы *A* было необходимо присуще всем *B*, а *B*, согласно предположению, присуще всем *C*, то *A* было бы необходимо присуще всем *C*, как было ⟨уже⟩ доказано выше, но ведь было предположено, что *A*, возможно, некоторым *C* не присуще».

[2] Александр, комментируя силлогизм (ε) (127,3), пишет: «Подтверждается, что сказанное Аристотелем здраво, в особенности, если прибегнуть к доказательству через невозможное, пользуясь третьей фигурой... (12). Как Аристотель, так и его друзья находили, что в этом сочетании по третьей фигуре возможно получить частноотрицательное заключение».

[3] То есть правило, согласно которому заключение определяется слабейшей частью. — *Прим. перев.*

нет [1]. Александр ссылается здесь на свою работу «О спорах между Аристотелем и его друзьями относительно смешанных модусов» и на свои «Логические схолии» [2]. К сожалению, обе работы утеряны.

Эта полемика возродилась в наше время. Сэр Дэвид Росс, комментируя силлогизм (ε) и его доказательство из силлогизма (η), решительно заявляет [3]: «Все же аристотелевское учение явно ошибочно. Ибо то, что он пытается показать, состоит в том, что посылки доказывают не только то, что всякое *C* есть *A*, но также, что они необходимо есть *A*, точно так же как всякое *B* необходимо есть *A*, то есть в силу неизменной необходимости их собственной природы; в то время как на самом деле они только показывают, что, поскольку всякое *C* есть *B*, оно также есть и *A*, однако не в силу неизменной необходимости их собственной природы, а в силу временной необходимости, возникающей из их временного участия в природе *B*».

Этот аргумент является метафизическим, так как термины «природа предмета» и «неизменная необходимость его природы» принадлежат метафизике. Однако за этой метафизической терминологией скрывается логическая проблема, которая может быть решена с помощью нашей четырехзначной модальной логики. Теперь обратимся к силлогизму, который Аристотелем отбрасывается.

§ 56. Отбрасываемые модусы с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой

Силлогизм (ζ) так же очевиден, как и силлогизм (ε). Удивительно, что Аристотель отбрасывает силлогизм

(ζ) *CAbaCLAcbLAca*,

---

[1] Александр, 127, 14. «Такими и столь же важными аргументами кто-либо может воспользоваться для того, чтобы подкрепить мнение, высказанное Аристотелем. Какие из них следует считать здравыми и какие нездравыми, я, как сказал выше, доказал более строго в других сочинениях».

[2] Первое сочинение имеет заглавие (Александр, 125, 30) «О спорах между Аристотелем и его друзьями относительно смешанных модусов». Ср. Александр, 249, 38—250, 2, где вместо слова „διαφορᾶς“ (споры) употребляется „διαφωνίας“ (разногласия); другое цитируемое им сочинение носит заглавие «Логические схолии».

[3] W. D. Ross, op. cit., p. 43.

хотя ясно, что этот силлогизм покоится на той же основе, что и принимаемый силлогизм (ε). Для того чтобы показать его очевидность, используем ту же иллюстрацию, что и раньше. Если *LAcb* означает, что всякое *c* связано проволокой с *b* и всякое *b* есть *a*, то есть *Aba*, то очевидно, что всякое *c* связано проволокой с *a*, то есть *LAca*. Говоря более общо, если каждое *b* есть *a*, то если каждое *c* связано каким-либо способом с *b*, то оно должно быть тем же самым способом связано с *a*. Это кажется очевидным.

Наиболее убедительный аргумент заключается в том, что силлогизм (ζ) законно следует из его дедуктивной эквивалентности проблематическому модусу Baroco второй фигуры:

(θ) *CAbaCMOcaMOcb*,

или в словесном выражении: «Если каждое *b* есть *a*, то если возможно, что некоторое *c* не будет *a*, то возможно, что некоторое *c* не будет *b*». Это может быть проиллюстрировано примером. Обратимся к нашей урне, из которой было извлечено пять номеров, и допустим, что всякий четный номер, извлеченный из урны (*b*), делим на 3(*a*), то есть *Aba*. Из этой фактической истины мы можем с уверенностью заключить, что если возможно, что некоторый извлеченный из урны номер (*c*) не будет делим на 3, то есть *MOca*, то так же возможно, что некоторый извлеченный из урны номер не будет четным номером, то есть *MOcb*. Этот силлогизм кажется совершенно очевидным. Несмотря на это, Аристотель опровергает силлогизм (ζ) сначала посредством чисто логического аргумента, который будет рассмотрен позже, а затем с помощью следующего примера. Пусть *c* означает «человек», *b* — «живое существо», а *a* — «находящееся в движении». Он допускает, что предложение «Каждый человек есть живое существо» необходимо истинно, то есть *LAcb*; однако не необходимо, что всякое живое существо должно находиться в движении, последнее может быть принято только в качестве фактической истины, то есть *Aba*, и также не необходимо, что каждый человек должен находиться в движении, то есть *LAca* не является истинным [1].

[1] «Первая аналитика», I, 9, 30a28. «Из терминов, кроме того, очевидно, что заключение не будет о необходимо ⟨присущем⟩. Пусть,

Пример Аристотеля недостаточно убедителен, так как мы не можем допустить в качестве фактической истины, что всякое живое существо находится в движении. Более подходящий пример дает наша урна. Пусть *c* означает «номер, извлеченный из урны и делимый на 4», *b* — «четный номер, извлеченный из урны» и *a* — «делимые на 3». Аристотель согласился бы, что предложение «Каждый четный номер, извлеченный из урны и делимый на 4, есть четный номер, извлеченный из урны» необходимо истинно, то есть *LAcb* в то время как посылка «Каждый четный номер, извлеченный из урны, является делимым на 3» может быть только принята как фактическая истина, то есть *Aba*, а заключение «Каждый номер, извлеченный из урны и делимый на 4, делим на 3» также является только фактической истиной, то есть *Aca*, но не *LAca*. «Природа» номера, извлекаемого из урны и делимого на 4, не включает в себя какую-либо «неизменную необходимость» для него быть делимым на 3.

Поэтому может показаться, что Аристотель прав, отбрасывая силлогизм (ζ). Однако дело осложняется, так как можно показать, что как раз тот же самый аргумент может быть направлен и против силлогизма

(ε) *CLAbaCAcbLAca.*

Это было замечено Теофрастом и Евдемом, которые опровергали (ε), используя в другом порядке те же термины, которые были применены и Аристотелем для опровержения (ζ). Пусть *b* означает «человек», *a* — «живое существо» и *c* — «находящееся в движении». Они согласны с Аристотелем, что предложение «Каждый человек есть живое существо» необходимо истинно, то есть *LAba*, и они допускают в качестве фактически истинного, что «Всякое, находящееся в движении, есть человек», то есть *Acb*. Посылки (ε), таким образом, верифицируются, но очевидно, что заключение «Всякое находящееся в движении есть живое существо», то есть *Aca*,

---

например, *A* будет движение, *B* — живое существо, а *C* — человек. Человек необходимо есть живое существо, но и живое существо и человек движутся не необходимо».

не является необходимо истинным [1]. Этот пример столь же не убедителен, как и соответствующий пример Аристотеля, так как мы не можем допустить, что посылка *Acb* является фактически истинной.

Мы можем привести более удачный пример с нашей урной. Пусть *b* означает «номер, делимый на 6», *a* — «номер, делимый на 3» и *c* — «четный номер, извлеченный из урны». Аристотель допустил бы, что предложение «Каждый номер, делимый на 6, делим и на 3» необходимо истинно, то есть *LAba*, однако может быть лишь фактически истинно, что «Каждый четный номер, извлеченный из урны, делим на 6», то есть *Acb*, и также только фактически истинно, что «Каждый четный номер, извлеченный из урны, делим на 3», то есть *Aca*. Предложения *Acb* и *Aca*, очевидно, эквивалентны друг другу, и если одно из них только фактически истинно, то другое не может быть необходимо истинным.

Спор между Аристотелем и Теофрастом относительно модусов с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой привел нас к парадоксальному положению: по-видимому, существуют равносильные аргументы за и против силлогизмов (ε) и (ζ). Полемика, проиллюстрированная на примере модуса Barbara, может быть распространена на все другие модусы этого рода. Она указывает на ошибку, которая таится в самих основаниях модальной логики и имеет своим источником ложное понимание необходимости.

§ 57. Разрешение спора

Парадоксальная ситуация, изложенная выше, совершенно аналогична тем трудностям, с которыми мы столкнулись при применении модальной логики к теории тождества. С одной стороны, силлогизмы, о которых идет речь, не только самоочевидны, но и могут быть доказаны в нашей системе модальной логики. Я дам здесь полное доказательство силлогизмов (ε) и (ζ), основанное, кроме всего прочего, на сильном *L*-законе экстенсиональности, известном еще Аристотелю.

---

[1] Александр, 124, 21. «Они доказывают, что и по материи дело обстоит таким образом... (24). Всякий человек необходимо есть живое существо, всякий человек есть нечто движущееся, однако не необходимо, что всякое живое существо есть нечто движущееся».

Посылки:

3. *CLpp*
18. *CCpqCLpLq*
24. *CCpqCCqrCpr*
33. *CCpCqrCqCpr*
102. *CAbaCAcbAca.*

Вывод:

18. *p/Aba, q/Aca* × 107
107. *CCAbaAcaCLAbaLAca*
33. *p/Aba, q/Acb, r/Aca* × *C*102—108
108. *CAcbCAbaAca*
24. *p/Acb, q/CAbaAca*
r/CLAbaLAca × *C* 108 —*C*107 — 109
109. *CAcbCLAbaLAca*
33. *p/Acb, q/LAba, r/LAca* × *C*109 — 110
110. *CLAbaCAcbLAca* (ε)
18. *p/Acb, q/Aca* × 111
111. *CCAcbAcaCLAcbLAca*
24. *p/Aba, q/CAcbAca,*
r/CLAcbLAca × *C*102—*C*111—112
112. *CAbaCLAcbLAcbLAca* (ζ)

Мы видим, что силлогизмы (ε) и (ζ), обозначенные здесь через 110 и 112, есть принимаемые выражения нашей модальной логики.

С другой стороны, мы получаем положение 113 из 110 с помощью подстановки *b/a* и положение 114 из 112 с помощью подстановки *b/c* и коммутации антецедентов:

113. *CLAaaCAcaLAca* 114. *CLAccCAcaLAca.*

Оба положения имеют в консеквенте выражение *CAcaLAca*, то есть предложение: «Если каждое *c* есть *a*, то необходимо, что каждое *c* должно быть *a*». Если это предложение принимается, то все истинные общеутвердительные предложения должны быть необходимы, что противоречит интуиции. Более того, так как *CAcaLAca* эквивалентно *CNLAcaNAca*, а *Aca* означает то же самое, что и *NOca*, мы должны были бы иметь *CNLNOcaNNOca* или *CMOcaOca*. Это последнее предложение, которое означает «Если возможно, что некоторое *c* не есть *a*, то

некоторое *c* не есть *a*» — не истинно, так как хотя и возможно, что номер, извлеченный из урны, не будет четным, однако если это предложение верно, то каждая серия извлечений должна содержать нечетный номер — результат, явно противоречащий фактам.

Выражение *CAcaLAca* должно быть, следовательно, отброшено, и мы получаем:

*115. *CAcaLAca*,

из которого, согласно нашим правилам для отбрасываемых выражений, вытекает следствие:

113. $\times C$*116 — *115

*116. *LAaa*.

Аподиктический аристотелевский закон тождества должен быть отброшен, подобно аподиктическому принципу тождества *LJxx*. Это соответствует нашей общей точке зрения, согласно которой ни одно аподиктическое предложение не истинно. Консеквент выражения 113, то есть *CAcaLAca*, не может быть отделен, и несовместимость между допущением истинных аподиктических предложений и принятием сильного *L*-закона экстенсиональности разрешается в пользу закона экстенсиональности. Я не уверен, что какая-либо другая система модальной логики сможет удовлетворительно разрешить этот древний спор.

Ранее я упоминал, что Аристотель пытается опровергнуть силлогизм (ζ) не только с помощью примеров, но также с помощью чисто логического аргумента. Утверждая, что посылки *Aba* и *LAcb* не дают аподиктического заключения, он говорит: «Если заключение было бы необходимо, то из него с помощью силлогизма первой или третьей фигуры следовало бы, что некоторое *b* необходимо есть *a*; однако это ложно, потому что *b* может быть таким, что, возможно, ни одно *b* не есть *a* [1]. Аристотель ссылается на аподиктические модусы Darii и Darapti; поскольку из (ζ) в сочетании с одним из этих

---

[1] «Первая аналитика», I, 9, 30a25 (продолжение цитаты, приведенной на стр. 254, прим. 1): «Ибо, если бы заключение было необходимо ⟨присущем⟩, то и *A* было бы необходимо присуще некоторым *B*, согласно первой и третьей фигуре. Но это было бы неправильно, ибо вполне возможно, что *B* таково, что *A* может быть и совсем ему не присущим».

модусов мы можем получить следствие *CAbaCLAcbLIba*. Доказательство из Darapti гласит:

117. *CCpCqrCCrCqsCpCqs*
112. *CAbaCLAcbLAca* (ζ)
118. *CLAcaCLAcbLIba* (Darapti)
117. *p/Aba, q/LAcb, r/LAca, s/LIba*×*C*112—*C*118—119
119. *CAbaCLAcbLIba*

Доказательство из Darii дает то же следствие, но оно более сложно. Аристотель, по-видимому, пренебрегает посылкой *LAcb* и интерпретирует это следствие как простую импликацию:

*120. *CAbaLIba*,

которая, очевидно, ложна и должна быть отброшена. Или же, возможно, он думал, что *LAcb* можно сделать истинным с помощью подходящей подстановки на место *c* и опускания. Если так, то он ошибался и его доказательство несостоятельно. Кроме того, на этом примере мы видим, как трудно подтвердить законность таких положений, как 119, 112 или 110 посредством терминов, дающих некоторые якобы истинные аподиктические посылки. Так как многие логики уверены, что такие предложения действительно истинны, невозможно убедить их относительно законности этих силлогизмов с помощью примеров.

Заканчивая это обсуждение, мы можем сказать, что Аристотель был прав, принимая (ε), но ошибался, отбрасывая (ζ). Теофраст же и Евдем ошибались в обоих случаях.

§ 58. Модусы с возможными посылками

Аристотелевская теория проблематических силлогизмов обнаруживает очень странный пробел: модусы с возможными посылками находятся в полном пренебрежении ради модусов со случайными посылками. Согласно сэру Дэвиду Россу, «Аристотель всегда употребляет в *посылке* ἐνδέχεται в значении «не невозможно и не необходимо», где только правильное *заключение* является таким, в котором ἐνδέχεται имеет значение «не невозможно», и он, как правило, аккуратно указывает на

это»[1]. Действительно, Аристотель, по-видимому, должен был точно различать два значения ἐνδέχεσθαι, когда говорит, излагая, например, модусы первой фигуры с двумя проблематическими посылками, что ἐνδέχεσθαι в этих модусах должно пониматься, согласно данному им определению, то есть как «случайное», а не в смысле «возможного». Он добавляет, однако, что это иногда упускается из виду[2]. Кто же мог это упустить? Конечно, сам Аристотель или кто-нибудь из его учеников, и именно в силу двусмысленности термина ἐνδέχεσθαι. В сочинении «Об истолковании» ἐνδεχόμενον означает то же самое, что и δυνατόν[3], в то время как в «Первой аналитике» оно имеет два значения. Всегда опасно употреблять одно и то же слово в двух значениях, которые могут быть невольно смешаны, так же как и использовать два различных слова с одним и тем же значением. Аристотель иногда говорит ἐγχωρεῖ вместо ἐνδέχεται, а также употребляет последний термин в двух значениях[4]. Мы не можем быть всегда уверены в том, что же он имеет в виду под ἐνδέχεται. Двусмысленность этого термина, вероятно, способствовала полемике между ним и его друзьями Теофрастом и Евдемом. Поэтому жаль, что Аристотель отдельно не рассматривает модусы с возможными посылками до того, как он вводит случайность. Мы восполним этот недостаток, который до сих пор ускользал от внимания ученых.

Рассмотрим вначале законы обращения. Аристотель начинает изложение этих законов в главе третьей книги первой «Первой аналитики» с утверждения, что термин ἐνδέχεσθαι имеет несколько значений. Затем он говорит, не давая объяснений различным значениям этого термина, что законы обращения утвердительных предложений одни и те же для всех видов ἐνδέχεσθαι, законы же обращения отрицательных предложений различны. Он

---

[1] W. D. Ross, op. cit., p. 44. См. также таблицу правильных модусов, проверяемых, p. 286.

[2] «Первая аналитика», I, 14, 33b21. «...следует возможное брать не в ⟨смысле⟩ необходимого, а согласно определению, приведенному ⟨выше⟩, что, однако, иногда упускается из виду».

[3] См. стр. 194, прим. 1.

[4] Ср., например, «Первая аналитика», I, 3, 25b10 (стр. 265, прим. 1) и I, 9, 30a27 (стр. 262, прим. 1) с I, 13, 32b30 (стр. 267, прим. 1).

открыто констатирует, что проблематические предложения «Каждое *b* может быть *a*» и «Некоторое *b* может быть *a*» (я употребляю глагол «мочь», для того чтобы охватить оба вида проблематического предложения) обратимы в предложение «Некоторое *a* может быть *b*», которое дает для возможности формулы:

121. *CMAbaMIab* и 122. *CMIbaMIab*.

Закон обращения общеотрицательных предложений объясняется только на примерах, из которых мы можем вывести формулу

123. *CMEbaMEab*.

Молчаливо принимается, что частноотрицательные возможные предложения необратимы [1]. Из этого мы видим, что законы обращения возможных предложений трактуются Аристотелем несколько небрежно. По-видимому, он не придавал слишком большого значения понятию «возможности».

Формулы 121—123 правильны и легко выводимы из аналогичных законов обращения для ассерторических предложений посредством теоремы

19. *CCpqCMpMq*.

Та же самая теорема, то есть сильный *M*-закон экстенсиональности, позволяет нам обосновать всю теорию силлогизмов с возможными посылками. С помощью классического исчисления предложений мы получаем из 19 следующие формулы:

124. *CCpCqrCMpCMqMr* и 125. *CCpCqrCpCMqMr*.

---

[1] «Первая аналитика», I, 3, 25a37—25b14. «Слово «возможное» имеет различный смысл... Во всех ⟨таких⟩ утвердительных суждениях с обращением дело будет обстоять точно так же. Действительно, если *A* возможно присуще всем или некоторым *B*, то и *B* возможно присуще некоторым *A*... (25b3). В отрицательных же суждениях⟩ дело обстоит не так. Но там, где мы под возможным понимаем или необходимо не быть присущим, или не необходимо быть присущим, там дело обстоит точно так же... (25b9) ибо если ни один человек возможно не есть лошадь, то тогда и ни одна лошадь возможно не есть человек... (25b13). Точно так же обстоит дело и с частноотрицательным суждением».

Формула 124 дает модусы с двумя возможными посылками и возможным заключением: мы просто должны прибавить знак возможности к посылкам и заключению правильных ассерторических модусов. Так, например, в соответствии с 124 из ассерторического модуса Barbara с помощью подстановки *p/Aba*, *q/Acb*, *r/Aca* мы получаем силлогизм:

126. *CMAbaCMAcbMAca.*

Формула 125 дает модусы с одной ассерторической и одной возможной посылкой, не важно, какой именно, например:

127. *CAbaCMAcbMAca* и 128. *CMAbaCAcbMAca.*

Рассматриваемая система является чрезвычайно богатой. Любая посылка может быть усилена путем замены ассерторического или проблематического предложения соответствующим аподиктическим предложением. Кроме того, имеются модусы с одной проблематической и одной аподиктической посылкой, которые дают аподиктические заключения согласно формуле:

129. *CCpCqrCMpCLqLr.*

Так, например, мы имеем модус:

130. *CMAbaCLAcbLAca,*

который противоречит правилу *слабейшей части*, принятому Теофрастом и Евдемом.

Я думаю, что Аристотель, конечно, принял бы не последний силлогистический модус, но модусы с возможными посылками, в частности 126 и 128. Действительно, в «Первой аналитике» имеется интересное вводное замечание к теории проблематических силлогизмов, которое, на мой взгляд, может быть применено как к возможности, так и к случайности. Аристотель говорит, что выражение «О любом, о чем высказывается *b*, может быть высказано и *a*» имеет два значения, лучший перевод которых представляется следующим: «Для всякого *c* если каждое *c* есть *b*, то каждое *c* может быть *a*» и «Для всякого *c* если каждое *c* может быть *b*, то каждое *c* может быть *a*». Затем он добавляет, что выражение «О любом, о чем высказывается *b*, может быть высказано *a*», означает то же самое, что и «Каждое *b* может

быть a» [1]. Итак, мы имеем две эквивалентности: «Каждое b может быть a» означает или «Для всякого c, если каждое c есть b, то каждое c может быть a», или «Для всякого c, если каждое c может быть b, то каждое c может быть a». Если мы интерпретируем «мочь» в смысле возможности, то получим формулы:

131. $QMAba\Pi cCAcbMAca$ и
132. $QMAba\Pi cCMAcbMAca$,

которые истинны в нашей системе модальной логики и из которых легко выводимы модусы 128 и 126. Если, однако, «мочь» интерпретировать в смысле случайности, каковым, по всей вероятности, и было намерение Аристотеля, то тогда вышеприведенные формулы становятся ложными.

§ 59. Законы обращения случайных предложений

Продолжая свое изложение законов обращения модальных предложений, Аристотель в начале «Первой аналитики» говорит, что общеотрицательные случайные предложения не обратимы, тогда как частноотрицательные — обратимы [2].

Это любопытное утверждение требует внимательного изучения. Вначале я критически рассмотрю его, однако не с точки зрения моей модальной системы, а с точки зрения основной модальной логики, принимаемой Аристотелем и всеми логиками.

Согласно Аристотелю, случайность есть то, что не необходимо и не невозможно. Такое понимание случайного явно подразумевается в несколько неуклюжем

---

[1] «Первая аналитика», I, 13, 32b27. «...если говорится «A возможно присуще тому, о чем высказывается B», это означает одно из двух — ⟨оно присуще⟩ или тому, о чем B высказывается, или тому, о чем ⟨B⟩ возможно высказывается. Выражение «A возможно присуще тому, о чем высказывается B» означает то же, что «A может быть присуще всем B».

[2] Там же, 3, 25b14 (продолжение цитаты, приведенной на стр. 265, прим. 1): «Если же говорится о возможном (согласно нашему определению, ⟨собственно возможного) как наиболее часто встречающемся и свойственном природе вещей, то с обращением отрицательных ⟨суждений⟩ дело будет обстоять не так: общеотрицательное суждение не обратимо, а частноотрицательное — обратимо».

определении Аристотеля и выразительно подтверждается Александром [1]. Повторим его для того, чтобы гарантировать здесь полную ясность: «*p* — случайно означает то же самое, что и *p* — не необходимо и *p* — не невозможно», или в символической форме:

48. *QTpKNLpNLNp.*

Эта формула, очевидно, эквивалентна выражению

50. *QTpKMpMNp,*

то есть случайно то, что может быть, а может и не быть.

Формулы 48 и 50 являются весьма общими и применимы к любому предложению *p*. Применим их к общеотрицательному предложению *Eba*. Мы получаем из 50:

133. *QTEbaKMEbaMNEba.*

Так как *NEba* эквивалентно *Iba*, мы также имеем:

134. *QTEbaKMEbaMIba.*

Теперь мы можем вывести из законов обращения:

123. *CMEbaMEab* и 122. *CMIbaMIab,*

что *MEba* эквивалентно *MEab*, а *MIba* эквивалентно *MIab*; отсюда мы имеем:

135. *QKMEbaMIbaKMEabMIab.*

Первая часть этой формулы, *KMEbaMIba,* эквивалентна *TEba*, вторая часть, *KMEabMIab*, эквивалентна *TEab*; так что мы имеем в итоге:

136. *QTEbaTEab.*

Это означает, что случайные общеотрицательные предложения обратимы.

Как же случилось, что Аристотель не заметил этого простого доказательства, когда в его распоряжении имелись все его посылки? Мы здесь уже касались других изъянов его модальной логики, даже более трудных для исправления, нежели те, которые были вызваны аристотелевской идеей о необходимости. Посмотрим же, как Аристотель пытается опровергнуть формулу 136.

---

[1] См. выше, параграф 45, в частности стр. 217—218.

Аристотель весьма общо замечает, что случайные предложения с противоположными аргументами взаимно обратимы относительно своих аргументов. Следующие примеры пояснят эту не очень ясную формулировку. «Случайно, что *b* будет *a*» обратимо с «Случайно, что *b* не будет *a*»; «Случайно, что каждое *b* будет *a*» обратимо с «Случайно, что не каждое *b* будет *a*»; и «Случайно, что некоторое *b* будет *a*» обратимо со «Случайно, что некоторое *b* не будет *a*» [1]. Этот вид обращения я буду, следуя Дэвиду Россу, называть «дополнительным обращением» [2].

Согласно этому, Аристотель мог бы принять, что предложение «Случайно, что каждое *b* будет *a*» обратимо с предложением «Случайно, что ни одно *b* не будет *a*», или в символах:

(ι) *QTAbaTEba* (принимается Аристотелем).

Это есть исходный пункт его доказательства, которое совершается посредством reductio ad absurdum. Он аргументирует, в сущности, так: Если *TEba* обратимо с *TEab*, то *TAba* будет обратимо с *TEab*, а так как *TEab* обратимо с *TAab*, мы должны получить ложное следствие:

(χ) *QTAbaTAab* (отбрасывается Аристотелем) [3].

---

[1] «Первая аналитика», I, 13, 32a29. «Бывает, что все посылки о возможном взаимно обратимы. Я имею в виду не обращение утвердительных ⟨посылок⟩ в отрицательные, а то, что ⟨посылки⟩, будучи противоположными друг другу, имеют утвердительную форму, как, например, «может быть присущим» — в «может быть не присущим». А также «возможно присуще всем» — в «возможно не присуще ни одному» или «не всем», а также «возможно присуще некоторым» — в «возможно не присуще некоторым».

[2] W. D. Ross, op. cit., p. 44.

[3] «Первая аналитика», I, 17, 36b35. «Прежде всего следует доказать, что отрицательное ⟨суждение⟩ о возможно ⟨присущем⟩ не обратимо. Например, если *A* возможно не присуще ни одному *B*, то не необходимо, чтобы и *B* возможно не было присуще ни одному *A*. В самом деле, предположим, что это так и что *B* возможно не присуще ни одному *A*. Так как утвердительные суждения о возможно ⟨присущем⟩ допускают превращение их в отрицательные, как в противные, так и в противоположные ⟨суждения⟩, и *B* возможно не присуще ни одному *A*, то очевидно, что *B* также возможно присуще всем *A*. Но это неверно, ибо если нечто возможно присуще всему другому, то не необходимо, чтобы это другое было возможно присуще первому. Следовательно, отрицательное ⟨суждение⟩ о возможно ⟨присущем⟩ не обратимо».

Что мы должны сказать по поводу этого аргумента? Совершенно очевидно, что принимаемое Аристотелем определение случайности влечет за собой обратимость случайных общеотрицательных предложений. Следовательно, опровержение этой обратимости должно быть ошибочно. Так как оно формально правильно, то ошибка должна заключаться в посылках. А так как имеются две посылки, на которых основывается это опровержение: принимаемая формула (ι) и отбрасываемая (ϰ), — то либо ошибочно принимать (ι), либо ошибочно отбрасывать (ϰ). Однако этот вопрос невозможно решить в пределах основной модальной логики.

В пределах ее границ мы можем только сказать, что истинность принимаемой формулы (ι) не оправдывается принятым определением случайности. Из определения:

50. *QTpKMpMNp*

с помощью подстановки *p/Np* мы получаем формулу *QTNpKMNpMNNp*, и, так как *MNNp* эквивалентно *Mp*, согласно положению 9 основной модальной логики, мы имеем:

137. *QTNpKMpMNp.*

Из 50 и 137 вытекает следствие:

138. *QTpTNp*,

а, применяя это следствие к посылке *Eba*, мы получаем:

139. *QTEbaTNEba* или 140. *QTEbaTIba*,

так как *NEba* означает то же самое, что *Iba*. Мы видим, что *QTEbaTIba* оправдывается определением случайности, а *QTEbaTAba* не оправдывается. Эта последняя формула допускалась Аристотелем по ошибке.

Мы лучше поймем эту ошибку, если рассмотрим аристотелевское опровержение попытки доказать закон обращения для *TEba* с помощью reductio ad absurdum. Эта попытка гласит: если мы предполагаем случайным, что ни одно *b* не будет *a*, то тогда случайно, что ни одно *a* не будет *b*. Ибо если последнее предложение было бы ложно, то было бы необходимо, чтобы некоторое *a* было *b*, а отсюда было бы необходимо, чтобы некоторое *b* было *a*, что противоречит нашему предположе-

нию [1]. В символической форме: если предположить, что *TEba* истинно, то *TEab* также должно быть истинным. Ибо из *NTEab* следует *LIab* и, следовательно, *LIba*, что несовместимо с предположением *TEba*.

Опровергая этот аргумент, Аристотель правильно указывает, что *LIab* не следует из *NTEab* [2]. Действительно, согласно 48, мы имеем эквивалентность:

141. *QTEabKNLEabNLNEab* или
142. *QTEabKNLEabNLIab*.

Так, для *NTEab*, применяя *QNKNpNqHpq*, то есть один из так называемых «законов де Моргана» [3], мы имеем формулу:

143. *QNTEabHLEabLIab*.

Легко видеть, что с помощью 143 и положения *CCHpqrCqr* мы можем вывести *NTEab* из *LIab*, но обратная импликация не имеет места, так как из *NTEab* мы можем вывести только альтернативу *HLEabLIab*, из которой *LIab*, конечно, не следует. Попытка доказательства проваливается, но из этого не следует, что заключение, которое доказывалось, ложно.

Один момент этого сведения заслуживает нашего внимания: видимо, вместо 143 Аристотель принимает формулу:

(λ) *QNTEabHLOabLIab*,

---

[1] «Первая аналитика», I, 17, 37a9. «Но из невозможного нельзя доказать обратимость. Например, если кто-нибудь позволил бы себе сделать такое умозаключение: так как ложно, что *B* возможно не присуще ни одному *A*, то будет истинным, что ⟨*B*⟩ не может быть не присуще ни одному ⟨*A*⟩, ибо ⟨мы имеем здесь⟩ утверждение и отрицание. Но если это правильно, то *B* было бы необходимо присуще некоторым *A*, а следовательно, и *A* — некоторым *B*. Но это невозможно...»

[2] «Первая аналитика», I, 17, 37a14 (продолжение предшествующего примечания). «Ибо если *B* не может быть не присуще ни одному *A*, то не необходимо, чтобы оно было присуще некоторым ⟨*A*⟩, ибо ⟨выражение⟩ «не может быть не присущим ни одному» употребляется в двояком смысле: во-первых, ⟨в смысле⟩ быть необходимо присущим некоторым, во-вторых, в смысле быть необходимо не присущим некоторым».

[3] Они должны быть, собственно, названы законами Оккама, так как, насколько мне известно, Оккам первый сформулировал их. См. Ph. Boehner, Bemerkungen zur Geschichte der De Morganschen Gesetze in der Scholastik, «Archiv für Philosophie», September, 1951, S. 115, Arm.

которая не оправдывается определением 48. Подобным же образом, для случая *NTAab* он принимает формулу [1]:

(ρ) *QNTAabHLOabLIab*,

которая опять-таки не оправдывается с помощью 48, в то время как правильная формула гласит:

144. *QNTAabHLOabLAab*.

Из (λ) и (μ) Аристотель мог бы вывести эквивалентность *QNTAabNTEab*, а затем (ι), которое не оправдывается его определением случайности.

§ 60. Исправление ошибок Аристотеля

Аристотелевская теория случайных силлогизмов полна серьезных ошибок. Аристотель не делает правильных выводов из своего определения случайности и отрицает обратимость общеотрицательных случайных предложений, хотя она и очевидно допустима [2]. Тем не менее его авторитет был столь велик, что даже очень способные логики прошлого не смогли разглядеть эти ошибки. Очевидно, что если кто-либо, например Альбрехт Беккер, допускает определение:

48. *QTpKNLpNLNp*

с *p* в качестве пропозициональной переменной, то он должен также допустить формулу:

141. *QTEabKNLEabNLNEab*,

которая выводится из 48 с помощью подстановки *p*/*Eab*. А так как формула 141 посредством правильных логических преобразований дает положение

143. *QNTEabHLEabLIab*,

---

[1] «Первая аналитика», I, 17, 37a24. «Таким образом, ⟨выражению⟩ «быть возможно присущим всем» противопоставляются два ⟨выражения⟩ именно: «необходимо некоторым присуще» и «необходимо некоторым не присуще».

[2] То есть приемлема с точки зрения аристотелевского определения случайности. — *Прим. перев.*

он также должен допустить 143. Однако Беккер отбрасывает это положение в пользу «структурных формул» — продукта его собственного воображения [1].

Замечания предшествующего параграфа были сделаны с точки зрения основной модальной логики, являющейся неполной системой. Обсудим теперь нашу проблему с точки зрения четырехзначной модальной логики.

Из аристотелевского определения случайности мы получаем следствие 138, *QTpTNp*, из которого мы можем вывести импликацию:

145. *CTpTNp*.

Теперь из посылок:

51. $C\delta pC\delta Np\delta q$ (аксиома $C-N-\delta-p$-системы)
146. *CCpCqrCCpqCpr* (принцип Фреге)

мы получаем следствия:

51. $\delta/T' \times 147$
147. *CTpCTNpTq*
146. $p/Tp,\ q/TNp,\ r/Tq \times C147 - C145 - 148$
148. *CTpTq*,

и поскольку обратная импликация *CTqTp* является также истинной, так как может быть доказана подстановками p/q и q/p в 148, то имеем эквивалентность:

149. *QTpTq*.

Из 149 мы получаем с помощью подстановки первый закон обращения 139 *QTEbaTEab*, затем формулу (ι)*QTAbaTEba*, которую принимает Аристотель, и формулу $(\varkappa)$*QTAbaTAab*, которую он отбрасывает. Мы можем теперь определить, где слабое место в аристотелевском опровержении закона обращения: Аристотель ошибается, отбрасывая $(\varkappa)$.

Формула *QTpTq* показывает, что значение истинности функции *Tp* не зависит от аргумента *p*; это означает, что *Tp* есть константа. В самом деле, из параграфа 52 мы знаем, что *KMpMNp*, которое является *определяющим для Tp*, имеет постоянное значение *3*, а следовательно,

---

[1] См. A. Becker, op. cit., p. 14, где формула T11 = 48, записанная в другой символике, но с пропозициональной переменной *p*, допускается; см. также и 27, где формула 143 отбрасывается.

Tp также имеет постоянное значение *3* и никогда не является истинным. По этой причине *Tp* не подходит для обозначения случайного предложения в аристотелевском смысле, поскольку Аристотель убежден, что некоторые случайные предложения истинны. Выражение *Tp* должно быть заменено на *Xp* или *Yp*, то есть на функцию «*p* является *X*-случайным» или на парную ей: «*p* является *Y*-случайным». Я буду рассматривать только *X*-случайность, так как то, что истинно для *X*-случайности, будет также истинно и для *Y*-случайности.

Прежде всего мне хотелось бы отметить, что обратимость общеотрицательных случайных предложений не зависит от какого бы то ни было определения случайности. Так как *Eba* эквивалентно *Eab,* мы должны допустить формулу

150. *Cδ Eba δ Eab,*

согласно принципу экстенсиональности *CQpqCδpδq*, который следует из нашей аксиомы 51. Из 150 мы получаем истинное высказывание для любого значения δ, следовательно также и для δ/X':

151. *CXEbaXEab.*

Александр сообщает, что Теофраст и Евдем, в отличие от Аристотеля, допускали обратимость общеотрицательных случайных предложений [1], однако в другом месте он говорит, что в доказательстве этого закона они использовали reductio ad absurdum [2]. Это кажется сомнительным, так как единственной правильной вещью, сделанной Аристотелем в этом вопросе, было опровержение посредством reductio доказательства обратимости — опровержение, которое не могло быть неизвестно его ученикам. Reductio может быть использовано для доказательства, из *CLIbaLIab*, обратимости общеотрицательных предложений, когда они возможны (то есть для доказательства *CMEbaMEab*), но не тогда, когда они слу-

[1] Александр, 220, 9. «Теофраст и Евдем... утверждают, что может быть подвергнуто обращению общеотрицательное предложение о возможно присущем, поскольку подвергаются обращению общеотрицательные предложения о присущем и о необходимо присущем».

[2] Там же, 223, 3. «Возможность обращения общеотрицательного предложения о возможно присущем может быть доказана посредством приведения к невозможному. Этим же доказательством пользовались и друзья его».

чайны. Другое доказательство, данное Александром, продолжает предшествующий отрывок, но он едва ли сформулировал его достаточно ясно. Мы знаем, что Теофраст и Евдем интерпретировали общеотрицательные посылки, и *Eba*, и *Eab* как обозначающие симметричное отношение разобщенности между *b* и *a*[1], и они могли, согласно этому, доказывать, что если случайно для *b* быть разобщенным с *a*, то так же случайно для *a* быть разобщенным с *b*[2]. Это доказательство сообразуется с принципом экстенсиональности. Во всяком случае, Теофраст и Евдем исправили серьезную ошибку в аристотелевской теории случайности.

Во-вторых, и это следует из определения *X*-случайности:

82. *Cδ KMpWNpδXp*,

что так называемое «дополнительное обращение» не может быть допущено. *QTpTNp* истинно, но *QXpXNp* должно быть отброшено, потому что его отрицание, то есть:

152. *NQXpXNp*

принимается в нашей системе как могущее быть верифицированным с помощью матричного метода. Поэтому в нашей системе неправильно обращать предложение «Случайно, что каждое *b* будет *a*» в предложение «Случайно, что некоторое *b* не будет *a*» или в предложение «Случайно, что ни одно *b* не будет *a*», — обращения, которые Аристотель допускал без какого-либо оправдания[3]. Я думаю, что Аристотель пришел к ошибочному представлению о «дополнительном обращении» вследствие двусмысленности термина «случайный» (ἐνδεχόμενον). В своем сочинении «Об истолковании» он употребляет этот термин как синоним термину «возможный» (δυνατόν)[4]

---

[1] См. Александр, 31, 4—10.

[2] Там же, 220, 12. «Они доказывают возможность обращения следующим образом: «Если *A* может быть не присуще ни одному *B*, то и *B* может быть не присуще ни одному *A*. Так как *A* может быть не присуще ни одному *B*, то, поскольку оно не присуще ему, все *A* может быть отделено от всего, что содержится в *B*. Но если так, то и *B* будет отделено от *A*. Если так, то *B* может быть не присуще ни одному *A*».

[3] См. стр. 269, прим. 1.

[4] См. стр. 194, прим. 1.

и продолжает употреблять его таким же образом в «Первой аналитике», хотя фраза «Случайно, что *p*» приобрела там другое значение, а именно: «Возможно, что *p*, и возможно, что не *p*». Если мы в последней фразе заменим термин «возможно» термином «случайно», что, по-видимому, и делает Аристотель, то мы получаем бессмыслицу: «Случайно, что *p*» означает то же самое, что и «Случайно, что *p* и случайно что не *p*». Насколько мне известно, эта бессмыслица до сих пор никем не была замечена.

В-третьих, из определения 82 следует, что *Xp* сильнее, чем *Mp*, потому что мы имеем положение

153. *CXpMp*,

но не обратно. Это положение важно, потому что оно позволяет нам сохранить, с небольшой поправкой, большое число силлогизмов со случайными посылками, несмотря на серьезные ошибки, сделанные Аристотелем.

§ 61. Модусы со случайными посылками

Нет необходимости входить в подробное описание силлогистических модусов со случайными посылками, так как аристотелевское определение случайности ошибочно и его силлогистика должна быть перестроена в соответствии с правильным определением. Однако такая перестройка, по-видимому, не стоит затраченного на нее труда, поскольку весьма сомнительно, найдет ли когда-нибудь силлогистика со случайными посылками свое полезное применение. Я думаю, что будет достаточно следующих общих замечаний.

Во-первых, может быть показано, что все аристотелевские модусы со случайным заключением ошибочны. Давайте возьмем для примера модус *Barbara* со случайными посылками и заключением, то есть модус

*154. *CXAbaCXAcbXAca.*

Хотя этот модус и допускается Аристотелем [1], он должен быть отброшен. Примем *Aba* и *Acb* в качестве ложных,

[1] «Первая аналитика», 1, 14, 32b38. «Если *A* возможно присуще всем *B*, а *B* — всем *C*, то получится совершенный силлогизм, с заключением о том, что *A* возможно присуще всем *C*. Это очевидно из определения. Ибо ⟨именно⟩ так мы понимали ⟨выражение⟩ «быть возможно присущим всем».

а *Aca* в качестве истинного. Эти условия удовлетворяют ассерторическому модусу *Barbara*, но из 154, применяя матрицы M9 и M15, мы получаем следующие равенства: *CX0CX0X1 = C3C32 = C32 = 2.* Подобным же образом

*155. *CXAbaCAcbXAca,*

модус также допускаемый Аристотелем [1], должен быть отброшен, так как для *Aba = 0* и *Acb = Aca = 1* мы имеем: *CX0C1X1 = C3C12 = C32 = 2.* Это были как раз те два модуса, на которые я ссылался, когда в конце параграфа 58 говорил, что принимаемые Аристотелем формулы 131 и 132 становятся ложными, если мы интерпретируем ἐνδέχεσθαι как «случайное». Можно также сказать, что формулы 154 и 155 становятся истинными, если вместо *X* поставить *T*, однако *T*-случайность — бесполезное понятие.

Во-вторых, все модусы, полученные с помощью дополнительного обращения, должны быть отброшены. Я покажу на примере, как Аристотель рассматривает этот вид модусов. Он применяет к 154 формулу

*156. *QXAbaXEba,*

которая должна быть отброшена (возьмите *Aba = 1* и *Eba = 0*), и получает следующие модусы:

*157. *CXAbaCXEcbXAca*

*158. *CXEbaCXEcbXAca,*

которые также должны быть отброшены [2]. Чтобы показать это, достаточно выбрать термины *a*, *b* и *c* в 157

---

[1] «Первая аналитика», I, 15, 33b25. «Если ⟨ теперь ⟩ предположить, что одна из посылок есть ⟨ суждение ⟩ о просто присущем, а другая — о возможно ⟨ присущем ⟩ и что посылка, содержащая больший крайний ⟨ термин ⟩ есть суждение о возможно ⟨ присущем ⟩, то все силлогизмы будут совершенными и в то же время иметь заключение о возможно ⟨ присущем ⟩, согласно приведенному определению».

[2] Там же, 14, 33a5. «...если *A* возможно присуще всем *B*, а *B* возможно не присуще ни одному *C*, то из принятых посылок не получится никакого силлогизма. Если же подвергнуть превращению ⟨ посылку ⟩ *BC*, как подвергаются превращению ⟨ суждения ⟩ о возможно ⟨ присущем ⟩, то получится тот же самый силлогизм, что и раньше». 33a12. «Подобным же образом обстоит дело, если к обеим посылкам отнести отрицание с выражением возможности. Я имею в виду, например, такой ⟨ случай ⟩, когда *A* возможно не присуще ни одному *B*, а *B* — ни одному *C*. Действительно, из взятых посылок нельзя получить никакого силлогизма, но если их подвергнуть превращению, то снова получится тот же самый ⟨ силлогизм ⟩, что и раньше».

таким образом, чтобы *Aba = Ecb = 0*, а *Aca = 1*, и проделать то же в 158 таким образом, чтобы *Eba = Ecb = 0*, а *Aca = 1*. Тогда в обоих случаях мы имеем: *CX0CX0X1 = C3C32 = C32 = 2*.

По-видимому, Аристотель не слишком доверял этим модусам, потому что он даже не называл их силлогизмами. Он просто говорит, что они могут быть сведены к силлогизмам посредством дополнительного обращения. Однако модусы, сводимые посредством обычного обращения, называются им силлогизмами; почему же он проводил различие между обычным и дополнительным обращением, коль скоро оба вида обращения одинаково законны?

Некоторый свет на этот вопрос проливает Александр, который, комментируя это место, ссылается на очень важное замечание своего учителя о двух онтологических значениях случайности: «В одном смысле «случайное» означает «случающееся» (ἐπὶ τὸ πολύ), но не «необходимое» или «естественное», например случается, что человек седеет; в другом смысле оно означает нечто неопределенное, которое способно осуществиться так, но способно осуществиться и иначе, или вообще то, что случайно. И в том и в другом смысле случайные предложения обратимы относительно их противоречащих аргументов, однако не в силу одного и того же основания: «естественные» предложения — потому, что они не выражают чего-либо необходимого, «неопределенные» предложения — потому, что в таком случае нет больших шансов быть скорее так, нежели иначе. О неопределенном нет ни науки, ни силлогистического доказательства, потому что средний термин лишь случайно связан с крайними; только о «естественном» бывают такие вещи, и большинство рассуждений и исследований касается того, что случайно в этом смысле» [1].

---

[1] «Первая аналитика», I, 13, 32b4—21. «⟨Выражение⟩ «быть возможным» употребляется в двояком смысле: в одном ⟨смысле⟩ ⟨возможно⟩ то, что часто бывает, но является не необходимым, как, например, то, что человек седеет... ⟨что с человеком⟩ вообще бывает в зависимости от его природы... В другом ⟨смысле⟩ ⟨выражение «быть возможным»⟩ означает нечто неопределенное, то, что может быть и так и не так .. и вообще ⟨все⟩ то, что зависит от случая», (32b13). «Следовательно, ⟨суждения⟩ о каждом из этих двух ⟨видов⟩ возможности обратимы в противоположные ⟨суждения⟩, однако не одним и тем же способом: ⟨суждение⟩ о происходящем

Александр обсуждает это место. Его мысль заключается, по-видимому, в следующем: если мы возьмем любой научно полезный силлогизм, посылки которого случайны в смысле «случающегося» (ἐπὶ τὸ πολύ) или даже «наиболее часто случающегося» (ἐπὶ το πλεῖστον), то мы получаем посылки и заключение, которые действительно случайны, однако очень редко (ἐπ' ἔλαττον) реализуются; такой силлогизм бесполезен (ἄχρηστος). Возможно, именно поэтому Аристотель отказывался назвать то, что таким образом получается, силлогизмом [1].

Этот пункт более, чем какой-либо другой, обнаруживает основную ошибку в аристотелевской силлогистике, а именно игнорирование единичных предложений. Возможно, что некоторый индивидуум Z поседеет, когда он состарится; действительно, это вероятно, хотя и не необходимо, поскольку такова естественная тенденция. Возможно также, хотя скорее невероятно, что Z не поседеет. То, что Александр говорит о различных степенях возможности, верно в применении к единичным предложениям, но оно становится ложным, когда применяется к общим или частным предложениям. Если нет общего закона, что всякий старый человек поседеет, поскольку это просто «случается» и некоторые старые люди не седеют, то тогда, конечно, последнее предложение истинно и, следовательно, возможно, однако предшествующее просто ложно, а, с нашей точки зрения, ложное предложение не является ни возможно, ни случайно истинным.

В-третьих, из правильного модуса с возможными посылками мы можем получить другие правильные модусы,

---

по природе ⟨вещей⟩ обратимо в ⟨суждение⟩ о том, что присуще не необходимо... ⟨суждение⟩ же о неопределенном обратимо в ⟨суждение⟩ о том, что равным образом может быть и так и иначе. О неопределенной возможности нет ни науки, ни непосредственного силлогизма, так как отсутствует твердо установленный средний ⟨термин⟩. Но о происходящем по природе ⟨вещей⟩ есть. И обычно рассуждения и исследования бывают о том, что возможно в этом ⟨последнем⟩ смысле».

[1] Александр, 169, 1. «Отрицательное предложение о возможно присущем чаще всего очень редко обращается в утвердительное». 5. «Если мы примем такую посылку, то силлогизм получится, но от него не будет никакой пользы, как он сам говорит. Поэтому, когда мы исследуем такие сочетания... то находим, что они бесполезны и не имеют характера силлогизмов». 10. «Точно так же он и сам подозревает это, когда говорит «или не получится силлогизма». Ср. передачу этого места Д. Россом (W. D. Ross, op. cit., p. 326).

заменяя возможную посылку соответствующей ей случайной. Это правило основывается на формуле 153, которая констатирует, что *Xp* сильнее, чем *Mp*, и, очевидно, что любая импликация будет оставаться истинной, если один или более ее антецедентов заменены более сильным антецедентом. Так, например, мы получаем из

126. *CMAbaCMAcbMAca* модус
159. *CXAbaCXAcbMAca*,

а из

128. *CMAbaCAcbMAca* модус
160. *CXAbaCAcbMAca*.

Сравнивая отброшенные модусы 154 и 155 с принятыми модусами 159 и 160, мы видим, что они отличаются только подстановкой в заключении *M* вместо *X*. Если мы обратимся к таблице аристотелевских модусов силлогизма с проблематическими посылками, которую приводит сэр Дэвид Росс [1], мы обнаружим то полезное правило, что с помощью этого небольшого исправления — замены в заключении *X* на *M* — все эти модусы становятся правильными. Лишь модусы, полученные с помощью дополнительного обращения, не могут быть исправлены и должны быть окончательно отброшены.

§ 62. Философские выводы из модальной логики

Может показаться, что аристотелевская модальная силлогистика — даже в исправленном виде — не имеет полезного применения к научным и философским проблемам. Однако в действительности пропозициональная модальная логика Аристотеля как с исторической, так и с систематической точки зрения имеет огромное значение для философии. В работах Аристотеля можно найти все элементы, необходимые для построения полной системы модальной логики: основную модальную логику и теоремы экстенсиональности. Однако Аристотель не был в состоянии соединить эти элементы правильным образом. Он не знал логики предложений, которая была открыта после него стоиками, он молчаливо допускал

---

[1] W. D Ross, op. cit., p. 286. В заключении индекс *c* должен быть всюду заменен на *p*.

логический принцип двузначности, то есть принцип, согласно которому всякое предложение либо истинно, либо ложно, в то время как модальная логика не может быть двузначной системой. Обсуждая случайность будущего морского сражения, он вплотную подошел к пониманию многозначной логики, однако этой глубокой идее не придал особого значения, так что его догадка оставалась бесплодной в течение многих столетий. Следуя Аристотелю, я сумел открыть эту идею в 1920 году и построить первую многозначную систему логики в противоположность до тех пор известной логике, которую назвал «двузначной логикой», тем самым введя термин, ныне общепринятый среди логиков [1].

Под влиянием платоновской теории идей Аристотель развил логику общих терминов и выдвинул такой взгляд на необходимость, который, по моему мнению, был губительным для философии. Предложения, описывающие существенные свойства объектов, по его мнению, не только фактически, но также и необходимо истинны. Это ошибочное различение положило начало той длительной эволюции, которая привела к разделению наук на две группы: на *априорные* науки, состоящие из аподиктических теорем, такие, как логика и математика, и на *апостериорные,* или эмпирические, науки, состоящие главным образом из ассерторических положений, основанных на опыте. Это различение, по-моему мнению, ложно. Подлинно аподиктических предложений нет, а с точки зрения логики нет различия между математической и эмпирической истиной. Модальная логика может быть описана как расширение обычной логики путем введения «сильного» и «слабого» утверждения; аподиктическое утверждение Lp сильнее, а проблематическое Mp слабее, чем ассерторическое утверждение p. Если мы употребим ни к чему не обязывающие выражения «сильное» и «слабое» вместо «необходимое» и «случайное»,

---

[1] См. J. Lukasiewicz, Logika dwuwartósciowa («Двузначная логика»), «Przegiąd Filozoficzny», 23, Warszawa, 1921. Отрывок из этой статьи, касающийся принципа двузначности, был переведен на французский язык Серпинским (W. Sierpiński), «Algèbre des ensembles», «Monografie Mathematyczne», 23, p. 2, Warszawa-Wrocław, 1951. Приложение к моей статье на немецком языке, упоминавшееся на стр. 233 в прим., посвящено истории этого принципа в античности.

мы избавимся от некоторых опасных ассоциаций, связанных с модальными терминами. Необходимость подразумевает принуждение, случайность — выбор. Мы заявляем: «необходимо», когда мы вынуждены делать так. Но если $L\alpha$ есть просто более сильное утверждение, чем α, и при этом α — истинно, то почему мы должны настаивать на $L\alpha$? Истина достаточно сильна, и нет нужды иметь «сверхистину», более сильную, чем истина.

Аристотелевское a priori является аналитическим, основанным на определениях, а определения могут встретиться в любой науке. Аристотелевский пример «Человек по необходимости есть живое существо» основан на определении «человека» как «двуногого живого существа», принадлежащего к эмпирической науке. Конечно, всякая наука должна иметь в своем распоряжении точно сконструированный язык, а для этой цели необходимы правильно образованные определения, так как они объясняют значения слов, однако они не могут заменить опыта. Высказанное человеком аналитическое утверждение «Я есть живое существо» — аналитично, потому что «живое существо» принадлежит к сущности человека, и не сообщает никакой полезной информации; последнее может быть обнаружено путем простого его сравнения с эмпирическим утверждением «Я родился 21 декабря 1878 года». Если же мы захотим узнать, в чем состоит «сущность» человека, — если вообще существует такая вещь как «сущность», — мы не сможем положиться на значения слов, но должны изучать самих человеческих индивидуумов, их анатомию, гистологию, физиологию, психологию и т. д., а это бесконечная задача. Не будет парадоксальным даже сегодня сказать, что человек — неизвестное существо.

То же самое верно и для дедуктивных наук. Никакая дедуктивная система не может базироваться на определениях как на своих последних основаниях. Каждое определение предполагает некоторые основные термины, посредством которых могут быть определены другие термины, при этом значение основных терминов должно быть разъяснено с помощью примеров, аксиом или правил, основанных на опыте. Истина a priori всегда является синтетической. Однако она представляет собой не результат некоторой таинственной способности разума, а следствие весьма простых экспериментов, кото-

рые могут быть повторены в любое время. Если в результате осмотра я знаю, что в некоторой урне содержатся только белые шары, то я могу a priori сказать, что из нее будет извлечен только белый шар. А если урна содержит белые и черные шары и два из них вынуты, то я могу a priori предсказать, что при этом могут встретиться только четыре возможные комбинации: белый и белый, белый и черный, черный и белый, черный и черный. Аксиомы логики и математики основываются на такого рода экспериментах; никакого существенного различия между априорными и апостериорными науками нет.

В то время как аристотелевская трактовка необходимости, по моему мнению, неудачна, его понятие о двойственной природе возможности или случайности является важной и плодотворной идеей. Я думаю, что она может быть успешно использована для опровержения детерминизма.

Под детерминизмом я понимаю теорию, которая утверждает, что если некоторое событие E происходит в момент t, то тогда для любого момента, предшествующего t, верно, что E происходит в момент t. Самый сильный аргумент в защиту этой теории основывается на законе причинности, который утверждает, что каждое событие имеет причину среди предшествующих ему событий. Если так, то, по-видимому, должно быть очевидным, что все будущие события имеют причины, которые существуют сегодня и существовали извечно, а следовательно, все предопределено.

Однако закон причинности, понимаемый в такой полной всеобщности, должен рассматриваться только как гипотеза. Верно, конечно, что астрономы, полагаясь на некоторые известные законы, управляющие Вселенной, в состоянии с большой степенью точности предсказать на несколько лет вперед положения и движения небесных тел. Однако как только я закончил писать предыдущее предложение, оно тотчас же перестало звучать для моего уха. Могу ли я быть уверенным, что это событие также было предопределено известными и неизвестными законами, управляющими Вселенной? Допустить это — значило бы в большей степени отдаться причудливым спекуляциям, чем положиться на научно проверяемые утверждения.

Но даже если мы принимаем закон причинности в качестве всеобщей истины, вышеприведенный аргумент не является решающим. Мы можем предположить, что каждое событие имеет причину и ничто не происходит случайно, все же цепь причин, порождающих будущее событие, хотя и бесконечна, но не достигает настоящего момента. Это может быть объяснено с помощью математической аналогии. Давайте обозначим настоящий момент через 0, момент будущего события — через 1, а моменты его причин — дробями, большими чем $^1/_2$. Так как не существует наименьшей дроби, большей чем $^1/_2$, а всякое событие имеет причину в более раннем событии, то вся цепь этих причин и действий имеет предел в моменте $^1/_2$, более позднем, чем нуль.

Следовательно, мы можем допустить, что завтрашнее морское сражение Аристотеля, хотя и будет иметь причину, которая в свою очередь будет иметь свою собственную причину и т. д., на сегодня причины не имеет. Подобным же образом мы можем допустить, что на сегодня нет ничего, что могло бы предотвратить завтра морское сражение. Если истина состоит в соответствии мысли с действительностью, то мы можем сказать, что те предложения сегодня истинны, которые соответствуют сегодняшней действительности или будущей действительности, поскольку она предопределена причинами, существующими сегодня. Так как завтрашнее морское сражение сегодня недействительно, а его будущее существование или несуществование на сегодня лишено реальной причины, то предложение «Завтра будет морское сражение» на сегодня не истинно и не ложно. Мы можем только сказать: «Морское сражение может быть завтра» и «Морское сражение может не быть завтра». Завтрашнее морское сражение является случайным событием, а если имеются такие события, то детерминизм опровергается.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ РЕДАКЦИОННЫЕ ПРИМЕЧАНИЯ

К стр. 34

Лукасевич категорически заявляет, что Аристотель «не вводит (introduce) в свою систему единичных терминов или посылок». «Вводит» — слово двусмысленное. Что не на единичных терминах базируется система Аристотеля, это верно. Но что Аристотель их игнорирует или ими вовсе не пользуется, этого безоговорочно сказать нельзя. Во всяком случае, можно указать четыре текста в «Первой аналитике», в которых при объяснении силлогизма Аристотель приводит единичные посылки. 1) В главе двадцать седьмой книги второй «Первой аналитики» читаем: «...если высказана будет ⟨всего⟩ одна посылка, то будем иметь лишь один признак; если же прибавлена и другая ⟨посылка⟩, то получается силлогизм, как, например, что Питтак щедр, ибо ⟨все⟩ честолюбивые щедры. Питтак же честолюбив» (70a 24—27). 2) Другой подобный силлогизм: «...так как война с соседями есть зло (бóльшая посылка), а война с фиванцами есть война с соседями (меньшая посылка), то очевидно, что вести войну с фиванцами есть зло» («Первая аналитика», II, 24, 69a5—7). 3) В главе о построении силлогизма находим такие строки: «Иное из существующего таково, что и само другому приписывается и другое — ему самому, как, например, быть человеком присуще Каллию, а живым существом — человеку» («Первая аналитика», I, 27, 43a 31—32). 4) В главе тридцать третьей книги первой («Первая аналитика») речь идет об ошибке из-за двусмысленности терминов. Приведены такие посылки: «мыслимый Аристомен существует всегда... Аристомен есть мыслимый Аристомен», но из них не следует, что Аристомен существует всегда. «Мыслимый Аристомен» и «Аристомен» — это омонимы. Аналогичный пример: по Аристотелю, нельзя построить вывод из таких двух посылок: «Миккал есть образованный Миккал... образованного Миккала возможно завтра не будет». Аристотель замечает: что образованного Миккала завтра не будет, это двусмысленно, а потому — неверно (47b21—37).

Эти примеры и подобные им почему-то не учтены Лукасевичем, хотя для обоснования его теории их необходимо разобрать, ибо выставленный Лукасевичем смелый тезис, что у Аристотеля нет единичных терминов, подлежит проверке по текстам Аристотеля. Если тщательно разобрать, то тезис Лукасевича в конечном счете может быть оправдан — с некоторыми оговорками. В главе двадцать седьмой книги второй идет речь об энтимеме; энтимема, по Аристотелю, есть вывод по признаку. В энтимеме нет полноценного родо-видового предиката. Естественно, что для выводов по признакам Аристотель взял признаки индивидуальных предметов, — они наиболее показательны; для силлогизмов же в точном смысле они бы не годились. В главе двадцать четвертой речь идет о парадейгме, то есть о выводах из примеров, — умозаключение, которое позднейшая логика стала называть аналогией. Но в аналогии мы идем от единичного к единичному. Этим и объясняется пример Аристотеля. Что касается других двух мест, то и они в конце концов могут быть объяснены в плане истолкования аристотелевского силлогизма Лукасевичем. Мы по «Категориям» знаем отличие первой и второй сущности по Аристотелю; вторая может быть высказана о первой; понятие «человек» (вторая сущность) может быть высказано относительно отдельного человека (первая сущность) (глава пятая); так и согласно главе двадцать седьмой «Первой аналитики» можно сказать как то, что Каллий — человек, так и то, что человек — живое существо. Но эти высказывания приведены не как примеры силлогизма, а как примеры того, что сказуемое в свою очередь может быть подлежащим. Таково и последнее место с двумя примерами: они не показательны для аристотелевского силлогизма. Ведь Аристотель хочет иллюстрировать, что такое омонимия. Он берет пример с мыслимым Аристоменом и Аристоменом как живым человеком. Тут подмена на почве омонимии. Иллюстрация как таковая очень удачна, но это не значит, что если бы омонимии не было, то соответствующие высказывания непосредственно могли бы быть использованы в качестве посылок. Они подлежали бы дальнейшему преобразованию. Теория Лукасевича, обосновывающая отсутствие индивидуальных и пустых классов у Аристотеля, поучительна и может быть оправдана. Но Лукасевич в текстологическом отношении действовал голословно. В указанном пункте его учение должно быть доработано на основании всех конкретных текстов «Первой аналитики».

К стр. 38

Неправильно истолковывать, будто Александр Афродизийский имеет в виду определение посылки у Аристотеля. На самом деле Александр говорит об аристотелевском делении посылок. Александр

поставил множественное число (τῶν προτάσεων) в своем греческом тексте, а διορισμός употребил в смысле деления. Этим объясняется расхождение между изложением Лукасевичем комментария Александра и точным переводом текста самого Александра.

К стр. 74

Апулей помещал на первое место меньшую посылку, как это впоследствии стала делать так называемая логика содержания, начиная с Гоббса и Локка.

К стр. 90

Лукасевич неправильно перевел на английский слова Александра Афродизийского (с греческого), и получилось неверное утверждение, будто суждение *O* по значению равносильно суждению *E*. Между тем у Александра буквально сказано так с опущением глагола: «не быть присущим некоторому» только словесно отличается от ⟨суждения⟩ «не всем». Подразумевается: быть присущим, а не «не быть присущим», как ошибочно понял Лукасевич.

К стр. 218

Лукасевич здесь и в дальнейшем не адекватно Аристотелю переводит греческое выражение ἐνδέχεσναι. На самом деле ἐνδέχεσυαι значит «мыслимо», «возможно» (это и есть возможное в собственном смысле по Аристотелю). «Случайно» соответствует термину Аристотеля συμβεβηκός.

К стр. 251

Лукасевич пишет: «С моей точки зрения, модальная силлогистика Аристотеля имеет меньшее значение, чем его ассерторическая силлогистика». Это объясняется субъективными причинами, поскольку Лукасевич взял за основу то понимание модальности, которое не является основным для Аристотеля. Силлогистика, основанная на специфическом для Аристотеля понимании возможности, еще ждет своего исследования и систематизации.

К стр. 259

Лукасевич пишет: «Пример Аристотеля недостаточно убедителен, так как мы не можем допустить в качестве фактической истины, что всякое живое существо находится в движении». Толкование Лукасевича основано на недоразумении в силу неадекватного перевода

греческого текста. τὸ ζῶον κινεῖται — значит *живое существо движется,* в том смысле, что животному свойственно двигаться, а не «every animal is in movement», — то есть всякое живое существо пребывает в движении; этого смысла нет у Аристотеля.

К стр. 263

Лукасевич пишет: «Аристотелевская теория проблематических силлогизмов обнаруживает очень странный пробел: модусы с возможными посылками находятся в полном пренебрежении ради модусов со случайными посылками». Это — ложное впечатление, ибо то, что Лукасевич называет модусами со случайными посылками, и есть подлинные модусы с возможными посылками по Аристотелю. Ср. вступительную статью и прим. к стр. 38.

К стр. 264

Как говорит Лукасевич, «Аристотель, по-видимому, должен был точно различать два значения ἐνδέχεσθαι. Аристотель различает не два, а три значения возможности, что напрасно игнорирует Лукасевич. См. вступительную статью.

Далее, Лукасевич пишет: «Затем он говорит, не давая объяснений различным значениям этого термина». Повторение прежнего недоразумения, см. предшествующее примечание.

К стр. 265

«Из этого мы видим, что законы обращения возможных предложений трактуются Аристотелем несколько небрежно». Наоборот. Аристотель тщательно отличает, какие, например, отрицательные суждения возможности допускают обращение, какие — нет. Он говорит: «там, где мы под возможностью понимаем или необходимо не быть присущим, или не необходимо быть присущим, там дело обстоит точно так же ⟨как с суждениями ассерторическими⟩», — это толкование только и принимает Лукасевич. Между тем Аристотель далее говорит: «Если же говорится о возможном (согласно нашему определению ⟨собственно⟩ возможного) как наиболее часто встречающемся и свойственном природе вещей, то с обращением отрицательных ⟨суждений⟩ дело будет обстоять не так: общеотрицательное суждение не обратимо» («Первая аналитика», I, 3). Если Аристотель тщательно исследует применимость закона обращения то упрекать его в небрежности не приходится.

К стр. 268, к формуле 50

В переводе на обычный язык это будет значить: «тогда и только тогда p случайно, когда возможно как p, так и отрицание p». Читателю, чтобы не сбиться, следует помнить, что как раз по Аристотелю это не есть определение случайности, а определение собственно возможного. См. по этому поводу вступительную статью.

К стр. 270—271

Лукасевич совершенно неадекватно передает текст приводимого по-гречески фрагмента Аристотеля из главы семнадцатой «Первой аналитики». Различие смысла цитаты будет для читателя очевидным, если сравнить текст Лукасевича с подстрочным переводом текста Аристотеля.

УКАЗАТЕЛЬ

A. постоянный функтор, означает «всякое — есть» или «присуще всякому» — 50, 127.

Aaa, аксиома — 140.

— силлогистический закон тождества, независимый от других положений — 89;

— сравнение его с пропозициональным законом тождества — 92;

— неявное использование его Аристотелем в доказательстве, — 211—212.

Aab, означает «Всякое *a* есть *b*» или «*b* присуще всякому *a*» — 127.

Ab esse ad posse valet consequentia—схоластический принцип модальной логики — 195.

Ab oportere ad esse valet consequentia—схоластический принцип модальной логики — 195.

Ad falsum sequitur quodlibet — 248.

'Αδύνατον — невозможно — 193.

Аверроэс, о галеновской четвертой фигуре — 80.

Аксиомы, теории дедукции — 130—131;

— силлогистики — 140;

— основной модальной логики — 197;

— теории тождества — 212;

— *C—N—p*-системы, верифицированные посредством матрицы — 223;

— *C—N—δ—p*-системы — 227;

— *C—O—δ—p*-системы — 228 (сн. 1);

Аксиомы, четырехзначной системы модальной логики — 234—235.

Александр, об определении посылки — 38 (сн. 1);

— о неопределенных посылках — 38 (сн. 3);

— о переменных — 42 (сн. 3);

— правильность модусов не зависит от вида переменных — 43 (сн. 4);

— его доказательство обращения посылок вида *E* — 45 (сн. 1);

— о «заключении не по методу» в доказательствах стоиков — 51 (сн. 1);

— о формулировании силлогизмов с помощью «быть присущим» и «быть» — 54;

— о формализме стоиков — 56 (сн. 1);

— знает закон тождества *Aaa* — 57 (сн. 1);

— приводит силлогизмы в качестве правил вывода — 58 (сн. 1);

— о добавлении Теофрастом пяти модусов к первой фигуре — 67 (сн. 1);

— его определение первой фигуры отличается от аристотелевского — 67 (сн. 3);

— имеется ли во второй фигуре больший и меньший термин φύσει? — 71 (сн. 1, 2);

— его полемика против определения Гермином большего термина — 72 (сн. 1);

— его собственное определение

большего термина — 72 (сн. 3);
— порядок (θέσις) терминов в трех фигурах — 74 (сн. 3, 4);
— называет совершенные силлогизмы ἀναποδειχτος — 86 (сн. 2);
— об эквивалентности *Oab* и *Aab* — 90 (сн. 2);
— объясняет доказательство обращения посылок вида *I* посредством выделения — 106 (сн. 3);
— приписывает доказательствам через выделение чувственный характер — 107 (сн. 1);
— его критика доказательства Darapti посредством выделения — 110 (сн. 4, 5);
— о доказательстве Bocardo посредством выделения — 114;
— приписывает Аристотелю «синтетическую теорему» — 113;
— неправильно понимает отбрасывание — 116 (сн. 1);
— его полемика против Гермина относительно отбрасывания — 118 (сн. 1);
— о различии категорических и гипотетических посылок — 190 (сн. 3);
— утверждает общее правило, что существование подразумевает возможность, но не наоборот — 196 (сн. 2);
— говорит, что необходимость подразумевает существование, но не наоборот — 196 (сн. 4);
— уподобление аристотелевского определения случайности применительно к возможности — 202;
— его определение возможности обсуждается на базе *L*-основной модальной логики —202;
— о силлогистической необходимости — 206;
— знаком с логикой стоическо-мегарской школы — 209;
— его интерпретация необходимой импликации — 209 (сн. 1);
— цитирует Теофраста о значении необходимости — 214 (сн. 2);
— об аристотелевском различении между простой и условной необходимостью — 214, 215;
— его определение случайности — 218, 268;
— о полемике относительно модусов со смешанными посылками — 255 (сн. 1), 256 (сн. 2), 257 (сн. 1, 2), 260 (сн. 1);
— его утерянные работы — 257;
— о теории Теофраста относительно обратимости общеотрицательных случайных предложений — 274 (сн. 1, 2), 275 (сн. 1, 2);
— об аристотелевском учении о двух онтологических значениях случайности —279 (сн. 1,2)

,'

Αμεσος πρότασις — см. Непосредственная посылка.

Аммоний, об отношении логики к философии— 49 (сн. 1);
— схолия, сохранившаяся с его фрагментами — 81.

'Αναγχαίον — необходимо — 193.

'Αναγχη— см. Силлогистическая необходимость.

«Аналитика Первая», гипотеза Бохенского — 66;
— модальная силлогистика, вероятно, присоединена позже — 190 (сн. 1);
— гипотеза Гольке — 192.

Аналитические предложения, определение — 211;
— не могут рассматриваться как необходимые — 213.

Anerkennen, Брентано различает «anerkennen» и «verwerfen» — 146 (сн. 1).

Антецедент импликации — 128.

'Απαγωγή εἰς τὸ ἀδυνατον, см. Reductio ad impossibile.

Аподиктический принцип тождества, его следствия — 211, 212.

Аподиктические предложения, определение — 193, 194.

A priori, обсуждаемое и критикуемое различие между науками a priori и науками a posteriori — 281—283.

Апулей, порицается Вайтцем за изменение порядка посылок — 74.
"
Ара — см. Следовательно.
Аргументы, посредством подстановки — 45;
— «Заключение не по методу» стоиков — 51 (сн. 1).
Аристотель, формулирует все силлогизмы как импликации — 34, 57, 58, 199;
— его определение «посылки» — 36 (сн. 3);
— его определение «термина» — 36 (сн. 5); ὅρος отлично от Begriff (понятия) и от ὁρισμός (определения) — 37 (сн. 1);
— виды посылок — 37 (сн. 2);
— его определения общего и единичного терминов — 37 (сн. 3);
— истолкование неопределенных посылок как частных — 38 (сн. 2);
— опускает в силлогистике пустой и единичный термины — 38;
— почему он опускает единичные термины — 39—41;
— виды вещей и виды терминов — 40;
— его логика не испытывала влияния философии Платона — 41;
— введение в логику переменных — 42;
— его термин для силлогической необходимости соответствует квантору общности — 46, 47, 139, 205, 207;
— его логика — формальная логика — 48—50;
— не зараженная психологией — 48, 49;
— не формалистическая—51, 53.
— его формулировки силлогизмов часто неточны — 53,
— примеры неточностей—54—55;
— его деление силлогизмов на фигуры — 61 (сн. 1);
— в качестве принципа деления принимает положение в посылках среднего термина — 61 (сн. 2);
— упускает в своем делении модусы четвертой фигуры — 62;
— знает и допускает все модусы четвертой фигуры — 64 (сн. 2), 65 (сн. 1);
— дает практические указания, как найти посылки для данного заключения 63 (сн. 1);
— ошибочно определяет средний, больший и меньший термины в первой фигуре — 68 (сн. 1, 2);
— дает правильное определение среднего термина для всех фигур — 69 (сн. 1);
— не фиксирует порядок посылок — 74;
— принимает совершенные модусы первой фигуры в качестве аксиом — 86, 88;
— не формулирует dictum de omni et nullo в качестве принципа силлогистики — 91;
— сводит все несовершенные модусы к всеобщим модусам первой фигуры — 88 (сн. 3);
— это сведение означает доказательство — 87—88;
— его теория доказательства неудовлетворительна — 87; интуитивное употребление законов пропозициональной логики в обосновании несовершенных силлогизмов — 93;
— знает закон транспозиции — 93—94;
— и закон гипотетического силлогизма — 94;
— ошибочно отвергает положение пропозициональной логики — 94,
— его доказательства обращения предполагают законы пропозициональной логики — 95—98;
— обычно даваемые им доказательства Baroco и Bocardo неудовлетворительны и не суть доказательства посредством reductio ad impossibile — 99, 100;

Аристотель, его характеристика доказательств посредством reductio ad impossibile — 101 (сн. 1);
— дает правильные доказательства Barоco и Bocardo, предполагающие законы пропозициональной логики — 102, 103;
— не понимает гипотетических аргументов — 104;
— доказывает посредством выделения обращение посылки *I* — 106;
— Darapti — 109, 110;
— Bocardo — 112;
— его доказательства посредством выделения могут быть объяснены с помощью кванторов существования — 107—114;
— отбрасывает неправильные силлогистические формы с помощью пояснения на примере конкретных терминов — 115;
— применяет правило отбрасывания — 119;
— его силлогистика некоторыми математическими логиками представляется в ложном свете — 188;
— почему его модальная логика малоизвестна — 192;
— его модальная силлогистика имеет много дефектов — 192;
— она предполагает модальную логику предложений — 193;
— его четыре модальных термина — 193;
— ошибочно утверждает, что возможность предполагает не необходимость — 194;
— допускает, что необходимость предполагает возможность — 194;
— правильно излагает отношение возможности к необходимости — 194—195; и необходимости к возможности — 195;
— знает два схоластических принципа модальной логики, но не формулирует их — 195;
— предполагает существование принимаемых утвердительных аподиктических предложений — 197, 205;
— его закон экстенсиональности для модальных функторов — 198, 199;
— его доказательство *M*-закона экстенсиональности — 201 (сн. 1);
— его определение случайности — 201, 218;
— различение простой и условной необходимости — 205;
— ошибочно считает, что из единичной посылки ничего с необходимостью не следует — 205 (сн. 3);
— опускает знак необходимости в правильных модусах — 207, 208;
— его теория необходимой связи между терминами — 211—212;
— его принцип необходимости — 214 (сн. 1), 216 (сн. 1);
— его защита индетерминистского взгляда — 219 (сн. 1, 2);
— две большие трудности в его пропозициональной модальной логике — 221—222;
— трудности его модальной силлогистики могут быть объяснены на основе четырехзначной модальной системы — 236;
— его допущение утвердительных аподиктических предложений в свете четырехзначной системы модальной логики — 236, 237;
— его допущение утвердительных случайных предложений в свете четырехзначной системы модальной логики — 242—246;
— его модальная силлогистика менее существенна, нежели его ассерторическая силлогистика — 251;
— излагает законы обращения для аподиктических предложений — 252 (сн. 1);
— его силлогизмы с двумя аподиктическими посылками аналогичны силлогизмам с дву-

мя ассерторическими посылками — 252 (сн. 3);
— его теория модусов с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой — 253—260;
— и критика этой теории Теофрастом и Евдемом — 255, 256, 259, 260;
— его полемика с Теофрастом в свете принятой модальной системы — 260—265;
— пренебрегает модусами с возможными посылками — 263;
— различает два значения ενδέχεσθαι — 264
— небрежно излагает законы обращения для возможных предложений — 265;
— его вводное замечание к теории проблематических силлогизмов — 267 (сн. 1);
— отрицает обратимость общеотрицательных случайных предложений — 267 (сн. 2);
— его учение о «дополнительном обращении» 269 (сн. 1);
— его определение случайности влечет за собой обратимость общеотрицательных случайных предложений — 270;
— его теория обратимости случайных предложений критикуется с точки зрения основной модальной логики — 267—274;
— его модусы со случайными посылками и заключением ошибочны — 276, 277;
— модусы, полученные с помощью «дополнительного обращения», должны быть отброшены — 277, 280;
— ошибочно пренебрегает единичными предложениями — 279;
— его пропозициональная модальная логика, в противоположность его модальной силлогистике, существенна для философии — 280, 281;
— молчаливо принимает принцип двузначности — 281;
— близко подходит к пониманию многозначной логики — 281;
— его взгляды на необходимость гибельны для философии — 281;
— его определение случайности ошибочно — 276, но его понимание случайности плодотворно — 283.
Арифметическая интерпретация силлогистики — 183—187.
Арифметические законы, стоиками сравниваются с силлогизмами — 51.
'Αοχή — основная истина — 87;
Ассерторические предложения, определены на 194.
Ассоциативный закон сложения, без скобок — 129.
'Αξίωμα, термин стоиков для обозначения предложения — 133 (сн. 3).

Barbara, аксиома — 140;
— совершенный силлогизм — 88;
— формулируется Аристотелем — 36;
— с переставленными посылками и без знака необходимости — 46 (сн. 2);
— его малая роль в системе — 146;
— его выражение в форме чистой импликации — 252, 253.
Barbari, положение — 144.
Baroco, положение — 146;
— формулируется Аристотелем с переставленными посылками — 76 (сн. 3);
— неудовлетворительное его доказательство посредством reductio ad impossibile — 100—102;
— как Baroco может быть доказано с помощью reductio ad impossibile — 101;
— правильное доказательство, данное Аристотелем — 103;
— с двумя аподиктическими посылками может быть доказано посредством выделения — 252, 253.

Бесскобочная символика Лукасевича — 128—130.
Бекер А. — 217 (сн. 3), 252 (сн. 2), 273 (сн. 1).
Беккер И. — 63 (сн. 1).
Bocardo, положение — 146;
— формулируется Аристотелем с переставленными посылками — 75, 111, 112;
— доказывается Аристотелем через выделение — 111;
— доказательство Bocardo с помощью кванторов существования — 112—114;
— то же доказательство в символической форме — 137, 138;
— с двумя аподиктическими посылками может быть доказано посредством выделения — 252, 253.
Бóльший термин, предикат заключения — 72;
— неправильно определяется Аристотелем — 68;
— Аристотелевское определение, видоизмененное Гермином — 72 (сн. 1);
— несостоятельное мнение Александра на этот счет, — 71, 72;
— классическое определение, данное Филопоном—73 (сн. 1).
Бохенский И. М., его предположение о композиции «Первой аналитики» — 66.
Боэнер Ф. — 271 (сн. 3).
Bramantip, положение — 144;
— Аристотелем именуется ἀντεστραμμένος συλλογισμός — 63;
— доказывается Аристотелем — 65 (сн. 1).
Быть присущим, ὑπάρχειν — 50 (сн. 1);
— употребляется Аристотелем в абстрактных силлогизмах с переменными вместо εἶναι, употребляемого в конкретных примерах — 54;
— объяснение Александром этого факта — 54 (сн. 1).

W, постоянный функтор, его четырехзначная матрица — 240;
W, отношение к парному функтору *M* — 239—242;
— его роль в определении случайности — 243—245.
Вайтц Т. — 28;
— не отличает аристотелевского силлогизма от традиционного — 59;
— порицает Апулея за изменение порядка посылок — 74 (сн. 1).
Верификация δ-выражений — 228, 229
Verum sequitur ad quodlibet — 248.
Возможность, ее отношение к необходимости, выраженное символически — 194, 195;
— в четырехзначной системе модальной логики представлена «парными» функторами — 233, 239;
— ее четырехзначные матрицы— 240;
— использование для определения случайности — 243—245.
Вывод, не есть предложение — 58, 59.
Выделение, объясняется с помощью кваторов существования — 107, 108;
— доказательства с помощью выделения — 105, 114;
— Александр приписывает этим доказательствам чувственный характер — 107 (сн. 1), 110 (сн. 4, 5), 114 (сн. 1).
Выражение, осмысленное — 131
— элементарное — 158;
— простое — 158.

Гален, подразделяет сложные силлогизмы, состоящие из четырех терминов, на четыре фигуры — 81—84.
Гермин, видоизменяет аристотелевское определение большего термина — 72 (сн. 1);
— неправильно понимает отбрасывание — 118 (сн. 1).
Герхардт — 214 (сн. 3).

Гипотетический силлогизм, закон которого известен Аристотелю — 94;
— формулируется — 96;
— в символической форме — 129.
Гольке Р., его предположение относительно композиции «Первой аналитики» — 192.

Darapti, положение — 144;
— доказывается Аристотелем с помощью выделения — 109;
— может быть доказан с помощью кванторов существования — 110, 111.
Darii, положение — 144;
— совершенный силлогизм — 88;
— формулируется Аристотелем с переставленными посылками — 76 (сн. 1).
Datisi, аксиома — 140;
— формулируется Аристотелем с переставленными посылками — 75 (сн. 4).
Двузначность, как принцип—133;
— молчаливо принимается Аристотелем — 280, 281;
— Лукасевич об его истории в античности — 281 (сн. 1).
Дедукция силлогистических законов — 143—146.
Дедуктивная эквивалентность некоторых положений — 162;
— определяется на стр. 166;
— отлична от обычной эквивалентности — 166;
— требует отбрасывания —165, 166.
Детерминизм, возражение Лукасевича против него 283—284.
δ-*выражения*, метод верификации (проверки) — 228.
δ-*определения* — 229—232;
δ-определение *H* — 231;
δ-определения *L* и *M* — 234, 235;
δ-определения *X* и *Y* — 244.
δ-*переменный функтор* от одной пропозициональной переменной, объясняется его область значений — 226, 227.
Dictum de omni et nullo, не есть принцип силлогистики — 90;
Dictum de omni et nullo, не формировался Аристотелем — 91.
Dimaris, положение — 144;
— доказывается Аристотелем — 65 (сн. 1).
Disamis, положение — 144;
— формулируется Аристотелем с переставленными посылками — 42 (сн. 1);
— доказывается Аристотелем через обращение заключения модуса Darii — 96—98.
Доказательство, аристотелевская теория доказательства неудовлетворительна — 87;
— доказательства модусов силлогистики посредством обращения — 95—98;
— посредством reductio ad impossibile — 99—105;
— посредством выделения — 105—114;
— как должны выполняться доказательства посредством reductio ad impossibile — 101;
— доказательство разрешимости для теории дедукции — 168—174;
— для силлогистики — 177—183;
— доказательство *L*-закона экстенсиональности — 199;
— доказательство *CNLNpMp* — 202, 203;
— доказательство *Cpp* в *C—N—* — δ — *p*-системе — 228, 229;
— что ни одно аподиктическое предложение не истинно — 236, 237;
— доказательство модусов с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой — 260—262.
Дунс Скот, его закон, или принцип — 131, 197, 227, 231, 232;
— его принцип не есть тавтология — 232.
Δυναῖον — возможное — 193.

E, постоянный функтор, означает «ни одно не есть» или «не присуще ни одному» — 50, 127.
Eab, означает «ни одно *a* не

есть *b*» или «*b* не присуще ни одному *a*» — 127.
Евдем — 80 (сн. 2) — 192, 215, 239, 255 (сн. 1), 256, 259, 263, 264, 274 (сн. 1).
Евклид, использует закон Клавиуса — 95.

Ἐνδέχεσθαι, его двусмысленное употребление у Аристотеля — 264.

Ἐνδεχόμενον, случайное — 193, см. Случайность.
Единичные термины, определены Аристотелем — 37 (сн. 3);
— почему опущены в его силлогистике — 39—41.
Ex mere negativis nihil sequitur, не общее правило — 158;
— связано с правилом отбрасывания Слупецкого — 159.

Законность, свойственна выводам и правилам вывода — 58, 59.
Законы, теории дедукции,
— коммутации — 133;
— коммутативный закон конъюнкции — 108;
— сложный закон транспозиции — 102;
— закон экспортации — 138, 141, 253;
— импортации — 138, 253;
— гипотетического силлогизма — 96;
— тождества — 92;
— Клавия — 131, 231;
— Дунса Скота — 131, 197, 277, 231, 232;
— де-Моргана или Оккама — 271 (сн. 3);
— силлогистики — 143—146;
— экстенсиональности для модальных функторов: в широком смысле — 199—201;
— взятый sensu stricto — 199, 200;
— в сильной интерпретации — 200, 209;
— в слабой интерпретации — 204, 209;
— для *L* и *M* в сильной интерпретации, выводимые в четырехзначной системе модальной логики — 236;
— закон тождества используется Аристотелем, но явно им не формулируется — 212 (сн. 1);
— его аналитический характер — 211;
— закон «двойной случайности» — 248;
— законы противоречия и исключенного третьего для *X*-случайности и *Y*-случайности — 245.

И, пропозициональный функтор, обозначающий конъюнкцию — 50, 128.
I, постоянный функтор, означает «некоторое есть» или «присуще некоторому» — 50, 128.
Iaa, закон тождества, аксиома — 140.
Iab, означает «некоторое *a* есть *b*» или «*b* присуще некоторому *a*» — 128.
Ибервег Фр. — 77, 81.

Ὑλη, материя силлогизма как противоположная его форме — 50.
Импликация, «если *p*, то *q*» — 129;
— определена в качестве функции истинности Филоном из Мегары — 134, 208, 222;
— ее отношение к соответствующему правилу вывода — 60.
Импортации закон — 137.
Интерпретация переменных — 237.
Иоанн Итал. — 80.

Ὑποβάλλειν, термин, которым Филопон обозначает подстановку — 43.
Исходное основание силлогистики — 154;
— не достаточно без правила отбрасывания Слупецкого — 155.

K, знак конъюнкции «и» — 128;
— его четырехзначная матрица — 243.
Q, знак эквивалентности — 163;
— означает «если и только если», употребляется вместо обычного обозначения «*E*»— 195 (сн. 3).
Кальбфлейш К. — 80.
Camenes, положение — 145;
— доказанное Аристотелем — 65 (сн. 1).
Camenop, положение — 145.
Camestres, положение — 145;
— сформулировано Аристотелем с переставленными посылками — 76 (сн. 1).
Camestrop, положение — 145.
Кант И. — 191.
Капп Е. — 33 (сн. 1);
— критикует Прантля — 37 (сн. 1).
Картезианский принцип, «cogito ergo sum», не принцип, а вывод — 59.
Категорическая система — 152.
Квадрат противоположностей, не упоминается в «Аналитиках» — 57, 89.
Квантифицированные выражения, их объяснение — 135.
Кванторы общности, обозначаемые через *П*, существования или частности, обозначаемые через Σ — 135;
— правила кванторов существования — 108;
— правила кванторов общности — 138;
— кванторы общности соответствуют силлогистической необходимости — 46, 139;
— кванторы существования могут объяснить доказательства через выделение — 107—114;
— кванторы общности могут быть опущены в начале принятой формулы — 206, 207.
Кейнс Дж., о единичных предложениях — 39 (сн .1);
— о большем и меньшем термине — 70 (сн. 1);
— о сведении силлогизмов к первой фигуре — 88;
Кейнс Дж., о dictum de omni et nullo — 91.
Клавий, комментатор Евклида — 131;
— его закон, или принцип — 131, 231.
Классическое исчисление предложений, должно быть сохранено в любой модальной логике — 233;
— некоторые его принципы вначале вызвали возражение, но затем были всеми приняты— 247—249;
— см. также Теория дедукции.
Коммутации закон — 133, 141, 162, 163.
Коммутативный закон конъюнкции — 108;
— сформулированный в символах — 136.
Консеквент импликации — 128.
Конъюнкция, ее определение — 128, 132;
— ее определение в качестве функции истинности — 134.
Коплстон Ф. С. Дж. — 33 (сн. 1).
Kpq, конъюнкция, означающая «*p* и *q*» — 128;
— ее определение через *C* и *N* — 132;
— определена в качестве функции истинности — 134.
Куайн В., о следствиях из аподиктического принципа тождества — 212.
Кутюра Л. — 183 (сн. 1).

L-постоянный функтор, означает «необходимо, что» — 193, 194;
— его матрица в четырехзначной модальной системе — 235.
Лейбниц Г. В., его арифметическая интерпретация силлогистики — 183—187;
— приводит формулировку принципа необходимости — 214.
Лесневский С., положение его прототетики — 220;
— вводит в пропозициональную

логику переменные функторы — 225;
— его правило для верификации выражений с переменными функторами пропозициональных аргументов — 229,
— его способ записи определений — 230.
Логика, ее отношение к психологии — 48, 49;
— к философии — 49;
— аристотелевская логика есть теория функторов *A, E, I, O* — 50.
Логика предложений, отлична от логики терминов — 92;
— изобретена стоиками — 92;
— в современном виде разработана Фреге — 93.
Лукасевич, Ян, об аксиомах силлогистики — 90 (сн. 3) 143;
— о логике стоиков — 93 (сн. 1);
— его система модальной логики — 193 (сн. 1);
— о переменных функторах — 226 (сн. 1);
— о трехзначной системе модальной логики — 233 (сн. 1);
— по проблеме аристотелевской модальной силлогистики — 253 (сн. 2);
— о принципе двухзначности — 281 (сн. 1).
Льюис К. И., ввел в символическую логику «строгую импликацию» — 208;
— его строгая импликация отлична от необходимой импликации Александра — 209;
— критика некоторых деталей его модальной системы — 246, 247.
M, постоянный функтор, означает «возможно, что» — 193;
— его матрица в четырехзначной модальной системе — 233;
— его «парный» функтор — 239—242.
Майер Г., неправильно понимает силлогистическую необходимость — 47;
— опровергаются его философские спекуляции на этот счет — 47;
Майер Г., не отличает аристотелевский силлогизм от традиционного — 59 (сн. 1);
— принимает ошибочное аристотелевское определение большего, меньшего и среднего термина — 68 (сн. 3);
— рассматривает порядок посылок как фиксированный — 74 (сн. 2);
— принимает объемные отношения терминов в качестве принципа деления силлогизмов на фигуры — 77—80;
— допускает четвертую фигуру только с двумя модусами — 79;
— верит в существование единого принципа силлогистики — 91;
— не понимает логики стоиков — 93;
— не понимает импликации «если не *p*, то *p*» — 95;
— принимает александровскую интерпретацию доказательств посредством выделения — 107 (сн. 2);
— не понимает доказательств отбрасывания — 116.
Материальная импликация, определена Филоном из Мегары — 208, 209.
Матрица, двузначная для *C*—*N*—*p*-системы — 222, 223;
— четырехзначная для этой же системы — 225;
— двузначная для четырех функторов от одного аргумента — 229;
— четырехзначная соответственно для *C, N, M, L* — 235;
— четырехзначная для *W* — 240;
— четырехзначная для *K* — 243;
— четырехзначная для *X* и *Y* — 244, 245;
— восьмизначная для *C, N, M* — 249.
Матричный метод, его объяснение — 222—225;
— известен Лукасевичу через Пирса и Шредера — 233;
— объяснение метода «перемножаемых» матриц — 224—225.

Меньший термин, субъект заключения — 73;
— ошибочно определен Аристотелем — 68 (сн. 2);
— классическое определение, данное Филопоном — 73 (сн. 1).
Мередит С. А., о числе фигур и модусов для силлогизмов с *n* терминами — 84, 85;
— о расширенных системах пропозиционального исчисления — 225, 228 (сн. 1).
М-закон экстенсиональности, сильный, дает нам возможность установить теорию силлогизмов с возможными посылками — 265.
Множитель, принцип множителя — 96—98.
Модальная логика предложений предполагается любой модальной логикой терминов — 192;
— ее фундаментальные формулы — 193—195;
— два схоластических принципа ее — 195—196;
— основная модальная логика — 195—197;
— ее развитая четырехзначная система — 232—236;
— ее трехзначная система, неудовлетворительная — 233 (сн. 1), 234;
— набросок ее восьмизначной системы — 248, 249;
— ее многозначная система с неограниченным числом степеней возможности — 250.
Модальная силлогистика, менее важна, чем ассерторическая — 251;
— содержит ошибки — 192;
— должна быть перестроена — 276.
Модальные функторы — 194; отличны от любых четырех функторов двузначного исчисления — 233;
— все их комбинации сводимы к четырем несводимым комбинациям — 248.
Модальные функции — 193.
Modus ponens, первый недоказуемый силлогизм стоиков — 56;
— правило отделения — 52, 56.
Модусы, с двумя аподиктическими посылками — 251—253;
— с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой — 253—257;
— модусами с возможными посылками пренебрегают в пользу модусов со случайными посылками — 263;
— с одной проблематической и одной аподиктической посылкой, дающие аподиктические заключения — 266;
— со случайными посылками, маловероятно найти их полезное применение — 276;
— с проблематическими посылками, метод их корректирования — 280.
Морган А., де — 271 (сн. 3).
Морское сражение, аристотелевский пример — 215, 219, 243, 247, 283, 284.
Мучманн Г. — 105 (сн. 1).

N, знак отрицания: «не верно, что» или «не» — 128.
Недоказуемые предложения, ἀναπόδειχτοι — 86.
Недоказуемые силлогизмы стоиков, первый — 56;
— второй и третий — 104.
Независимость, доказательства независимости аксиом силлогистики — 141, 142.
Необходимая связь предложений — 204—208;
— терминов — 211—213.
Необходимость, ее отношение к возможности, выраженная символически — 195;
— простая и условная — 205, 214, 215;
— гипотетическая — 215;
— аристотелевский принцип необходимости — 214—217;
— принцип необходимости, интерпретированный как правило — 215, 216;

Необходимость, критика Лукасевичем аристотелевского взгляда на необходимость — 281; см. Силлогистическая необходимость.
Неограниченное число степеней возможности в многозначной модальной системе — 250.
Неопределенная посылка—37, 38;
— истолковывается как частная — 38 (сн. 2, 3).
Непосредственная посылка, ἄμεσος προτασις без среднего термина между субъектом и предикатом — 87.
Непротиворечивость силлогистики, доказывается — 141.
Неразрешимые выражения—154;
— неограниченное их число — 157.
Несовершенные силлогизмы, модусы второй и третьей фигуры — 86.
Неточность аристотелевских формулировок — 55 (сн. 1).

O, постоянный функтор, означает «некоторое не есть» или «не принадлежит некоторым» — 50, 127, 128.
Oab, означает «некоторое *a* не есть *b*» или «*b* не присуще некоторому *a*» — 128.
Обращение аподиктических предложений, аналогично обращению ассерторических — 252.
Обращение дополнительное, объясняется на стр. 269;
— не может быть допущено — 274—276.
Обращение посылок вида A, положение — 144;
— неправильно рассматривается как ошибочное — 188.
Обращение посылок вида E, положение — 144;
— его силлогистическое доказательство Александром — 45.
Обращение посылок вида I, положение — 143;
— доказано Аристотелем посредством выделения — 106;
— доказательство с помощью кванторов существования — 108, 109;
— последнее доказательство в символической форме — 136, 137.
Обращение посылок вида O, незаконно — 46 (сн. 3).
Обращение силлогизма — 103.
Общая посылка — 38.
Общий термин — 38.
Общности квантор, см. Кванторы.
Однородные термины, требуются силлогистикой — 41.
Оккам У., его законы — 271 (сн. 3).
Оксфордский перевод сочинений Аристотеля — 28.
Определения, два способа определения функторов — 132;
— в «Principia Mathematica» — 229, 230;
— в системе Лесневского — 230;
— в *C—N—δ—p*-системе — 230—232; см. также δ-определение.
Осмысленное выражение, определяется индуктивно — 131.
Основная модальная логика; ее определение — 195;
— аксиомы — 196—197;
— является неполной модальной системой — 198.
Основные термины силлогистики — 89.
Отбрасываемые выражения, обозначаемые звездочкой — 196, 197.
Отбрасывание, использовалось Аристотелем, осуществлявшем его посредством подбора конкретных терминов — 115;
— приводимое им правило отбрасывания — 119 (сн. 1);
— пояснение значения отбрасывания — 149;
— его правила — 120, 121, 149;
— как работают эти правила — 148—150;
— основания для введения их в теорию дедукции — 165.
Отделение, правило отделения, modus ponens стоиков — 52.
Отрицание, пропозициональное, обозначается у стоиков термином οὐχί — 128 (сн. 1).

Отрицательные термины, Аристотелем исключены из силлогистики — 122.

Парные возможности, объясняются — 239—242.
Парные необходимости — 242.
Парные случайности — 245.
Пеано — 96.
Peiorem sequitur Semper conclusio partem — 255, 266.
Переменные, введены в логику Аристотелем — 41, 42;
— истинные силлогизмы не зависят от вида переменных — 43 (сн. 4);
— Аристотелю неизвестно отождествление переменных — 44;
— их объемные отношения не могут быть определены — 69;
— отличие «подстановочных переменных» от «интерпретационных переменных» — 237.
Перипатетики, фигурирующий у них силлогизм — 33;
— об отношении логики к философии — 49 (сн. 1);
— неформалисты — 53.
Пирс Ч. С., изобретатель метода верификации положений теории дедукции — 133, 233.
Платон, предположение о его влиянии на логику Аристотеля — 40, 41, 281;
— примеры сложных силлогизмов — 82.
Платоники, об отношении логики к философии — 49.
Подстановка, античное доказательство через подстановку — 45;
— термин, используемый для обозначения подстановки Филопоном — 43;
— правило подстановки для принимаемых выражений — 131;
— для отбрасываемых выражений — 121, 149; для δ-выражений — 226, 227.
Положение, истинное предложение дедуктивной системы — 57;
— отлично от правила вывода — 58;
— отношение положения, выраженного в форме импликации к соответствующему правилу вывода — 60.
Порядок посылок — 73—76;
— Аристотелем не фиксировался — 73—76.
Постоянные функторы, аристотелевские: *A, E, I, O* — 127;
— пропозиционные: *C, K, N* — 128;
— *Q* — 163, 195 (сн. 3);
— *H* — 230;
— пропозициональные от одного аргумента;
— *V, S, N, F* — 229;
— модальные *L, M,* — 193, *T* — 218;
— *W* — 240;
— *X, Y* — 244, 245;
— тождества *J* — 212.
Посылка, определяется Аристотелем — 36;
— подразделяются им на общие, частные и неопределенные — 37.
Правила вывода, отличны от предложений — 58, 59;
— для принятых выражений: подстановки — 131, 140;
— отделения 132, 140;
— для отбрасываемых выражений: подстановки — 96, 121, 149;
— отделения — 121, 149.
Правило «а, следовательно, необходимо, что α», допускаемое некоторыми современными логиками — 217.
Правило для верификации δ-выражений — 229.
Правило отделения — modus ponens стоиков — 52, 56, 131.
Правило Слупецкого, формулируется — 125, 158;
— объясняется — 159;
— применяется — 160, 161.
Правило подстановки для переменных функторов, объясняется — 226—228.

Прантль К., критикуется Каппом — 37 (сн. 1);
— не отличает аристотелевский силлогизм от традиционного — 59, 76;
— его ошибочное мнение о четвертой фигуре — 76 (сн. 5), 77 (сн. 1);
— его незнание логики — 76—78;
— цитирует Аверроэса — 190.
Предикат, вместе с субъектом составляет материю силлогизма — 50;
— ставится Аристотелем в абстрактных силлогизмах на первое место — 35;
— предикат заключения тождествен большему термину — 72;
— предубеждение, что всякое предположение имеет субъект и предикат — 190.
Предложение, πρότασις перипатетиков — 36;
— ἀξίωμα стоиков — 133 (сн. 3);
— Александр о различии категорических и гипотетических предложений — 190 (сн. 3);
— функториальные предложения не имеют ни субъекта, ни предиката — 190—191;
— аподиктические — 194;
— проблематические — 194;
— ассерторические — 194;
— аналитические, определение и примеры их — 211.
Принятие, введено Фреге, усвоено в «Principia Mathematica» — 147.
Принцип деления силлогизмов на фигуры — 61;
— тождества для аподиктических предложений надо отбросить — 262;
— тавтологии — 232.
«Principia Mathematica» А. Н. Уайтхеда и Б. Рассела — 93, 95 (сн. 1), 96 (сн. 2), 96 (сн. 3), 102 (сн. 1), 108 (сн. 1), 229, 232.
Приор А. Н. — 238 (сн. 1).
Пропозициональная функция — 147, 148.
Простые выражения силлогистики, отбрасываются — 177, 178.

Разрешимость, проблема разрешимости, решенная для *C—N—p*-системы теории дедукции — 168—175;
— для силлогистики — 177—183.
Райт, фон — 217 (сн. 1).
Рассел Б. — 33 (сн. 1);
— ошибочно критикует Аристотеля — 34 (сн. 1), см. также «Principia Mathematica».
RE, правило, разрешающее заменять *NI* на *E* и обратно — 140.
Réductio ad absurdum, см. reductio ad impossibile.
Reductio ad impossibile, характеризуется Аристотелем — 101 (сн. 1);
— доказательства с помощью reductio ad impossibile — 99—105;
— его неудовлетворительность для Baroco и Bocardo — 99, 100, 253.
RO, правило, разрешающее заменять *NA* на *O* и обратно — 140.
Росс, сэр Дэвид — 28—29, 42 (сн. 2), 63 (сн. 1), 91 (сн. 2), 217 (сн. 2, 3), 257, 264 (сн. 1), 269, 279 (сн. 1), 280.
RS, правило отбрасывания Слупецкого — 159.

Сведéние числа аксиом к минимуму, восходит к Аристотелю — 88, 89.
Сведéние к элементарным выражениям, в теории дедукции, в силлогистике — 167—172, 175—176.
Сведéние силлогистических модусов к первой фигуре, означает их доказательство — 88;
— критикуется мнение Кейнса — 88.
Секст Эмпирик, приводит перипатетический силлогизм — 33 (сн. 3);

Секст Эмпирик, сообщает о доказательстве стоиками сложного закона транспозиций — 105 (сн. 1);
— приводит философское определение импликации — 134 (сн. 1).
Серпинский В. — 281.
Силлогизм, перипатетиков — 33;
— представленный Аристотелем в конкретных терминах — 35;
— форма аристотелевского силлогизма — 33—36;
— по-разному формулируется в переменных и в конкретных терминах — 53;
— сравнивается стоиками с арифметическим законом — 51;
— в форме чистой импликации — 60, 253;
— в символической форме — 129;
— модальные силлогизмы рассматриваются Аристотелем по образцу его ассерторических силлогизмов — 251.
Силлогистическая необходимость, ее признак, иногда Аристотелем опускается — 46;
— ее смысл обнаруживается, например, в случае незаконного обращения посылки *О* — 46;
— неправильно объясняется Майером — 47;
— соответствует квантору общности — 47;
— доказательство этого соответствия в символической форме — 138, 139;
— может быть элиминирована из законов силлогистики — 205—207.
Символическое обозначение, без скобок — 128—130.
Синтетическая теорема, приписывается Аристотелю Александром — 113 (сн. 1);
— в символической форме — 137.
Следовательно, знак вывода — 34, 35, 58.
Сложный закон транспозиции, известен Аристотелю — 100—102.
— доказывается стоиками в качестве правила вывода — 105 (сн. 1).
Сложные силлогизмы из четырех терминов, исследовались Галеном — 81 (сн. 3);
— подразделялись им на четыре фигуры — 82 (сн. 1).
Слупецкий Я., доказывает, что число неразрешимых выражений силлогически неограниченно — 155;
— формулирует новое правило отбрасывания — 158;
— показывает, что лейбницевская арифметическая интерпретация силлогистики верифицирует его правило — 186 (сн. 1);
— цитируется его статья — 126 (сн. 1).
Случайность, определяется Аристотелем — 201—218 (сн. 2), 267;
— определяется Александром — 218;
— аристотелевское определение приводит к трудностям — 242;
— *X*-случайность и *Y*-случайность определяются в пределах четырехзначной модальной системы, — 244, 245:
— закон «двойной случайности» — 248;
— два его онтологических значения, различаемые Аристотелем — 278 (сн. 1);
— обсуждение этого различения Александром — 279 (сн. 1);
— плодотворность этих идей Аристотеля — 283.
Совершенные силлогизмы, модусы первой фигуры — 86—89.
Солмсен Фр., опровержение его взгляда на обращение заключения — 64 (сн. 1).
Средний термин, ошибочно определяется Аристотелем для первой фигуры — 68 (сн. 1);
— правильно определяется для всех фигур — 69 (сн. 1).
Стоики, об изменении терминов в силлогизмах — 55, 56 (сн. 1);

Стоики, их логика формалистична — 56;
— их логика есть логика высказываний — 92, 281;
— система правил вывода — 93;
— неправильно понята современными комментаторами — 93, 94;
— обозначают переменные порядковыми числами — 104 (сн. 4);
— употребляют οὐχί в качестве пропозиционального отрицания — 128 (сн. 1);
— принимают филоновское определение импликации — 134;
— утверждают принцип двузначности — 133 (сн. 3);
— modus ponens, первый недоказуемый силлогизм стоиков — 56;
— второй и третий недоказуемые силлогизмы — 104;
— их доказательство сложного закона транспозиции — 104, 105;
— логика стоическо-мегарской школы хорошо известна Александру — 209.
Στοιχεῖα, буквы, переменные — 42.
Строгая импликация — 208.
Строка вывода — 132.
Субъект, вместе с предикатом составляет материю силлогизма — 50;
— в абстрактных силлогизмах ставится Аристотелем на второе место — 35;
— субъект заключения тождествен меньшему термину — 72, 73;
— предложения без субъекта или предиката — 87, 189, 190.
Существования квантор, см. Кванторы.

T, постоянный функтор, означает «случайно, что» — 218;
— не подходит для интерпретации случайности в аристотелевском смысле — 273.
Тавтология, ее принцип — 232.
Тарский А. — 128 (сн. 2), 162 (сн. 1).
«Теодицея», сочинение Лейбница — 214.
Теорема о редукции, доказывается для теории дедукции — 162—172;
— для силлогистики — 174—176.
Теория вероятностей, может быть связана с модальными логиками — 250.
Теория дедукции, наиболее элементарная часть логики высказываний — 93, 130—135;
— открыта стоиками как система правил вывода — 92;
— обоснована в новое время Фреге — 93;
— положена в основу математики в «Principia Mathematica» — 93;
— основания для введения отбрасывания в эту теорию — 165.
Теория тождества, ее аксиомы — 212;
— трудности, возникающие при применении модальной логики к теории тождества — 237—239.
Теофраст, добавляет модусы четвертой фигуры к первой — 66, 80 (сн. 2);
— по-видимому, определял первую фигуру не так, как Аристотель — 67;
— делает исправления в аристотелевской модальной силлогистике — 192;
— о значении необходимости — 214 (сн. 2);
— делает явным различение простой и условной необходимости — 214, 215;
— его учение о модусах со смешанными посылками — 255 (сн. 1), 256, 259, 260, 264;
— его правило peiorem нарушается модальными модусами — 266;
— допускает обращение общеотрицательных случайных предложений — 274 (сн. 1, 2), 275.
Термин, часть посылки — 36;
— общий, единичный, пустой — 37;

Термин, отличен от Begriff — 37 (сн. 1);
— подразделение терминов — 39, 40;
— силлогистические требования однородности терминов — 41;
— больший и меньший термины — 67—70.
Θέσις, порядок терминов, принятый Аристотелем для трех фигур — 74 (сн. 3, 4), 75 (сн. 1).
Тождество, его законы, силлогистическое тождество *Aaa* и *Iaa* — 140;
— пропозициональное тождество — 92;
— принцип тождества — 212;
— аподиктический принцип тождества — 212;
— аксиомы теории тождества — 212;
— анализ закона — 211, 212;
— закон тождества, используемый Аристотелем в доказательстве — 212 (сн. 1).
Томас, Иво — 212 (сн. 1).
Традиционный силлогизм, правило вывода — 58—60;
— его отличие от аристотелевского — 58;
— не истинен и не ложен, а лишь правилен или неправилен — 59;
— слабее, чем аристотелевский силлогизм — 59—61.
Транспозиция, ее закон, известный Аристотелю — 94;
— его символическая форма — 141;
— сложный закон транспозиции, доказанный стоиками — 105 (сн. 1).
Тренделенбург Ф., не различает между аристотелевским и традиционным силлогизмами — 59;
— о порядке посылок — 74 (сн. 2);
— о принципе деления силлогизмов на фигуры — 77, 79.
Уайтхед А., см. «Principia mathematica».
Utrumquodque, quando est, oportet esse, принцип необходимости — 214.
Utraque sipraemissa neget nil inde sequentur, связанное с правилом отбрасывания Слупецкого — 158.
Уоллис М. — 81.
Упрощения закон — 138, 141.
Утверждение «сильное» и «слабое» — 280—282.
Felapton, положение — 146;
— формулируется Аристотелем с переставленными посылками — 44 (сн. 2).
Ferison, положение — 146.
Fesapo, положение — 146;
— доказано Аристотелем — 64 (сн. 2).
Festino, положение — 145;
— доказано Аристотелем — 96.
Фигуры силлогизма, деление на фигуры преследует практическую цель — 61;
— описание трех аристотелевских фигур — 61 (сн. 1);
— положение среднего термина в посылках — принцип подразделения на фиг. — 61 (сн. 2);
— критикуется мнение Майера — 77—80.
Филон из Мегары, определил импликацию как функцию истинности — 134 (сн. 1), 208, 209, 222.
Филопон, Иоанн, о важности переменных — 42, 43 (сн. 1);
— использует для обозначения подстановки термин ὑποβάλλει — 43;
— его определение большего и меньшего термина — 73 (сн. 1);
— во второй фигуре больший и меньший термины устанавливаются по соглашению — 73 (сн. 2).

Форма, аристотелевского силлогизма — 33—36;
— форма мысли — 48;
— форма силлогизма в противоположность его материи — 50;
— определяется числом и расположением переменных и логических постоянных — 50.
Формализм — 51—53.
Фреге Г., основатель современной пропозициональной логики — 93;
— ввел в логику «принятие» — 147.
Fresison, положение — 146;
— доказано Аристотелем — 64 (сн. 2).
Функториальные предложения, не имеют ни субъекта, ни предиката — 191.
Функторы, силлогистики — 127;
— модальные — 193;
— переменные функторы, введенные в пропозициональную логику Лесневским — 225;
— значение простейшего выражения с переменным функтором от одного пропозиционального аргумента — 225—227.

Хризипп — 133 (сн. 3).

C — знак импликации «если — то» — 128;
— его двузначная матрица — 222;
— его четырехзначная матрица — 225, 234, 235;
— его восьмизначная матрица — 248, 249.
Celarent, положение — 145;
— совершенный силлогизм — 88.
Celaront, положение — 145.
Целлер Э. — 93.
Cesare, положение — 145.
Cesaro, положение — 145.
Цепь — 181.
Цицерон — 133 (сн. 3).
C—N—δ—p-система;
— объясняется — 225—229;
— некоторые ее важные положения — 228;
C—N—δ—p-система, метод верификации (проверки) ее выражений — 228;
— ее единственная аксиома — 227;
— ее правило подстановки — 226, 227;
— ее правило определений — 228—232.
C—N—p-система; как проверить ее выражения с помощью матричного метода — 222, 223; см. также Классическое исчисление предложений.
C—O—δ—p-система, ее аксиома — 228 (сн. 1).
Cpp, пропозициональный закон тождества, отличен от *Aaa* — 92;
— приводится внутри *C—N—δ—p*-системы — 227—229.
Cpq-импликация, означает «если *p,* то *q*» — 128.

Частная посылка — 37; квантифицируется, см. Кванторы.
Четвертая фигура, опущенная Аристотелем — 66;
— ее модусы допускаются Аристотелем — 66;
— не изобретена Галеном — 83;
— критикуются на этот счет мнения Прантля и Майера — 76, 78, 79.
Четырехзначная система модальной логики, ее основные термины — 233—235;
— ее аксиомы — 234—235;
— ее правила вывода — 236;
— соответствующая ей матрица — 235;
— некоторые из ее необычных следствий — 247;
— метод ее экстраполяции на более высокие системы — 248—250.
Число законных модусов и фигур для силлогизмов с *n* терминами — 85.
Число неразрешимых выражений, без правила Слупецкого неограниченно — 158.

Число силлогистических форм и правильных модусов — 148, 149.

Шольц Г. — 29;
— об авторстве Галена относительно четвертой фигуры — 81.
Шрёдер Е. — 233.

Эйлеровские диаграммы, применены к неаристотелевской системе силлогистики — 152;
— к проблеме неразрешимых выражений — 155.
Эквивалентность, например, *Eab* и *NIab* — 140;
— отлична от дедуктивной эквивалентности — 166.
Экспортации закон — 138, 141, 253.
Экстенсиональности закон, для модальных функторов — 198, 199, 200, 204, 208, 209;
Экстенсиональности закон, общий закон экстенсиональности — 199—200;
— *M*-закон, доказанный Аристотелем и Александром — 201—204.
Энезидем — 104.
«Энциклопедия Британская», 11-е издание, о логике стоиков — 93.
H, знак альтернативы «или — или», его определение — 229;
— его δ-определение — 231.

X-постоянный функтор, его четырехзначная матрица — 245;
— его δ-определение — 244;
— его отношение к его парному функтору *Y* — 244—246.

Y-постоянный функтор, его четырехзначная матрица — 245;
— его δ-определение — 244;
— его отношение к его парному функтору *X* — 244—246.

СОДЕРЖАНИЕ

Вступительная статья 5
Предисловие автора к первому изданию 27
Предисловие ко второму изданию 31

Глава 1

Элементы системы

§ 1. Истинная форма аристотелевского силлогизма 33
§ 2. Посылки и термины 36
§ 3. Почему единичные термины были опущены Аристотелем 39
§ 4. Переменные 41
§ 5. Силлогистическая необходимость 45
§ 6. Что такое формальная логика? 48
§ 7. Что такое формализм? 51

Глава II

Положения системы

§ 8. Положения и правила вывода 57
§ 9. Фигуры силлогизма 60
§ 10. Больший, средний и меньший термины 67
§ 11. История одной ошибки 71
§ 12. Порядок посылок 73
§ 13. Ошибки некоторых комментаторов нового времени 76
§ 14. Четыре галеновские фигуры 80

Глава III

Система

§ 15. Совершенные и несовершенные силлогизмы 86
§ 16. Логика терминов и логика предложений 91
§ 17. Доказательства посредством обращения 95

§ 18. Доказательства посредством reductio ad impossibile . . 99
§ 19. Доказательства посредством выделения 105
§ 20. Отбрасываемые формы 115
§ 21. Некоторые нерешенные проблемы 122

Глава IV

Аристотелевская система в символической форме

§ 22. Объяснение символики 127
§ 23. Теория дедукции 130
§ 24. Кванторы 135
§ 25. Основания силлогистики 140
§ 26. Выведение силлогистических положений 143
§ 27. Аксиомы и правила для отбрасываемых выражений . . 146
§ 28. Недостаточность наших аксиом и правил 150

Глава V

Проблема разрешимости

§ 29. Число неразрешимых выражений 154
§ 30. Правило отбрасывания Слупецкого 158
§ 31. Дедуктивная эквивалентность 162
§ 32. Сведéние к элементарным выражениям 167
§ 33. Элементарные выражения силлогистики 177
§ 34. Арифметическая интерпретация силлогистики 183
§ 35. Заключение 188

Глава VI

Аристотелевская модальная логика предложений

§ 36. Введение 192
§ 37. Модальные функции и их соотношения 193
§ 38. Основная модальная логика 195
§ 39. Законы экстенсиональности 198
§ 40. Аристотелевское доказательство *M*-закона экстенсиональности 201
§ 41. Необходимые связи между предложениями 204
§ 42. „Материальная“ или „строгая“ импликация? 208
§ 43. Аналитические предложения 211
§ 44. Аристотелевский парадокс 214
§ 45. Случайность у Аристотеля 217

Глава VII

Система модальной логики

§ 46. Матричный метод 222
§ 47. $C - N - \delta - p$-система 225
§ 48. δ-определения 229
§ 49. Четырехзначная система модальной логики 232
§ 50. Необходимость и четырехзначная система модальной логики 236
§ 51. Парные возможности 239
§ 52. Случайность и четырехзначная система модальной логики 242
§ 53. Некоторые дальнейшие проблемы 247

Глава VIII

Модальная силлогистика Аристотеля

§ 54. Модусы с двумя аподиктическими посылками 251
§ 55. Модусы с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой 253
§ 56. Отбрасываемые модусы с одной аподиктической и одной ассерторической посылкой 257
§ 57. Разрешение спора 260
§ 58. Модусы с возможными посылками 263
§ 59. Законы обращения случайных предложений 267
§ 60. Исправление ошибок Аристотеля 272
§ 61. Модусы со случайными посылками 276
§ 62. Философские выводы из модальной логики 280
Дополнительные редакционные примечания 285
Указатель 290

Я. Лукасевич

АРИСТОТЕЛЕВСКАЯ СИЛЛОГИСТИКА
С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ
СОВРЕМЕННОЙ
ФОРМАЛЬНОЙ ЛОГИКИ

Редактор *В. М. Леонтьев*
Художник *Н. А Липин*
Технический редактор *А. Д. Хомяков*

Сдано в производство 9/IV 1959 г.
Подписано к печати 14/X 1959 г.
Бумага 84×108$^{1}/_{32}$ =4,9 бум. л., 16,0 печ. л.
Уч.-изд. л.15,8 Изд. № 9/4624.
Цена 11 р. 50 к. Зак. 338.

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва, Ново-Алексеевская, 52.

Типография № 2 им. Евг. Соколовой
УПП Ленсовнархоза.
Ленинград, Измайловский пр., 29.

ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
38	12 сн.	или	. Ибо
116	18 св.	животные	живые
193	19 св.	δνατόν ... ἐδοχομενον	δυνατόν ... ἐνδοχόμενον
215	6 св.	ἀναγκαῖονἐξ ὑποθέσεως	ἀναγκαῖον ἐξ ὑποθέσεως
279	8 св.	ἀχρηστος	ἄχρηστος
287	17 сн.	ἐνδέχεσναι ... ἐνδέχεσυαι	ἐνδέχεσθαι ... ἐνδέχεσθαι
288	1 св.	χινετται	χινεῖται
288	15 св.	ενδέχεσυαι	ἐνδέχεσθαι
291	26 сн., 2 кол.	'Αναγχη	'Ανάγκη
291	27 сн., 2 кол.	'Αναγκαίον	'Αναγκαῖον
296	1—2 сн., 1 кол.	не есть принцип	принцип традиционной
296	1—2 св., 2 кол.	формировался	формулировался
296	6 сн., 2 кол.	Δυναῖον	Δυνατόν